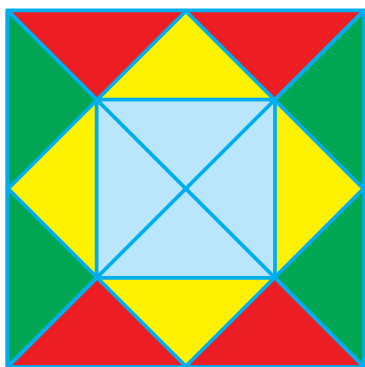


MATEMATIKA

Tankönyv az általános oktatási rendszerű tanintézetek
5. osztálya számára



*Ajánlotta Ukrajna Oktatási, Tudományos, Ifjúsági és
Sportminisztériuma*

Львів
Видавництво „Світ”
2013

УДК 51(075.3)=511.141
ББК 22.1я721(=81.665.2)
М34

Перекладено за виданням:

Тарасенкова Н. А. Математика : підруч. для 5 класу загальноосвіт.
навч. закл. / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова, О. П. Бочко,
О. М. Коломієць, З. О. Сердюк. – К. : Видавничий дім „Освіта”, 2013.

Авторський колектив:

Тарасенкова Н. А., Богатирьова І. М., Бочко О. П.,
Коломієць О. М., Сердюк З. О.

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України
(наказ Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України
від 04.01.2013 № 10)*

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Експертизу здійснював Інститут математики НАН України
Рецензент – *М. В. Працьовитий*, доктор фізико-математичних наук,
професор, завідувач відділу фрактального аналізу
Інституту математики НАН України

Експертизу здійснював Інститут педагогіки НАПН України
Рецензент – *О. І. Глобін*, кандидат педагогічних наук, старший науковий
співробітник, завідувач лабораторії математичної та фізичної освіти

EGYEZMÉNYES JELEK



– Gondolkozz el!



– Hogyan írjuk?



Jegyezd meg!



– Típusfeladatok



Figyeld meg!



Математика : підруч. для 5 кл. загальноосвіт навч. закл. з
М34 навчанням угорською мовою / Н. А. Тарасенкова, І. М. Богатирьова,
О. П. Бочко, О. М. Коломієць, З. О. Сердюк ; пер. Ю. І. Кулін,
Д. Ф. Поллої. – Львів : Світ, 2013. – 352 с.

ISBN 978-966-603-816-9

УДК 51(075.3)=511.141
ББК 22.1я721(=81.665.2)

© Тарасенкова Н. А., Богатирьова І. М.,
Бочко О. П., Коломієць О. М., Сердюк З. О.,
2013

© Видавничий дім „Освіта”, 2013
© Кулін Ю. І., Поллої Д. Ф., переклад
угорською мовою, 2013

ISBN 978-966-603-816-9 (угор.)
ISBN 978-617-656-204-7 (укр.)

KEDVES TANULÓK!

Már négy éve tanultok matematikát. Eddig sok hasznosat és érdekeset megtudtatok a matematikáról, de még ennél is sokkal több új ismeret befogadása előtt álltok.

Matematikatudásunknak hasznát vesszük egész életünkben a munkánk során és a mindennapokban. Napjainkban, amikor a tudomány rohamléptekkel fejlődik, nincs egyetlen tudományág, ahol boldogulhatnánk a matematika ismerete nélkül.

A matematika elsajátításához tudnunk kell számolni, gondolkozni, összehasonlítani, következtetéseket levonni, kérdéseket feltenni, felelni azokra, feladatokat megoldani és megindokolni következtetéseinket. Mindezekre a képességekre akkor tehetek szert, ha kitartó és felelősségteljes munkát végeztek az órán valamint otthon. A tankönyv megbízható segítségül szolgál ehhez.

Hogyan használhatjuk eredményesen a kezünkben tartott könyvet? A tananyag 8 fejezetre oszlik, a fejezetek pedig paragrafusokból állnak. Mindegyik paragrafus tartalmaz elméleti anyagot és feladatokat is. Az elméletet tanulva különös figyelmet fordítsatok a bekeretezett szövegre. Ezek tartalmazzák a legfontosabb meghatározásokat, amit fontos megérteni, megjegyezni és tudni kell alkalmazni őket a feladatok megoldásánál. A matematikai fogalmakat *dőlt* betűvel emeltük ki a könyvben.

Az elméleti rész elsajátításának ellenőrzésére, ismétlésére szolgálnak a paragrafus végén található *Idézd fel a legfontosabbakat!* rovat kérdései. Minden fejezet után ellenőrző kérdések és tesztfeladatok vannak, melyekkel ellenőrizhető a matematikai fogalmak megértésének mértéke.

A tankönyv feladatai négy nehézségi fokozatba sorolhatók. A kezdőszintű feladatok sorszámát (•)-val jelölték. Ezek előkészítő feladatok azoknak, akik bizonytalanok az elméleti rész elsajátításában. A köröcskével (°) jelölt feladatok közepes nehézségűek. Ezeket mindegyik tanulónak meg kell tudni oldani ahhoz, hogy tovább tudjunk haladni a matematika tanulásában. A megfelelő szintű feladatok nincsenek külön jelölve. Amennyiben ezeket sikeresen megoldjátok, akkor megfelelő felkészültségi szintről tesztek tanúságot. Csillaggal (*) vannak jelölve az emelt szintű feladatok. Ha ezeket a feladatokat nem tudjátok azonnal megoldani, ne csüggedjétek el, hanem türelmesen és kitartóan próbálkozzatok újra. A bonyolult feladatok megoldása örömet és sikerélményt fog okozni számotokra.

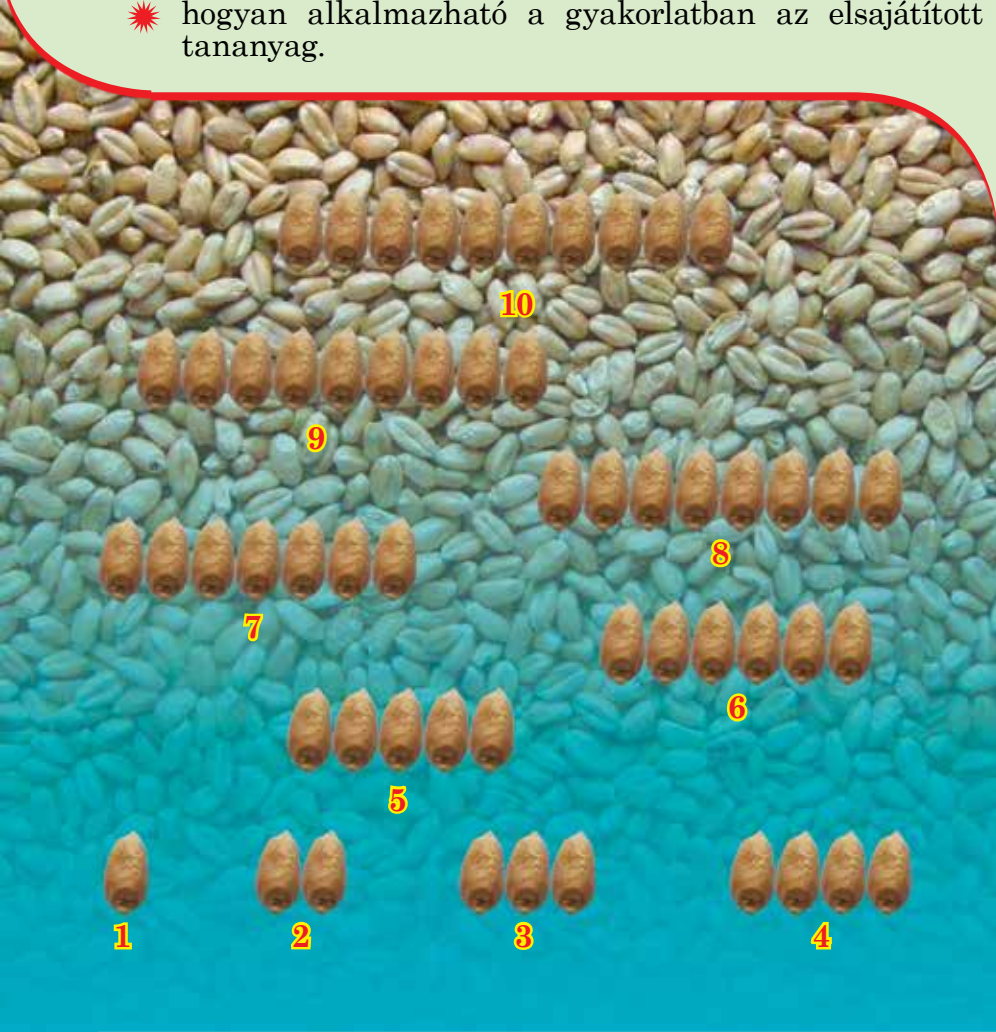
A *Tudj meg többet!* rovat ismereteitek elmélyítésében lesz segítségetekre.

A piktogramok a tankönyvben való tájékozódásra valók.

Sok sikert kívánunk az új ismeretek befogadásához, örömet és megelégedettséget a matematika tanulása során!

A fejezetből választ kaptok az alábbiakra:

- mit nevezünk természetes számoknak;
- hogyan használjuk a tízes alapú számrendszert;
- mi a számegyenes, hogyan alkalmazható számok összehasonlításakor;
- mi az egyenes, a félegyenes, a szakasz és a szög;
- hogyan mérünk fel szögeket és szakaszokat;
- miben különbözik egymástól a számkifejezés és az egyenlőség;
- hogyan alkalmazható a gyakorlatban az elsajátított tananyag.



1. §. TÁRGYAK ÉS A SZÁMLÁLÁS EGYSÉGEI

Figyeld meg 1–3. ábrákat! Az 1. ábrán egy rakás könyvet, a 2. ábrán egy kosár almát, a 3. ábrán pedig néhány kopijkát látsz. Amikor arra a kérdésre felelsz, hogy **meny-nyi**, akkor megszámolod a könyveket, az almákat vagy a pénzérméket és mennyiségüket egy meghatározott számmal fejezed ki.



1. ábra



2. ábra



3. ábra

Jegyezd meg!

A tárgyak számlálására szolgáló számokat természetes számoknak nevezzük.

Számodra már ismeretes, hogy egy tárgyhoz az 1-es számot rendeljük. Két tárgyhoz pedig a kettes számot stb. Bármely mennyiségnek egy természetes szám felel meg. A tárgyak hiányát a 0-val jelöljük. Mivel a tárgyak számlálását sohasem 0-val kezdjük, ezért a 0-t nem soroljuk a természetes számok közé. Könnyen belátható, hogy a legkisebb természetes szám az 1.

☀ Létezik-e legnagyobb természetes szám? Nem létezik. Bármekkora nagy legyen egy természetes szám, mindig hozzá lehet adni 1-et, és felírni a következő számot.

Felírjuk egymás után sorban a természetes számokat három ponttal a végén. Az ilyen ábrázolás azt jelenti, hogy a felírás a végtelenig folytatható.

1; 2; 3; 4; 5; 6; ...

Egy *természetes számsort* kaptunk.



Figyeld meg!

- 1) A legkisebb természetes szám az 1;
- 2) legnagyobb természetes szám nem létezik;
- 3) mindegyik természetes szám, a másodiktól kezdődően 1-gyel nagyobb, mint az előtte álló;
- 4) a 0 nem tartozik a természetes számok közé.

Tekintsük meg a 4–6. ábrákat! A 4. ábrán 105 db pénzér-mét, az 5-en 1 pár kesztyűt, a 6-on pedig 7 fél diót látunk. Általánosságban azt mondhatjuk, hogy a tárgyakat számolhatjuk egyesével, csoportosan vagy részenként. Eközben mindig megnevezzük a számlálás egységét: darab, pár, ötöd, tized, fél, negyed stb.



105 db
4. ábra



1 pár
5. ábra



7 fél
6. ábra

Amennyiben embereket számolunk, akkor a darab helyett főt vagy embert mondunk. Az osztály tanulóinak száma: 30 fő vagy 30 tanuló.

A 105 db, 1 pár, 7 fél, 30 személy kifejezéseket *mennyiségeknek* nevezzük.

Számláláskor számneveket, a számok leírásához sajátos jeleket használunk. A jelek egy csoportja számábécét alkot, amit *számjegyeknek* nevezünk.

A számok leírására 10 számjegyet használunk:

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

A ma is használatos számjegyek az arab országokból kerültek Európába, ezért *arab* számjegyeknek nevezzük őket.

Ismeretes, hogy Indiában már sokkal korábban használták ezeket a számokat, és tőlük vették át az arabok.

Azt a szabályt (rendszert), amely szerint a számokat képezzük, *számrendszernek* nevezzük. Már tudod, hogy az általunk használt számrendszerben tíz egység alkot egy tízest. Tíz tízes alkot egy százast, tíz százas alkot egy ezrest stb. Ezért ezt a számrendszert *tízes alapú számrendszernek* nevezzük.

A tízes számrendszer *helyértékes*. Amennyiben megváltoztatjuk a felírásban a számjegy helyét (pozícióját), ezzel a szám is megváltozik. Így például a 251-ben az 5-ös szám helyét megváltoztatjuk, akkor vagy 521-et vagy 251-et kapunk. Ezek különböző számok.

A szám leírásakor a számjegyeket *osztályokra* bontjuk, minden osztályban 3 *csoport* van. A csoportok az adott osztály egységei. Néhányat már ismersz: ezek az egyesek, ezresek és milliók osztálya. A milliók osztályát a milliárdok, billiók, billiárdok, trilliók, trilliárdok stb. követik. Az osztályok sora tovább is bővíthető. Viszont a gyakorlatban elegendő ismerni az első négy osztályt.

Az 1. táblázatban a százhuszonhárommilliárd-négyszázötmmillió-hatszázhetvennyolcezer-kilencszáznolcvanhetes szám van feltüntetve. Mint látjuk, az adott számban hiányzik a tízmilliós csoport, ezért ott nulla szerepel. Amennyiben valamelyik csoport hiányának jelölésére a 0-t használjuk.

1. táblázat

Osztály	Milliárdok			Milliók			Ezresek			Egyesek		
Helyi érték	Százmilliárdok	Tízmilliárdok	Milliárdok	Százmilliók	Tízmilliók	Milliók	Százezresek	Tízezresek	Ezresek	Százasok	Tízesek	Egyesek
Szám	1	2	3	4	0	5	6	7	8	9	8	7



Feladat. Olvasd el a 3 492 503 072 számot!

Megoldás.

1. Bontsd fel a számot jobbról balra haladva hármass csoportokra:
3 492 503 072.
2. Nevezd meg a számban szereplő osztályokat, kezd az egyesek osztályával: egyesek, ezresek, milliók, milliárdok.
3. Nevezd meg az osztályokban lévő számokat:
az egyesek osztályában – 72;
az ezresek osztályában – 503;
a milliók osztályában – 492;
a milliárdok osztályában – 3.
4. Olvasd el a számot, kezd a legnagyobb osztállyal: hárommilliárd-négyszázkilencvenkétfélmillió-ötszázháromezer-hetvenkettő.



Figyeld meg!

Többjegyű számok olvasásához:

- 1) bontsd a számot osztályokra jobbról balra haladva;
- 2) nevezd meg az osztályokat az egyesektől kezdődően;
- 3) balról jobbra haladva olvasd el az osztályokban szereplő számokat, hozzátéve az osztályok nevét (az egyesek osztályának nevét, illetve annak az osztálynak a nevét, amelyikben mindhárom számjegy 0 – nem mondjuk).

A tízes számrendszerben minden természetes szám felírható helyi érték szerint, a számjegyek valódi értékeinek összegeként. Például az 5248-as számban az 5-ös számjegy valódi értéke 5 000, a 2-é 200, a 4-é negyven és a 8-é nyolc, ezért

$$\begin{aligned} 5\,248 &= 5\,000 + 200 + 40 + 8 = \\ &= 5 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1. \end{aligned}$$



Tudj meg többet!

1. A természetes számok neve a latin *natura* szóból ered, melynek jelentése természet.
2. A tízes számrendszer eredetét a két kezünkön lévő ujjaink számához kötik.

3. Az arab számíráson kívül még egy számírást használunk, a római számírást, amit az ókori rómaiak is alkalmaztak. A számokat római számjegyekkel írják le.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Ebben a számrendszerben a természetes számokat a római számjegyek bizonyos szabály szerinti ismétlésével írjuk fel. Például, 3 – III, 20 – XX.

Római számokat csak néhány hagyományos esetben és csak *sorszámnevek* jelölésére használunk. Az 1., 2., 3. helyett az I., II., III. felírást alkalmazzuk, és így olvassuk: első, második, harmadik.

4. A régebbi számrendszerek nyomai ma is előfordulnak nyelvhasználatunkban. Ilyen a tizenkettes, hatvanas számrendszerek használata. Például az évet 12 hónapra osztjuk, az étkezésletet tucatjával, fél tucatjával számoljuk. Egy tucaton 12 darabot értünk. Egy órában 60 perc van, egy percben pedig 60 másodperc.

IDÉZ FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Mit nevezünk természetes számoknak?
2. Magyarázd meg a számjegyek és a számok közötti különbséget!
3. Nevezd meg a legkisebb természetes számot! Létezik-e legnagyobb természetes szám?
4. Mi a mennyiség?
5. Mi a tízes alapú számrendszer?
6. Mi a helyértékes írásmód lényege?
7. Nevezd meg növekedésük sorrendjében a természetes számok első négy osztályát!
8. Hány helyi érték van összesen a következő osztályokban:
1) egyesek; 2) ezresek; 3) milliók; 4) milliárdok? Nevezd meg őket!



OLDD MEG A FELADATOKAT!

1. Hány oldalas: 1) a füzeted; 2) az ellenőrződ; 3) a matematikakönyved? Milyen számokat használtál a számoláshoz?
2. Természetes szám-e a nulla? Feleleted indokold!
3. Igaz-e hogy a természetes számsorban létezik:
1) legkisebb; 2) legnagyobb szám?

- 4°. Meg tudod-e nevezni bármely természetes számot: a) megelőző számot; b) rákövetkezőjét!
- 5°. Írd le a füzetedbe az alábbi mennyiségeket: 1) az osztályodban lévő padok számát; 2) a padokban ülő párok számát; 3) az iskolátokba járó ötödik osztályosok számát; 4) a matematikakönyvben lévő oldalak számát!
- 6°. Nevezd meg a természetes számsor első tíz tagját!
- 7°. Tekinthetjük-e természetes számsornak a következő számsort:
1) 1; 2; 3; 5; 6; ...; 3) 3; 4; 5; 6; 7; ...;
2) 0; 1; 2; 3; 4; 5; ...; 4) 1; 2; 3; 4; 5; ...?
Válaszodat indokold!
- 8°. Helyesen írtuk-e fel valódi értékük összegeként a számokat:
1) $451 = 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1 \cdot 1$;
2) $302 = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10$;
3) $8195 = 8 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 5 \cdot 1$?
- 9°. Olvasd el az alábbi számokat:
1) 34 902; 3) 56 123 098; 5) 4 523 475 234;
2) 102 091; 4) 55 000 555; 6) 10 000 000 000!
Hány számjegyet használtunk egy-egy szám felírásakor? Hány különböző számjegyet alkalmaztunk egy-egy szám felírásakor? Magyarázd meg, miért különböznek az első és a második kérdésre adott válaszok!
- 10°. Milyen a 7 helyi értéke a következő számban:
1) 1178; 2) 1718; 3) 1187; 4) 7118?
- 11°. Olvasd el az alábbi számot:
1) 15; 3) 6549; 5) 899 999;
2) 438; 4) 29 899; 6) 2 841 500 000!
Nevezd meg azt a számot, amely a természetes számsorban követi az adott számot!.
- 12°. Olvasd el az alábbi számot:
1) 30; 3) 4261; 5) 762 809; 7) 1 725 999;
2) 169; 4) 80 000; 6) 4 000 100; 8) 499 569 110!
Nevezd meg azt a számot, amely a természetes számsorban megelőzi az adott számot!
- 13°. Hány természetes szám van az alábbi számok között:
1) 10 és 19; 2) 99 és 110; 3) 451 és 471; 4) 1000 és 1025?
Van-e valamilyen szabályszerűség a számok mennyiségének meghatározásában?
- 14°. A természetes számsorban hány szám van:
1) 10-től 23-ig; 3) 245-től 251-ig;
2) 57-től 68-ig; 4) 1231-től 1245-ig?
Van-e valamilyen szabályszerűség a számok mennyiségének meghatározásában?

15°. Írd fel a legnagyobb és legkisebb számot:

- 1) az egyjegyű számok közül;
- 2) kétjegyű számok közül;
- 3) háromjegyű számok közül;
- 4) négyjegyű számok közül!

16°. Hány:

- 1) egyjegyű;
- 2) kétjegyű;
- 3) háromjegyű;
- 4) négyjegyű szám van a természetes számok között?

17°. Írd fel számjegyekkel a következő számokat:

- 1) 52 ezer 435;
- 2) 4 millió 410 ezer 561;
- 3) 16 millió 28 ezer 238;
- 4) 700 millió 70 ezer 7;
- 5) 12 milliárd 12 ezer 12;
- 6) 52 millió 52 ezer!



18°. Írd fel számjegyekkel a következő számokat:

- 1) 216 ezer 290;
- 2) 48 millió 534 ezer 308;
- 3) 32 milliárd 17 millió 34 ezer 109;
- 4) 46 milliárd 46 millió 46 ezer 46!

19°. Írd fel számjegyekkel a következő számokat:

- 1) ötszázhuszonhárom;
- 2) kétezer-négyszáznyolcvanegy;
- 3) negyvenháromezer-hatvannyolc;
- 4) százhuszezer-hús;
- 5) tizennégymillió-kétezer-huszonöt;
- 6) százhetvenkétfélmillió-hetvenkétezer!



20°. Írd fel számjegyekkel a következő számokat:

- 1) nyolcszáznegyvenöt;
- 2) hatszázháromezer-nyolcszázketty;
- 3) tizenhétmilliárd-tizenhétezer-tizenhét;
- 4) huszonegymillió-kétszázötven ezer-huszonegy!

21°. Írd le, és olvasd el azt a számot, amely úgy jön létre, hogy négyszer leírtuk egymás után a: 1) 28-at; 2) 409-et!

22°. Bontsd fel helyi érték szerint a következő számokat:

- 1) 543;
- 2) 207;
- 3) 7019;
- 4) 4 754 002;
- 5) 48 012 514;
- 6) 3 003 030 300!



23°. Bontsd fel helyi érték szerint a következő számokat:

- 1) 712;
- 2) 470;
- 3) 2105;
- 4) 678 021;
- 5) 904 520 451;
- 6) 1 900 190 019 109!

24°. Nevezd meg azt a legnagyobb, illetve legkisebb tízjegyű természetes számot, amelyben minden számjegy különböző!

25°. Az 5. A osztályba 30 tanuló jár. Hány padot kell betenni a tanterembe, ha egy padban két tanuló ül?

26°. Két kézen tíz ujj van. Hány ujj van 10 kézen?



27°. Nagymama egyenlően szeretné elosztani a diókat három unokája között. Hány diót kap egy-egy unoka, ha a nagymamának 15 diója van?

28. Írd fel számjegyekkel a szövegben előforduló számokat: A Dnyeper Európa harmadik leghosszabb folyója a Volga és a Duna után. Medrének leghosszabb része Ukrajnához tartozik. A folyó hossza természetes állapotában kétezer-kétszáznyolcvanöt kilométer volt, a folyószabályozás után pedig kétezer-kétszázegy kilométer lett, azon belül az ukrajnai szakasza kilencszáznyolcvanegy kilométer. Három részre tagolódik: felső szakasza (a forrástól Kijevig) ezerháromszázhusz kilométer, középső szakasza (Kijevtől Zaporizzsjáig) ötszázötven kilométer, alsó szakasza (Zaporizzsjától a torkolatig) háromszázhuszonhat kilométer.

29. Töltsd ki a 2. táblázatot!

2. táblázat

a	15	101				
$a + 1$			54	235		
$a - 1$					64	419

30. Írd le az a számot követő négy természetes számot!

31. Számold meg, hányszor fordul elő az 1-es számjegy a számok 1-től 100-ig történő felírásában!



32. Számold meg, hányszor fordul elő a 9-es számjegy a számok 1-től 100-ig történő felírásában!

33. Számold meg, melyik szám fordul elő leggyakrabban, illetve legritkábban a számok 1-től 100-ig történő felírásában!



34. Az épület 160 lakásos. A bejárati ajtókon hányszor szerepel:
1) az 5-ös számjegy; 2) a 7-es számjegy?

35. Hány kétjegyű szám írható fel az 1, 2, 3 és 4 számjegyek segítségével, ha a számjegyeket növekedési sorrendjükben írjuk fel?

36. Írj fel minden négyjegyű számot, amelyekben szerepel az 1, 2, 3 és 4 számjegy! Hány ilyen számot kaptál? Írj fel minden négyjegyű számot, amelyekben szerepel a 0, 1, 2, és 3 számjegy! Hány ilyen számot kaptál? Magyarázd meg, miért különbözik a két felelet egymástól!

37*. Egy nyolcjegyű természetes szám felírásához két 1-es, két 2-es, két 3-as és két 4-es számjegyet használtak. A két egyes számjegy között egy számjegy van, a két kettes számjegy között kettő, a két 3-as számjegy között három, a két négyes számjegy között pedig négy. Hány ilyen szám létezik?

38*. Egy könyv oldalainak számozásához 324 számjegyet használtak fel. Hány oldalas a könyv?

 **39.** Egy könyv 825 oldalas. Hány számjegyet írtak le az oldalak számozásánál?

40*. Keress szabályt, majd folytatd a sorozatot a két következő szám felírásával:

1) 1, 3, 5, 7, ...;

3) 5, 12, 19, 26, ...;

2) 2, 4, 6, 8, ...;

4) 800, 400, 200, 100, ... !

41*. Húzz át három számjegyet a 111 171 111 számban úgy, hogy a kapott szám a lehető: 1) legkisebb; 2) legnagyobb legyen!



GYAKORLATI PÉLDÁK

42. Írd fel sorban egymás után számjegyekkel a születési évedet, hónapodat, napodat! Olvasd el a kapott számot!

43. A tanév szeptember 1-én, a téli szünidő pedig december 25-én kezdődik. Az őszi szünidő 7 napos. Számítsd ki hány napot tanul-tál az első félévben!



ISMÉTLŐ FELADATOK

44. Számítsd ki fejben!

1) $(24 : 8 + 14) \cdot 2 - 15$;

2) $(45 + 5) : 10 \cdot 4 - 12$.

45. Számítsd ki!

1) $(542 - 128) : 18 + 24 \cdot 15$;

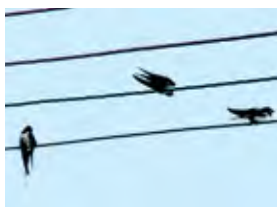
2) $(32 \cdot 16 + 38) : 11 - 25$.

46. Az ünnepélyes tanévnyitón az 5. A osztályból 28, az 5. B-ből 27, az 5. C-ből pedig 32 tanuló vett részt. Összesen hány ötödikes tanuló volt jelen az ünnepségen?

47. A nyári tábor első turnusában 85 gyerek üdült, a másodikban 15 gyerekekkel több, mint az elsőben, a harmadikban pedig 20-szal több, mint a másodikban. Összesen hány gyerek üdült ezen a nyáron a táborban?

2. §. EGYENES, FÉLEGYENES, SZAKASZ. A SZAKASZOK MÉRÉSE

A 7. ábrán egy magasfeszültségű vezeték, a 8. ábrán pedig egy autópálya látható. Egy kifeszített húrra hasonlítanak, amelynek se az eleje se a vége nem látható. Vázlatosan egy egyenessel ábrázolhatjuk őket (9. ábra).



7. ábra



8. ábra



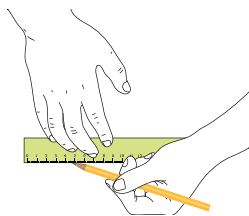
9. ábra

Az *egyenes* végtelen mértani alakzat. Könnyen belátható, hogy a papíron csak egy részét tudjuk ábrázolni. Egyenes rajzolásához vonalzót használunk (10. ábra).

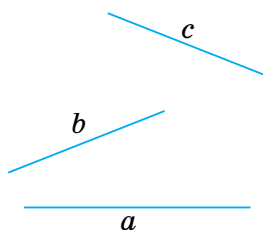


Az egyeneseket a latin ábécé írott kisbetűivel jelöljük, például a -val és így írjuk: az a egyenes. A 11. ábrán az a , b és c egyenes látható.

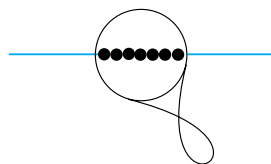
Minden egyenes pontokból áll (12. ábra).



10. ábra



11. ábra



12. ábra

A *pont* a legegyszerűbb mértani alakzat. Ahhoz, hogy ábrázoljunk egy pontot elegendő a ceruza hegyével megérinteni a papírlapot (13. ábra).



13. ábra

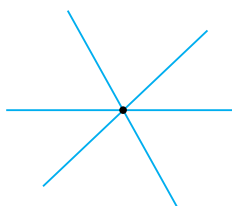


A pontokat a latin ábécé nyomtatott nagybetűivel jelöljük, például A és így olvassuk: az A pont. A 14. ábrán az A , B és C pont látható.

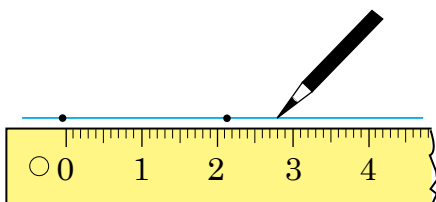
 $C \cdot$
 $\cdot B$
 $A \cdot$

14. ábra

Figyeld meg a 15–16. ábrákat! Látható, hogy egy ponton keresztül végtelen sok egyenes húzható (15. ábra), viszont két ponton keresztül már csak egy (16. ábra).



15. ábra



16. ábra

Jegyezd meg!

Két ponton keresztül csak egy egyenes húzható.

Ennek a tulajdonságnak az alapján az egyenest két nagybetűvel is jelölhetjük, az egyenes bármelyik két pontjának megjelölésével. A 17. ábrán egy AB egyenes látható.



Röviden AB egyenesnek mondjuk és írjuk.

Húzd meg az egyenesnek egyik pontjától az egyik oldalra eső részét (18. ábra). Az így kapott mértani alakzat: a *félegyenes*. Az adott pont a *félegyenes kezdőpontja*.

A félegyenest két betűvel jelöljük: kezdő és bármelyik tetszőleges pontjának megjelölésével.

 AB egyenes

17. ábra

*félegyenes*

18. ábra

 BC félegyenes

19. ábra



Röviden így mondjuk és írjuk: BC félegyenes.



szakasz

20. ábra



CD szakasz

21. ábra



22. ábra

 Jelölhetjük-e a 19. ábrán látható félegyenest CB -vel? Nem, mivel a C pont nem kezdőpontja a félegyenesnek.

Jelöld ki az egyenesnek azt a részét, ami két pontját köti össze (20. ábra). Az így kapott mértani alakzat a *szakasz*. A kijelölt pontok a *szakasz végpontjai*.

A szakaszt a végpontjainál lévő két betűvel jelöljük. A 21. ábrán egy CD szakasz látható.



Röviden így mondjuk és írjuk: CD szakasz.

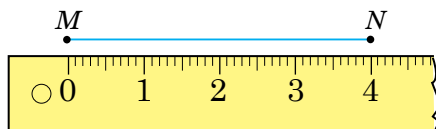


Figyeld meg!

A szakasz és a félegyenes is az egyenes része.

Húzz egy AB egyenest és jelölj rajta egy R és egy S pontot (22. ábra). Az AB egyenest három részre osztottad: RA és SB félegyenesekre valamint RS szakaszra.

Az egyenestől és félegyenestől eltérően a szakasznak van *hossza*. A szakasz hosszának megmérésére vonalzót használunk. A 23. ábrán látható MN szakasz hossza 4 cm vagy 40 mm.



23. ábra



Röviden így írjuk: $MN = 4$ cm vagy $MN = 40$ mm, és úgy olvassuk, hogy az MN szakasz hossza 4 centiméter, vagy az MN szakasz hossza 40 milliméter.

 Igaz-e hogy $4\text{ cm} = 40\text{ mm}$? Igen, mert ugyanannak a szakasznak a hossza van kifejezve különböző hosszegységgel.

Az általunk használt méterrendszerben a hosszúságot milliméterben (mm), centiméterben (cm), méterben (m) és kilométerben (km) mérjük. Ahol:

$$1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}; \quad 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}; \quad 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}.$$



Feladat. A K pont az AB szakaszt két szakaszra osztja: egy AK és egy KB szakaszra (24. ábra). $AK = 20 \text{ mm}$, $KB = 3 \text{ cm}$. Mekkora az AB szakasz hossza centiméterben? Milliméterben?



24. ábra

▶ **Megoldás.**

$$20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}.$$

$$AB = AK + KB = 2 + 3 = 5 \text{ (cm)}.$$

$$5 \text{ cm} = 50 \text{ mm}.$$

$$\text{Felelet: } AB = 5 \text{ cm vagy } AB = 50 \text{ mm}.$$



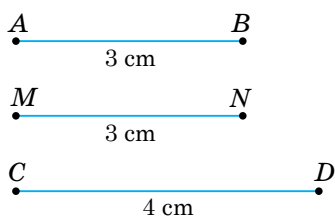
Figyeld meg!

- 1) A szakasz hossza egyenlő részei hosszának összegével;
- 2) a szakasz hosszát mérőszámmal és mértékegységgel fejezzük ki;
- 3) ahhoz, hogy meghatározzuk a szakasz hosszát, a részek hosszát azonos mértékegységgel kell kifejezni, majd a kapott értékeket össze kell adni.

A gyakorlatban nemcsak egy szakasz hosszát kell meghatározni, hanem két pont távolságát is. Előfordul, hogy a terepen az A és a B pontot összekötő út nem illeszkedik egy egyenesre, viszont a matematikában két pont távolságát mindig az őket összekötő szakasz hosszával mérjük.

Jegyezd meg!

Két pont távolsága az őket összekötő szakasz hossza.



25. ábra

A szakaszok összehasonlítása a hosszuk alapján történik. A 25. ábrán látható $AB = 3$ cm, $MN = 3$ cm, ezért az AB és MN szakaszok egyenlők. A $CD = 4$ cm, ezért a CD szakasz nagyobb az AB szakasznál, az AB pedig kisebb a CD szakasznál.



Röviden így írjuk: $AB = MN$, $CD > AB$, $AB < CD$.

A gyakorlatban a szakaszokat *egymásra helyezéssel* vagy *fedéssel* hasonlítjuk össze (26. ábra).



26. ábra

Jegyezd meg!

- 1) Az egyenlő (egybevágó) szakaszok hossza egyenlő.
- 2) Két szakasz közül az a nagyobb, amelyiknek a hossza nagyobb.

**Tudj meg többet!**

1. A mértan az a tudományág, ami a mértani alakzatok alakjával, méreteivel, kölcsönös helyzetével foglalkozik. Az emberiség gyakorlati szükséglete hozta létre és fejleszti. Úgy tartják, hogy az ókori Egyiptomban alakult ki és onnét került Görögországba.
2. A pont a mértan alapfogalma. A latin *pungo* szó jelentése szűrni.
3. Hosszegységnek választhatjuk bármilyen szakasz hosszát. Az alábbi rajzokon olyan hosszegységeket láthatsz, melyeket még

napjainkban is használnak néhány országban. Például Nagy-Britanniában és az USA-ban hüvelykben (inchben) mérnek (27. ábra), a Kínaiak is hüvelyket használnak (28. ábra). A régi szlávok is hüvelyket és könyököt alkalmaztak hosszmérésre.



27. ábra



28. ábra

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mi az egyenes? A pont? A félegyenes? A szakasz? Hogyan ábrázoljuk őket?
2. Hány egyenes húzható két ponton keresztül?
3. Mi a félegyenes? Mi a félegyenes kezdőpontja?
4. Mi a szakasz? Mit nevezünk a szakasz végpontjainak?
5. Mit jelent meghatározni a szakasz hosszát?
6. Hogyan határozzuk meg a szakasz hosszát, ha ismerjük részeinek hosszát?
7. Hogyan hasonlítunk össze két szakaszt?
8. Milyen módszerekkel lehet összehasonlítani két szakaszt?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

48. Hány egyenes húzható:

- 1) az A és B ponton keresztül; 2) a C ponton át?

49. Nevezd meg a 29. ábrán látható összes egyenest!



29. ábra

50. Jutka így magyarázta, mi a szakasz: Ha az A és B pontokat összekötjük egy vonallal, akkor az AB szakaszt kapjuk. Kielégítő-e ez a magyarázat?

51. A CD szakaszon M , N és P pontokat jelöltek meg (30. ábra). Hány szakasz keletkezett? Nevezd meg ezeket a szakaszokat!

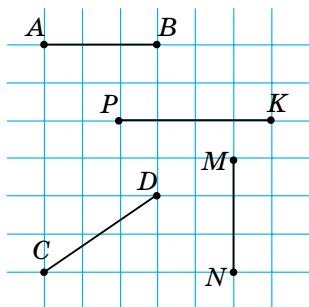


30. ábra

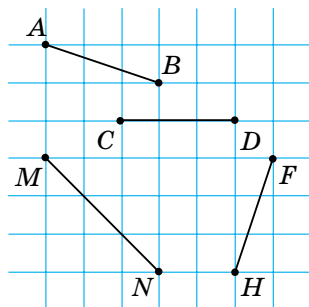
52°. Hasonlítsd össze a 31. ábrán látható szakaszokat:

- 1) AB és CD ; 2) AB és MN ; 3) CD és PK ; 4) MN és PK !

Nevezd meg a leghosszabb szakaszt!



31. ábra



32. ábra

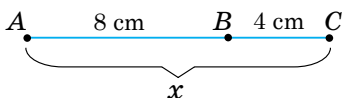


53°. Hasonlítsd össze a 32. ábrán látható szakaszokat:

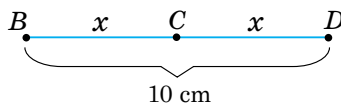
- 1) AB és CD ; 2) AB és FH ; 3) CD és MN ; 4) FH és MN !

Nevezd meg a legrövidebb szakaszt!

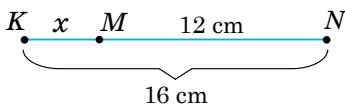
54°. A 33–36. ábra adatai alapján határozd meg az x -szel jelölt szakasz hosszát!



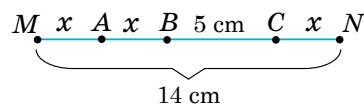
33. ábra



34. ábra



35. ábra



36. ábra

55°. Vonalzóval rajzolj adott hosszúságú szakaszt:

- 1) 5 cm; 2) 7 cm 5 mm; 3) 35 mm; 4) 1 dm!

56°. Rajzolj adott hosszúságú szakaszt:

- 1) 4 cm; 2) 2 cm 5 mm; 3) 1 dm 8 mm!

57°. A C pont az AB szakasz egyik belső pontja. A 3. táblázat adatai alapján határozd meg az ismeretlen mennyiségeket!

3. táblázat

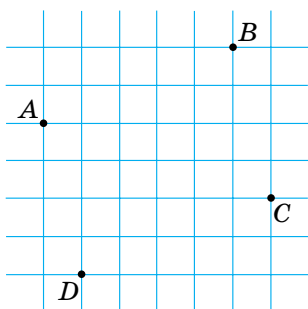
AB	25 cm	47 mm		a	c	
AC	12 cm		1 cm	b		m
CB		3 cm	38 mm		d	n

58°. Rajzolj egy 4 cm hosszúságú AB szakaszt, és egy tőle 2 cm 5 mm-rel hosszabb CD szakaszt!

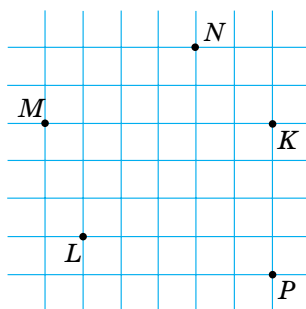
59°. Rajzolj egy 6 cm hosszú CD szakaszt és egy 2 cm hosszú MN szakaszt. Rajzolj: 1) egy AB szakaszt, melynek a hossza egyenlő a CD és MN szakaszok hosszainak összegével; 2) egy KP szakaszt, melynek a hossza egyenlő a CD és MN szakaszok hosszainak különbségével!

 **60°.** Rajzolj egy 9 cm hosszú CD szakaszt és egy MN szakaszt, amely 3-szor rövidebb a CD szakasznál!

61°. Kösd össze az A , B , C és D pontokat az összes lehetséges módon (37. ábra)! Írd le a kapott szakaszokat!



37. ábra



38. ábra

 **62°.** Kösd össze az M , N , K , P és L pontokat az összes lehetséges módon (38. ábra)! Írd le a kapott szakaszokat!

63°. Egy egyenesen az A ponttól különböző oldalakra egy AB és egy AC szakaszt mértek fel. $AB = 24$ cm, $AC = 3$ dm. Határozd meg a BC szakasz hosszát!

64°. Egy egyenesen az O ponttól egy OA szakaszt, majd egy AB szakaszt vettek fel. Az OA szakasz hossza 15 cm, az AB szakaszé pedig 12 cm. Milyen hosszú az OB szakasz? Hány megoldása van a feladatnak?

 **65°.** Az M , N és K pontok egy egyenesre illeszkednek. $MN = 64$ cm, $NK = 4$ dm. Határozd meg az MK szakasz hosszát! Két eset lehetséges!

66°. A 39. ábrán $AD = 36$ cm, $AB = 18$ cm, $CD = 10$ cm. Határozd meg a BC , AC és BD szakaszok hosszát!

 **67°.** A 40. ábrán $CD = 48$ cm, $CM = 32$ cm, $KD = 24$ cm. Határozd meg a CK , MD és KM szakaszok hosszát!



39. ábra



40. ábra

68. Kati az asztalra egy sorban egymástól 3 cm-re 5 gombot rakott le. Mekkora távolságra van az első gomb az utolsótól (a gomb méretét nem kell figyelembe venni)?



69. Egy futópálya mentén egymástól azonos távolságra oszlopokat raktak le. A startvonalat az első oszlopnál húzták meg. 12 perc múlva Gyuri a 4. oszlop mellett futott el. A start után hány perccel lesz Gyuri a hetedik oszlopnál, ha a sebessége állandó?

70*. Sanyi és Misi lemérték az A , B és C pontok közötti távolságot. Sándor mérése alapján $AB = 1$, $BC = 3$, Misi mérése: $AB = 8$, $BC = 24$. Mind a két fiú azt állította, hogy ő nem tévedhetett. Lehetséges-e ez?

71*. Péter 3 egyenest húzott, majd az egyeneseken felvett 6 pontot. Kiderült, mindegyik egyenesen 3 pontot jelölt meg. Rajzold le, hogyan lehetséges ez!

72*. Tímeának egy 7 cm és egy 17 cm hosszú ceruzája van. Hogyan tud ezekkel a ceruzákkal lemérni 1 cm-t, ha a ceruzákat nem lehet eltörni?



GYAKORLATI PÉLDÁK

73. Mérd le a 1) füzetet; 2) a padod szélességét és hosszúságát!

74. Nagyapa egy 20 méter hosszú kerítést szeretne építeni. Segíts neki kiszámítani, hány oszlopra van szüksége, ha az oszlopokat egymástól két méterre szeretné lerakni (az oszlopok méreteit nem kell figyelembe venni)!

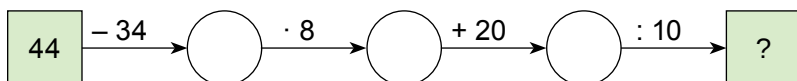
75. Egy 102 cm hosszú huzalt 15 cm-es és 12 cm-es részekre kell feldarabolni úgy, hogy ne maradjon hulladék. Hogyan tehetjük ezt meg? Hány megoldása van a feladatnak?



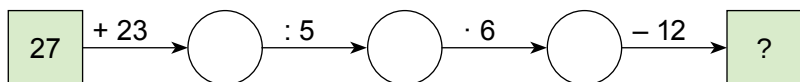
ISMÉTLŐ FELADATOK

76. Számítsd ki szóban! Milyen számot kell írni a lánc utolsó négyzetébe?

1)



2)



77. Számítsd ki:

1) $(251 + 149) : 50 - 96 : 12$;

2) $124 + 26 \cdot (1071 : 51 - 14)!$

78. Három azonos folyóiratért 25 hrn 50 kop fizettek. Mennyibe kerül 5 ugyanilyen folyóirat?

79. Egy nagymama 2 adag fagyaltot vásárolt az unokáinak, és 3 hrivnya 50 kopijkát fizetett adagonként. Mennyi visszajárót kapott 10 hrivnyából?

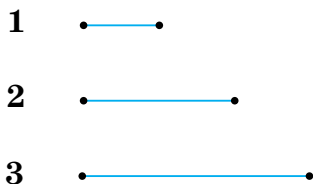
3. §. SZÁMEGYENES

Írd le a természetes számsort:

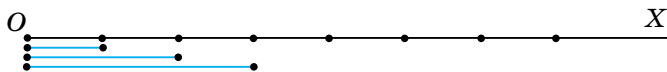
1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; ...!

Rendelj az 1-es számhoz egy tetszőleges hosszúságú szakaszt (41. ábra). Ezt a szakaszt *egységnyi szakasznak* nevezzük. A hossza 1 egység. Akkor a 2-nek egy kétszer olyan hosszú szakasz felel meg, a 3-nak az egységnyi szakasz háromszorosa és így tovább. Általánosítva: **bármely n természetes számhoz hozzárendelhető egy szakasz, melynek hossza az egységnyi szakasz hosszának n -szerese.**

Az OX félegyenesen az O ponttól mérj fel egy egységnyi szakaszt (42. ábra), majd egy olyan szakaszt, ami a 2-es számnak, 3-as számnak felel meg stb.



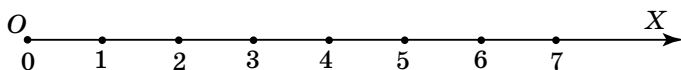
41. ábra



42. ábra

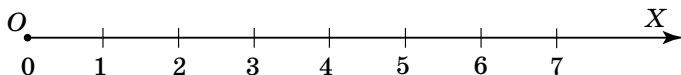
☀️ Megjelölhető-e a leghosszabb olyan szakasz, ami egy természetes számnak felel meg? Nem.

Helyezz el egy természetes számsort az OX félegyenesen feltüntetett pontokhoz, ahogy az a 43. ábrán látható. Az egyenes végére tegyél nyilat. A nyíl ugyanazt jelenti, mint a számsor végén a három pont, a nyíl irányába a számok végtelenül növekednek. A nyíl a *számlálás irányát* mutatja, az O pont a félegyenes 0 kezdőpontját jelöli.



43. ábra

Figyeld meg a 43. ábrát. Láthatod, hogy az OX félegyenesen feltüntetett szomszédos pontok egy-egy olyan szakasz végpontjai, melyek egyenlők az egységnyi szakasszal. Valóban: $2 - 1 = 1$ (egység), ..., $7 - 6 = 1$ (egység), Tehát az OX félegyenesen megrajzoltál egy skálát, jelölted **a számlálás kezdőpontját, a számlálás irányát és osztásközét vagy egységét**. Egy osztásköz egy egységet jelöl és a hossza a választott egységnyi szakasz hossza. Célszerű a beosztások végpontjait kis vonallal ábrázolni (44. ábra).



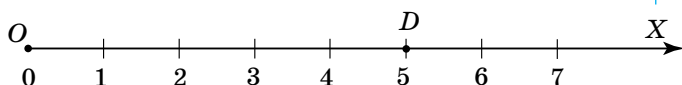
44. ábra.

Jegyezd meg!

A skálával ellátott félegyeneset száme egyenesnek nevezük.

A száme egyenes egy végtelen skála.

A 45. ábrán az OX száme egyenesen a D pont az 5-ös számot jelöli. Ez a szám a D pont koordinátája.



45. ábra

 Röviden így kell írni: $D(5)$. Olvasni: a D pont koordinátája 5.

 Mit mutat az OX számegeyenesen a D pont koordinátája? Az OD szakaszban lévő egységnyi szakaszok száma, ami ugyanaz, mint a D pont *távolsága* az O ponttól az OX számegeyenesen.



Figyeld meg!

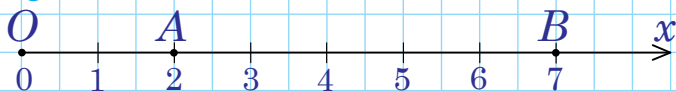
- 1) A számegeyenes mindegyik pontjának csak egy koordinátája van;
- 2) minél nagyobb a pont koordinátája, a pont annál messzebb van a számlálás kezdőpontjától.



Feladat. Határozd meg az A (2) és B (7) közötti távolságot!



Megoldás.



$$OA = 2 \text{ egység} \quad OB = 7 \text{ egység}$$

$$AB = OB - OA = 7 - 2 = 5 \text{ (egység).}$$

$$\text{Felelet: } AB = 5 \text{ egység.}$$



Figyeld meg!

Ahhoz, hogy meghatározd két pont távolságát a koordinátáik alapján, a nagyobbik koordinátából ki kell vonni a kisebbet.

Ezt az eljárást gyakran alkalmazzák a gyakorlatban. A 46. ábrán látható, hogyan határozzák meg egy törött végű vonalzóval egy kulcs hosszát.



46. ábra

☀ A vonalzó tekinthető-e számegyenesnek? Nem, mert a vonalzó véges és nem lehet rajta feltüntetni a természetes számsort.



47. ábra



48. ábra

A taneszközeid közül a vonalzó (47. ábra) egy véges skála. A nagy osztásköz 1 cm hosszú, a kisebb 1 mm.

Más skálákkal is találkozhatsz: a hőmérő (48. ábra), a sebességmérő (49. ábra), a mechanikus óra (50. ábra) skálájával.



49. ábra



50. ábra



51. ábra

☀ Skálának tekinthető-e az 51. ábrán látható óra kijelzője? Nem, mert nincsenek rajta beosztások.



Tudj meg többet!

1. A skála szó olasz eredetű, a *scala* szó jelentése lépcső.
2. Az egyik legősibb skálát az emberek a napóra készítése során hozták létre (52. ábra). Ez egy sík terepen elhelyezett számlapból áll, melynek kerülete mentén 12 vonás található (az állatövi jegyek számának megfelelően), közepén egy merőleges rúddal. Az égbolton elmozduló Nap járásának megfelelően mozgult el a rúd árnyéka is, így jelezve a pontos időt. A napóra legnagyobb hiányossága abban állt, hogy csak nappal és csak napos időben mutatta az időt.



52. ábra

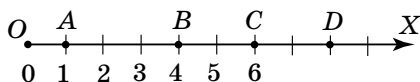
IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mi az egységnyi szakasz?
2. Mi a számegyenes?
3. Hogyan kell számegyenesest rajzolni?
4. Mit mutat a számegyenesen a pont koordinátája?
5. Hogyan kell feltüntetni egy pontot a számegyenesen a koordinátája alapján?
6. Hogyan kell meghatározni két pont távolságát koordinátáik alapján?
7. Mi a skála? Hozz fel példákat!

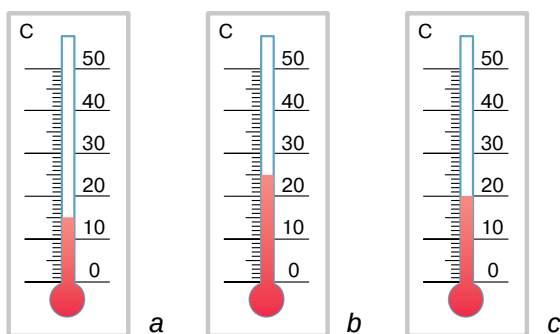


OLDD MEG A FELADATOKAT!

80. Az 53. ábra alapján nevezd meg:
- 1) a számlálás kezdőpontját;
 - 2) az egységnyi szakasznak megfelelő szakaszt;
 - 3) a B , C és D pontok koordinátáit!

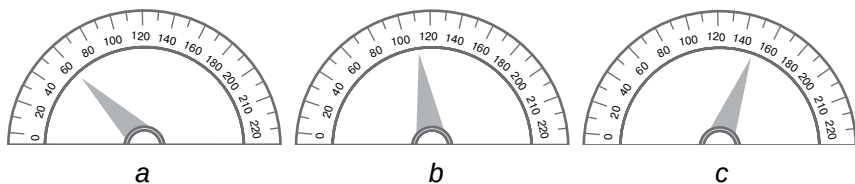


53. ábra



54. ábra

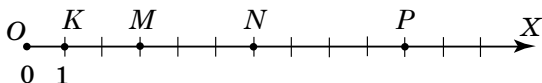
- 81°.** Az 54. *a*, *b*, *c* ábrán látható hőmérőkről olvasd le a levegő napi hőmérsékletét!
- 82°.** Nevezd meg a számegyenesen az $A(5)$ ponttól jobbra három pont koordinátáját és hármát a tőle balra állók közül!
- 83°.** Az 55. ábrán látható sebességmérőkről határozd meg, milyen sebességgel haladt a személygépkocsi!
- 84°.** Rajzolj egy számegyeneset! Egységnyi szakasznak válaszd a füzeted egy négyzetének oldalát! Jelöld ezen a számegyenesen az $A(0)$, $B(2)$, $C(5)$, $D(8)$, $K(9)$ és $E(12)$ pontokat! Nevezd meg a rajzon látható összes szakaszt, és határozd meg a hosszukat!
-  **85°.** Rajzolj egy számegyeneset! Egységnyi szakasznak válaszd a füzeted egy négyzetének oldalát! Jelöld ezen a számegyenesen az $M(1)$, $N(4)$, $F(6)$, $K(7)$, $L(10)$ és $P(11)$ pontokat! Nevezd meg a rajzon látható összes szakaszt, és határozd meg a hosszukat!
- 86°.** Rajzolj egy számegyeneset! Egységnyi szakasznak válaszd a füzeted 3 négyzetének oldalát. Jelöld ezen a számegyenesen az $M(1)$, $N(3)$, $K(4)$, $L(5)$ pontot!



55. ábra

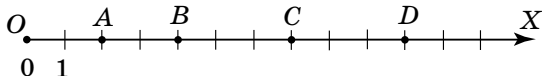
 **87°.** Rajzolj olyan számegyeneset, amelyen az egységnyi szakasz hossza 1 cm! Jelöld ezen a számegyenesen az $A(0)$, $B(2)$, $C(3)$, $D(5)$ pontokat!

88°. Határozd meg a pontok koordinátáit a számegyenesen (56. ábra)!



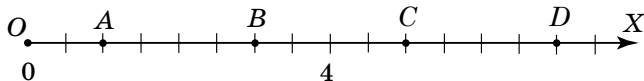
56. ábra

 **89°.** Határozd meg a pontok koordinátáit a számegyenesen (57. ábra)!



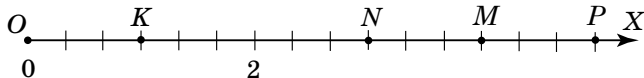
57. ábra

90°. Jelöld meg az 58. ábrán látható számegyenesen az egységnyi szakaszt, és határozd meg a feltüntetett pontok koordinátáit!



58. ábra

 **91°.** Jelöld meg az 59. ábrán látható számegyenesen az egységnyi szakaszt, és határozd meg a feltüntetett pontok koordinátáit!



59. ábra

92. Határozd meg az:

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) az $A(6)$ ponttól 2 egységre; | 3) a $C(2)$ ponttól 3 egységre; |
| 2) a $B(9)$ ponttól 4 egységre; | 4) az $N(12)$ ponttól 5 egységre lévő pont koordinátáját! |

 **93.** Határozd meg:

- 1) az $M(7)$ ponttól 1 egységre;
- 2) a $K(8)$ ponttól 8 egységre lévő pont koordinátáját!

94. Határozd meg az alábbi pontok közötti távolságot:

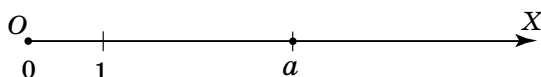
- 1) $A(4)$ és $B(9)$;
- 2) $C(2)$ és $D(12)$;
- 3) $M(23)$ és $N(45)$!

 **95.** Határozd meg az alábbi pontok közötti távolságot:

- 1) $A(6)$ és $N(11)$;
- 2) $B(14)$ és $M(20)$;
- 3) $C(34)$ és $K(52)$!

96. Rajzolj a füzetedbe egy 14 cm hosszú szakaszt! Az egyik végéhez a 0-t, a másikhoz a 14-es számot írd! Oszd fel a szakaszt 7 egyenlő részre! Nevezd meg az osztópontokhoz rendelhető számokat!

- 97*.** A 60. ábrán látható számegyenesen az 1-es és az a szám van feltüntetve. Rajzold át a számegyeneset a füzetedbe, és körző segítségével jelöld meg az $a + 1$; $a - 1$; $a + 2$; $2a$ pontokat!



60. ábra

- 98*.** Egy szöcske egy számegyenesen ugrál felváltva 6 egységet jobbra, majd 4 egységet balra. Érkezhet-e ez a szöcske néhány ugrás után a 10-es koordinátájú; a 11-es koordinátájú pontba, ha most a 2-es koordinátájú ponton áll? Válaszodat indokold!
- 99*.** Egy csiga nappal 4 m-t mászik felfelé a fán, éjjel viszont 2 m-t visszacsúszik. Hány nap alatt mászik fel a csiga egy 10 m magas fa tetejére?



GYAKORLATI PÉLDÁK

- 100.** Egy autóbusz útvonalának két végállomása az A és B megálló. Ha az A megállótól haladunk a B felé, akkor az *Iskola* a 4. megálló, ha B -től az A -ba, akkor az *Iskola* a 9. megálló. Összesen hány megálló van ezen az útvonalon?
- 101.** Egy polcon 15 könyv van. Ha balról jobbra számoljuk, akkor tizedik a matematikakönyv. Hányadik lesz a sorban ez a tankönyv, ha jobbról balra számolunk?



ISMÉTLŐ FELADATOK

- 102.** Számítsd ki szóban:

1) $18 + 17$;	2) $25 - 12$;	3) $9 \cdot 9$;	4) $30 : 2$;
$16 + 9$;	$81 - 41$;	$7 \cdot 11$;	$44 : 4$!

- 103.** Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $950 : 25 + 960 : 60$;	2) $(4528 - 4239) : 17 - 12$!
----------------------------	--------------------------------

- 104.** Határozd meg azt a két számot az óra számlapján, melyek:

- 1) egymással szemben vannak és összegük 12;
- 2) szomszédos számok és összegük 9!

- 105.** Alkoss feladatot, melynek megoldása a $2 \cdot 150 + 3 \cdot 475$ kifejezés!

4. §. SZÁMKIFEJEZÉSEK. EGYENLŐSÉGEK, EGYENLŐTLENSÉGEK. TERMÉSZETES SZÁMOK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

Négy alapműveletet már ismersz – az összeadást, kivonást, szorzást és osztást. Ahhoz, hogy felírjuk, milyen műveletet is kell elvégezni az adott számokkal, *számkifejezést* alkalmazunk. Például a $24 + 2$, $24 - 2$, $24 \cdot 2$, $24 : 2$ kifejezések számkifejezések.

Jegyezd meg!

Azokat a kifejezéseket, amelyek számokból, műveleti jelekből és zárójelekből állnak, *számkifejezéseknek* nevezzük.

A számkifejezés utal arra a műveletre, amit el kell végezni, de nem adja meg az eredményt.

A $24 + 2$ kifejezés 24 és 2 *összegét* jelöli.

A $24 - 2$ kifejezés 24 és 2 *különbségét* jelöli.

A $24 \cdot 2$ kifejezés 24 és 2 *szorzatát* jelöli.

A $24 : 2$ kifejezés 24 és 2 *hányadosát* jelöli.

A 24 és 2 számokat mindegyik esetben a *kifejezés tagjának* nevezzük.

Figyeld meg!

Egy számkifejezés elolvasásához először a számokat, majd a műveletet nevezzük meg!

A művelet elvégzése eredményeként kapott számot a *számkifejezés értékének* nevezzük. Például $24 + 2$ összege 26, szorzata pedig 48.

Ha egy számkifejezést összekapcsolsz az értékével, akkor *számegyenlőséget* kapsz. Például $24 + 2 = 26$, $24 \cdot 2 = 48$ számegyenlőségek.

Két számegyenlőség közé, melyek értéke azonos, *egyenlőségjel* tehető. Például: $24 + 2 = 13 \cdot 2$, $24 - 2 = 44 : 2$.

Jegyezd meg!

Számegyenlőségnek nevezzük két számkifejezés egyenlőségét, vagy egy számkifejezés és értékének az egyenlőségét.

 A $24 + 2$ és $24 \cdot 2$ kifejezések közé tehetsz-e egyenlőségjelet? Nem, mert ezen kifejezések értékei különbözők.

 Az előbb megfogalmazottakat a matematika nyelvén így írjuk le: $24 + 2 \neq 24 \cdot 2$. A „ $\neq$ ” jel azt jelenti, hogy a két kifejezés értéke nem egyenlő.



Figyeld meg!

- 1) A számegyenlőség az összehasonlításnak azt az eredményét jelöli, hogy két szám egyenlő;
- 2) a „ $\neq$ ” jelet tartalmazó kifejezés nem számegyenlőség.

Két különböző természetes szám közül az egyik mindig kisebb, mint a másik. Például 9 több, mint 4, és 4 kevesebb, mint 9.

 Így írjuk: $9 > 4$ vagy $4 < 9$. A „ $>$ ” és „ $<$ ” jelek nagyobb, kisebb jelek, melyeket *relációs jeleknek* nevezünk.

Relációs jellel két számkifejezés is összekapcsolható, ha ismeretes, melyik értéke a nagyobb és melyiké a kisebb. Például: $4 + 2 < 4 \cdot 2$.

Hasonlóképpen relációs jelet számkifejezés és szám közé is tehetsz. Például: $4 + 2 > 5$.

Jegyezd meg!

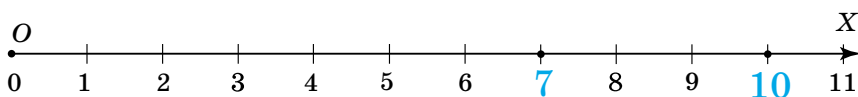
Ha két kifejezést vagy egy kifejezést és egy számot relációs jellel kapsz össze, akkor számegyenlőtlenséget kapsz.

 Száamegyenlőtlenség-e a $4 + 2 \neq 4 \cdot 2$ felírás. Nem, mert nem derül ki, hogy melyik kifejezés értéke több és melyiké kevesebb?

 Figgyeld meg!

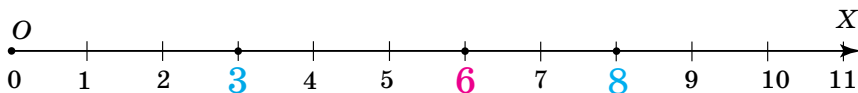
- 1) A száamegyenlőtlenség egy olyan összehasonlítás eredménye, amelyből kiderül, melyik szám a nagyobb és melyik a kisebb;
- 2) a „ $\neq$ ” jelet tartalmazó kifejezés nem száamegyenlőtlenség.

Két számot összehasonlíthatsz a száamegyenes segítségével is. Két szám közül az a nagyobb, amelyik messzebb van a számlálás kezdőpontjától, az origótól. A 61. ábrán látható száamegyenes vízszintes, ezért úgy is fogalmazhatunk a számok kölcsönös helyzetéről, hogy tőle *jobbra* vagy *balra* helyezkedik el. Láthatod, hogy a 10-es szám a 7-től jobbra van, ezért $10 > 7$ vagy $7 < 10$.



61. ábra

Figgyeld meg a 62. ábrát. Láthatod, hogy a 6-os szám a 3 és 8 között helyezkedik el. Ez azt jelenti, hogy $6 > 3$ és $6 < 8$. A matematika nyelvén ezt *kettős egyenlőtlenségként* írhatjuk le: $3 < 6 < 8$. A 3 és 8 a kettős egyenlőtlenség *külső tagjai*, a 6 *középső tagja*.



62. ábra



A $3 < 6 < 8$ kettős egyenlőtlenséget a középről kezdjük olvasni: 6 több, mint 3 és kisebb, mint 8.

A 62. ábrán láthatod, hogy a 3 és a 8 között más természetes szám is van. Ez a 4, az 5 és a 7. Tehát a 3 és 8 esetében az alábbi kettős egyenlőtlenségek is igazak:

$$3 < 4 < 8; \quad 3 < 5 < 8; \quad 3 < 7 < 8.$$

Többjegyű számok összehasonlításakor célszerű néhány szabályt alkalmazni. Figyeld meg az alábbi példákat.



Feladat. Hasonlítsd össze az alábbi számokat:

1) 96 és 830; 2) 3574 és 3547!

▶ **Megoldás.** 1. A 96 kétjegyű szám, a 830 háromjegyű, ezért $96 < 830$.

2. A 3574 és 3547 is négyjegyű, ezért ezeket a számokat helyérték szerint kell összehasonlítani. Írd egymás alá a két számot: 3574
3547!

Mind a két számban 3 ezres és 5 százaz van. Viszont az első számban 7 tízes, míg a másodikban 4. Ezért az első szám a nagyobb: $3574 > 3547$.

Jegyezd meg!

Többjegyű számok összehasonlításának szabályai.

1. Két többjegyű szám közül az a nagyobb, melynek felírásában több számjegy van.
2. Ha két többjegyű szám egyenlő számú számjegyet tartalmaz, akkor közülük az a nagyobb, amelyikben a legnagyobb helyi értékű számjegy alaki értéke nagyobb. Ha a legnagyobb helyi értékű számjegyek alaki értéke egyenlő, akkor összehasonlítjuk a kisebb helyi értékű számjegy alaki értékét stb.



Tudj meg többet!

1. Az egyenlőség „=” jelet 1557-ben Robert Recorde angol matematikus vezette be, egyes források szerint Leibniz. Robert Record szerint az egyenlőséget semmi más nem jelölheti jobban, mint két egyenlő hosszúságú párhuzamos szakasz. Előtte a matematikusok több más jelet is használtak. Például Diophantosznál ógörög matematikus, a görög ι, egyenlő szó első betűjét használta. Az indiai és arab matematikusok, de sok európai matematikus is a XVII. századig kiírta az *est egale* szót. Rafael Bombelli (1572) az egyenlőség jelölésére az *aequalis* latin szó első betűjét használta, melynek jelentése szintén egyenlő.

- ## IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

-

1) $64 < 80 < 91$; 3) $254 < 255 < 256$;
2) $304 < 381 < 392$; 4) $99 < 100 < 101$!
Nevezd meg a külső és középső tagokat!

111°. Nevezd meg a 342-nél nagyobb háromjegyű számok közül a legkisebbet és a legnagyobbat! Nevezd meg a 342-nél kisebb háromjegyű számok közül a legkisebbet és a legnagyobbat!

112°. Írd le az alábbi számkifejezéseket, és határozd meg az értéküket:

- 1) 152-nek valamint 45 és 21 szorzatának az összege;
- 2) 245 valamint 197 összegének és 45-nek a különbsége;
- 3) 452 valamint 148 összegének és 12-nek a szorzata;
- 4) 625-nek valamint 100 és 75 különbségének a hányadosa!



113°. Írd le az alábbi számkifejezéseket, és határozd meg az értékét:

- 1) 28 valamint 15 szorzatának és 120-nak az összege;
- 2) 35-nek valamint 506 és 468 különbségének a szorzata!

114°. Oldd meg az alábbi feladatot kifejezéssel!

Az AB szakasz hossza 15 cm. A CD szakasz 3-szor rövidebb az AB szakasznál. Határozd meg az MN szakasz hosszát, ha az egyenlő az AB és CD szakaszok különbségével!



115°. Oldd meg az alábbi feladatot kifejezéssel!

Az AB szakasz hossza 5 cm. A CD szakasz 2-szer hosszabb az AB szakasznál. Határozd meg az MN szakasz hosszát, ha az egyenlő az AB és CD szakaszok összegével!

116°. Írd le az alábbi számegyenlőtlenségeket:

- 1) 25 kisebb 72-nél;
- 2) 56 nagyobb, mint 43;
- 3) 38 nagyobb, mint 12, de kisebb, mint 60!

Hogyan helyezkednek el ezek a számok a számegyenesen?

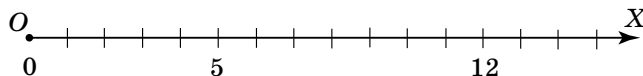


117°. Írd le az alábbi számegyenlőtlenségeket:

- 1) 30 kisebb 53-nál;
- 2) 124 nagyobb 95-nél;
- 3) 201 nagyobb, mint 200, de kisebb, mint 202;
- 4) 67 nagyobb, mint 45, de kisebb, mint 102!

Hogyan helyezkednek el ezek a számok a számegyenesen?

118°. Nevezd meg azt a számot (lásd 63. ábra), amely 1) az 5-től 5 egységgel balra van; 2) az 5-től 4 egységgel jobbra van; 3) 5 és 12 között van! Írd le a megfelelő számegyenlőtlenségeket!



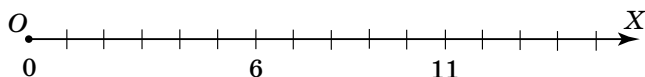
63. ábra

 **119°.** A 64. ábrán látható számegyenes alapján nevezd meg azt a számot, amely

1) a 6-tól 4 egységgel jobbra van;

2) 6 és 11 között van!

Írd le a megfelelő számeqyenlőtlenségeket!



64. ábra

120°. Hasonlítsd össze:

1) 20 cm és 25 cm;

3) 1 m és 100 cm;

2) 50 cm és 50 mm;

4) 12 dm és 24 cm!

 **121°.** Hasonlítsd össze:

1) 45 perc és 15 perc;

3) 60 perc és 1 óra;

2) 15 perc és 15 másodperc;

4) 75 perc és 1 óra!

122°. Tedd ki a megfelelő relációs jelet:

1) 345 és 2 354;

3) 120 980 és 128 900;

2) 2 456 és 2 465;

4) 15 999 és 16 001!

 **123°.** Tedd ki a megfelelő relációs jelet:

1) 2 390 és 987;

3) 178 099 és 200 000;

2) 25 756 és 25 134;

4) 5 000 000 és 3 111 111!

124°. Rendezd növekvő sorrendbe az alábbi számokat:

346, 10 087, 34, 99 456, 43, 10 098, 200 000!

 **125°.** Rendezd csökkenő sorrendbe az alábbi számokat:

1256, 88, 167, 40 256, 809, 340 340, 560 000!

126. Írj három olyan számkifejezést, melyek értéke 25!

127. Írj olyan tetszőleges számkifejezést, melyben a műveletek sorrendje:

1) összeadás, szorzás és kivonás;

2) szorzás, összeadás, osztás és kivonás!

128. Melyik az a * helyére írható legnagyobb természetes szám, mellyel igaz a következő egyenlőtlenség:

1) $* < 17$;

2) $* < 14$?

Hogyan helyezkednek el ezek a számok a számeqyenesen?

 **129.** Melyik az a * helyére írható legkisebb természetes szám, mellyel igaz a következő egyenlőtlenség:

1) $* < 75$;

2) $* > 56$?

Hogyan helyezkednek el ezek a számok a számeqyenesen?

130. Mely természetes számok kerülhetnek a * helyére, hogy az alábbi kettős egyenlőtlenségek igazak legyenek?

1) $238 < * < 241$;

2) $19\,090 < * < 19\,100$.

131*. Össze lehet-e hasonlítani az alábbi számokat, ha minden csillag egy számjegyet helyettesít:

1) 37^{**} és 39^{**} ;

3) 5^{**} és 9^{**} ;

2) 1^{***} és 9^{**} ;

4) 292^{**} és $2 \cdot 099$?

Válaszodat indokold!

132*. Anna 2 fagyaltot és 1 süteményt vásárolt. Fizetett érte 4 hrivnya 50 kopijkát. Két sütemény és egy fagyalt ára 6 hrivnya lenne. Mennyibe kerül 1 sütemény? Mennyit kell fizetni 1 fagyaltért?

133*. *Ősrégi feladat.* Egy kereskedő az egyik vásárlónak 10 almát, 5 körtét és 1 citromot 1 hrivnya 10 kopijkáért adott el. Ugyanilyen árak mellett egy másik vásárló 10 almáért, 3 körtéért és 1 citromért 78 kopijkát fizetett. Egy harmadik vásárlónak pedig 2 körte és 1 citrom 22 kopijkába került. Mennyi az alma, a körte és a citrom ára?



GYAKORLATI PÉLDÁK

134. Demeter idősebb Lászlónál, de fiatalabb Szilárdnál. Sándor a legidősebb. Nevezd meg a fiúkat a legfiatalabbtól a legidősebbig!

135. Hasonlítsd össze!

1) Mi fárasztóbb: lefutni 1 km-t vagy 1000 m-t?

2) Mi nehezebb: felemelni 5 kg-ot vagy 500 grammot?

3) Mi tart tovább: 2 órát vagy 100 percet várakozni?



ISMÉTLŐ FELADATOK

136. Számítsd ki szóban! Milyen számot kell írni az utolsó láncszembe?

1) $100 : 10 \rightarrow \bigcirc + 14 \rightarrow \bigcirc \cdot 2 \rightarrow \bigcirc + 12 \rightarrow \boxed{?}$

2) $24 : 8 \rightarrow \bigcirc + 29 \rightarrow \bigcirc \cdot 2 \rightarrow \bigcirc - 50 \rightarrow \boxed{?}$

137. Számítsd ki:

1) $10\,486 : (455 - 357) + 49 \cdot 12$;

2) $(52 \cdot 15 + 120) - 840 : 12$!

138. Tímeának 14 cukorkája van, Marikának 4-gyel kevesebb, Zsófiának 2-szer több mint Marikának. Hány cukorkájuk van a lányoknak összesen?

139. Egy turistacsoport három nap alatt 48 km-t tett meg. Első nap 8 km-t, második nap autóbusszal 3-szor hosszabb utat, mint az első nap. Hány kilométert tettek meg a turisták a harmadik napon?

5. §. A SZÖGEK ÉS A SZÖGMÉRÉS

Figyeld meg a 65. ábrát! Két egyenes ösvényt láatsz, melyek egy fatuskótól indulnak ki. Az ösvények egy közös kezdőpontból – a fatuskóból – kiinduló félegyenesekre emlékeztetnek. E példa alapján elképzelést alkothatsz a *szögről* (66. ábra).



65. ábra

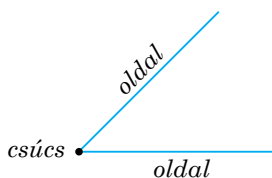


66. ábra

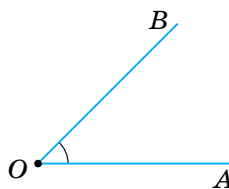
Jegyezd meg!

Azt a mértani alakzatot, melyet az egy pontból kiinduló két félegyenes alkot, *szögnek* nevezzük.

A félegyeneseket a *szög oldalainak*, a közös kezdőpontot a *szög csúcsának* nevezzük (67. ábra).



67. ábra



68. ábra

A 68. ábrán egy olyan szöget látsz, melynek az O pont a csúcsa, szárai pedig az OA és OB félegyenések.

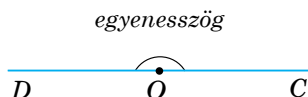
Jelölése: $AOB\angle$ ($BOA\angle$). A „ $\angle$ ” jel a szög szót helyettesíti. A szög egy betűvel is jelölhető, a csúcs megnevezésével: $O\angle$.



Figyeld meg!

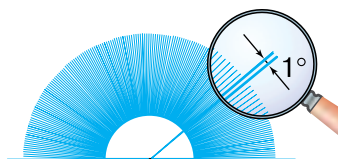
Ha egy szöget három betűvel jelölünk, akkor a középső betű mindig a csúcs betűjele.

Figyeld meg a 69. ábrát! A DC egyenesen megjelöltek egy O pontot, miáltal két, OC és OD félegyenest kaptak. Mivel a két félegyenestnek egy közös O kezdőpontja van, ezért ezek is szöget alkotnak. Az így keletkezett szöget $DOC\angle$ jelöljük, és *egyenesszögnek* nevezzük.



69. ábra

Már tudod, hogy a szakaszt hosszúsága jellemzi. Ugyanígy a szögnek is van *mértéke*. Ahhoz, hogy szöget mérjünk, definiálni kell a szögmérés egységét – az *egységnyi szöget*. A leggyakrabban ez úgy történik, hogy az egyenesszöget 180 egyenlő részre osztják (70. ábra) és egy ilyen részt fogadnak el egységnyinek. A szöget *fokokban* mérjük.



70. ábra



Az 1 fok jelölése: 1° .

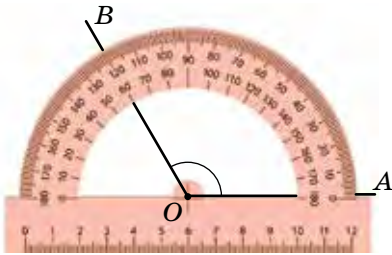
Minden szöghöz egyértelműen hozzárendelhető a *fokmérték*.



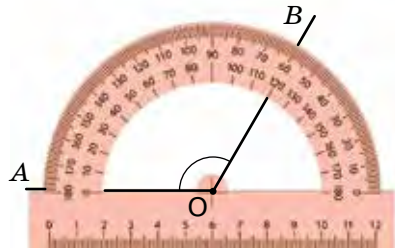
Mekkora az egyenesszög fokmértéke? 180° , mivel $180 \cdot 1^\circ = 180^\circ$.

Szöget *szögmérővel* mérünk (71., 72. ábra). Láthatod, hogy a szögmérőn két skála van – külső és belső. Az egyik

skálán a számok az óramutató járásával ellenkező irányban növekednek, a másikon a mutató járásával megegyező irányban. A 71. és 72. ábra azt mutatja, hogyan kell megmérni az AOB szöget a szög szárainak elhelyezkedésétől függően. Mind a két esetben az $AOB\angle$ fokmértéke 120° .



71. ábra



72. ábra



Röviden így olvassuk: az $AOB\angle$ 120° -os, és így írjuk: $AOB\angle = 120^\circ$.



1. feladat. Vonalzóval és szögmérővel rajzolj egy 65° -os BCD szöget!



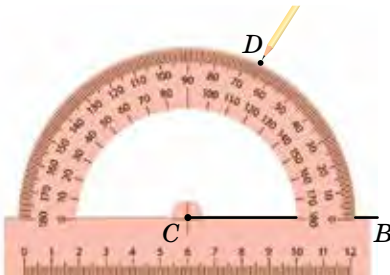
Megoldás. Jelölj ki egy C pontot, a szög csúcsát (73. ábra). Húzz egy CB félegyenest (74. ábra). Szögmérővel jelöld ki a D pontot, melyre illeszkedni fog a 65° -os BCD szög CD szára (75. ábra). Húzd meg a CD félegyenest (76. ábra).

$C \cdot$

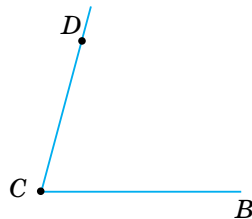
73. ábra

$C \cdot \text{-----} B$

74. ábra



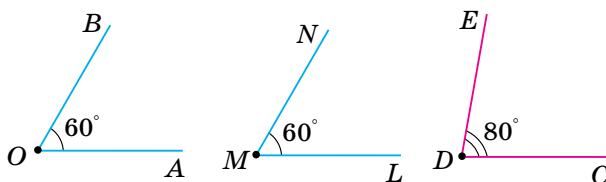
75. ábra



76. ábra

A szögeket fokmértékük alapján hasonlítjuk össze. A 77. ábrán láthatod, hogy $AOB\angle = 60^\circ$ és az $LMN\angle = 60^\circ$, ezért az $AOB\angle$ és $LMN\angle$ szögek egyenlők. A CDE szög 80° -os, ezért nagyobb az AOB szögnél. Ennek megfelelően az AOB szög kisebb a CDE szögnél.

Így írjuk: $AOB\angle = LMN\angle$, $CDE\angle > AOB\angle$, $AOB\angle < CDE\angle$. A rajzokon az egyenlő szögeket azonos számú ívekkel jelöljük (lásd 77. ábra).



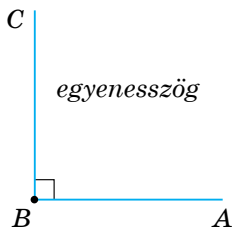
77. ábra

A szakaszokhoz hasonlóan a szögeket is össze lehet hasonlítani az egymásra *helyezés módszerével*.

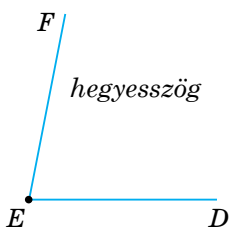
Jegyezd meg!

1. Az egyenlő szögek fokmértéke egyenlő.
2. Két szög közül az a nagyobb, amelyiknek a fokmértéke nagyobb.

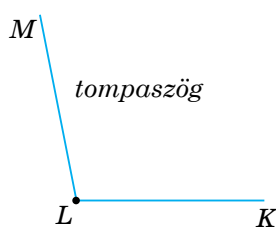
Az egyenesszögnél kisebb szögnek három fajtája van: derék-, hegyes- és tompaszög. A 90° -os szöget *derékszögnek* nevezzük (78. ábra). A 90° -os szögnél kisebb szöget *hegyesszögnek* (79. ábra), a 90° -os szögnél nagyobb szöget *tompaszögnek* (80. ábra) nevezzük.



78. ábra



79. ábra



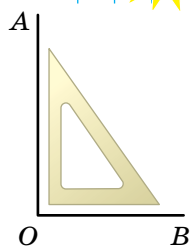
80. ábra

A rajzokon a derékszög jele „ $\square$ ”.

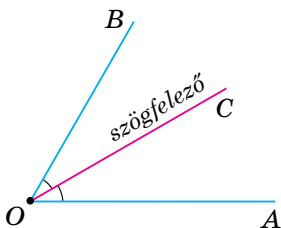
Derékszöget derékszögű vonalzóval rajzolhatunk (81. ábra).

Ha egy külön lapra egy tetszőleges szöget rajzolunk, majd a lapot kettéhajtjuk úgy, hogy a szög szárai illeszkedjenek, fedjék egymást, akkor a hajtásvonal a szög olyan *belső félegyenese*, ami a szöget két egyenlő részre osztja. Ezt a félegyenest *szögfelezőnek* nevezzük. A 82. ábrán egy AOB szög látható és szögfelezője az OC félegyenes. Az AOC és COB szögekre, melyekre az OC szögfelező osztotta az AOB szöget teljesül az alábbi egyenlőség:

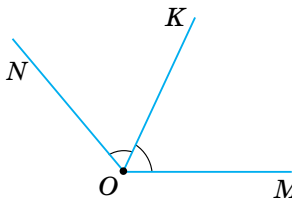
$$AOC\angle = COB\angle.$$



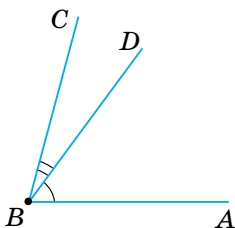
81. ábra



82. ábra



83. ábra



84. ábra

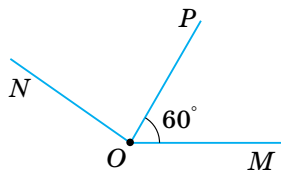
2. feladat. $MON\angle = 130^\circ$. Az OK félegyenes szögfelező (83. ábra). Mekkora az MOK szög?

Megoldás. Mivel az OK szögfelező, ezért $MOK\angle = KON\angle = MON\angle : 2 = 130^\circ : 2 = 65^\circ$.

Az ABC szög B csúcsából meghúztak egy tetszőleges BD belső félegyenest (84. ábra). Ez a félegyenes a szöget két részre osztotta: az ABD és DBC szögre. Ezek a szögek kisebbek, mint az ABC szög, viszont összegük egyenlő az ABC szöggel. Tehát $ABC\angle = ABD\angle + DBC\angle$. Az $ABD\angle$ és $DBC\angle$ az $ABC\angle$ részei.

3. feladat. Az OP félegyenes az MON szög egyik belső félegyenese (85. ábra). Mekkora a PON szög, ha $MON\angle = 145^\circ$ és $MOP\angle = 60^\circ$.

Megoldás. Mivel $MON\angle = MOP\angle + PON\angle$, ezért $PON\angle = MON\angle - MOP\angle$. Innen $PON\angle = 145^\circ - 60^\circ = 85^\circ$.



85. ábra



Figyeld meg!

- 1) A szög fokmértéke egyenlő a részei fokmértékeinek összegével;
- 2) a szögfelező a szöget két egyenlő részre osztja.



Tudj meg többet!

1. A szög jelét „ $\angle$ ” Pierre Varignon vezette be a XVII. században.
2. A fok szó eredete a latin *gradus*, ami lépcsőt vagy lépést jelent. Először a fok szót Ptolemaiosz (Kr. e. 178–100) ógörög matematikus használta. Ő a teljes kört osztotta fel 360 egyenlő részre. A fok mai jelölését, a „ $^\circ$ ” jelet a francia Jacques Pelletier du Mans vezette be 1558-ban.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Mi a szög? Mi a szög csúcsa? Mi a szög szára?
2. Hogyan jelöljük a szögeket?
3. Mi a szög mértékegysége? Mi az egységnyi szög?
4. Mire használható a szögmérő? Hogyan kell szögmérővel szöget mérni?
5. Hogyan kell adott nagyságú szöget rajzolni?
6. Hány fokos az egyenesszög? A derékszög?
7. Melyik szöget nevezzük hegyesszögnek? Tompaszögnek?
8. Mely szögek egyenlők?
9. Mi a szögfelező?
10. Hogyan kell meghatározni egy szög fokmértékét, ha ismeretes részei fokmértéke?



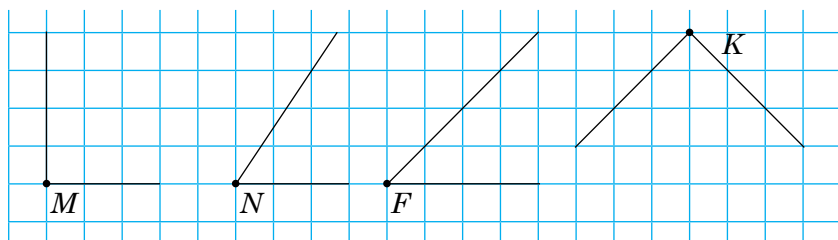
OLDD MEG A FELADATOKAT!

- 140°.** Nevezd meg a 86. ábrán látható szögeket! Melyik szög: 1) egyenes; 2) derék; 3) hegyes; 4) tompa?



86. ábra

141°. Nevezd meg a 87. ábrán látható szögek közül az egyenlőket!

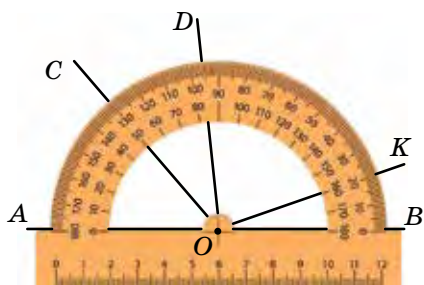


87. ábra

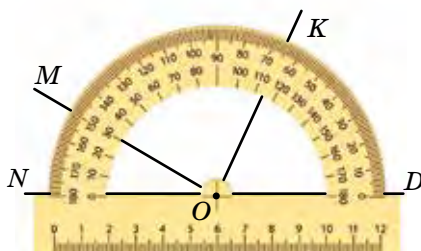
142°. Ilonka a szöget így határozta meg: „Azt az alakzatot, melyet két félegyenes alkot, szögnek nevezzük.” Jó jegyet kapott-e Ilonka?

143°. Hány szög látható a 88. ábrán? Határozd meg az összes szög fokmértékét! Jegyezd le a füzetedbe!

 **144°.** Hány szög látható a 89. ábrán? Határozd meg az összes szög fokmértékét! Jegyezd le a füzetedbe!



88. ábra



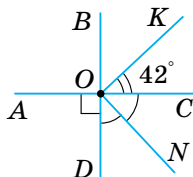
89. ábra

145°. Határozd meg a 90. ábrán látható szögek nagyságát, ha $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA$:

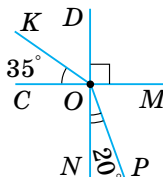
- 1) $\angle AOB$; 2) $\angle AOK$; 3) $\angle NOD$; 4) $\angle KON$!

 **146°.** Határozd meg a 90. ábrán látható szögek nagyságát, ha $\angle COD = \angle DOM = \angle MON = \angle NOC$:

- 1) $\angle KOD$; 2) $\angle KOM$; 3) $\angle MOP$; 4) $\angle COP$!



90. ábra



91. ábra

147°. Rajzolj egy 1) 25° -os; 2) 120° -os; 3) 40° -os; 4) 90° -os szöget!



148°. Rajzolj egy 1) 30° -os; 2) 150° -os; 3) 65° -os; 4) 170° -os szöget!

149°. Hány fokos szöget ír le a 92. ábrán látható óra percmutatója:

1) 5 perc; 2) 15 perc; 3) 20 perc; 4) 30 perc alatt?

150°. Hány fokos szöget zár be az óra kis- és nagy-mutatója:

1) 2 óraker; 2) 3 óraker; 3) 5 óraker; 4) 6 óraker?



92. ábra

151°. Húzd meg annak a szögnek a szögfelezőjét, melynek a fokmértéke:

1) 70° ; 2) 160° ; 3) 90° !



152°. Húzd meg annak a szögnek a szögfelezőjét, melynek a fokmértéke:

1) 50° ; 2) 120° ; 3) 150° !

153°. Húzz egy OM félegyenest! A félegyenestől az egyik oldalra mérj fel egy 45° -os MON szöget, a másikra pedig egy 65° -os MOK szöget! Mekkora az NOK szög?

154. Rajzolj két szöget közös szárral úgy, hogy:

1) egyenesszöget kapj;
2) ne egyenesszöget kapj!

Lehetnek-e ezek a szögek egyenlők? Válaszodat indokold!

155. Hogyan lehet papírból 45° -os szöget hajtogatni? Magyarázd el!

156. A BD félegyenese az ABC szög szögfelezője. Mekkora:

1) a $DBC\angle$, ha $ABC\angle = 150^\circ$; 2) az $ABC\angle$, ha $ABD\angle = 28^\circ$?



157. Az OK félegyenese az $AOB\angle$ szögfelezője. Mekkora:

1) az $AOK\angle$, ha $AOB\angle = 70^\circ$; 2) $AOB\angle$, ha $KOB\angle = 55^\circ$?

158. Az OB félegyenese az AOC szög egyik belső félegyenese. Mekkora:

1) az $AOC\angle$, ha $AOB\angle = 38^\circ$ és $BOC\angle = 44^\circ$;
2) az $AOB\angle$, ha $AOC\angle = 124^\circ$ és $BOC\angle = 33^\circ$;
3) a $BOC\angle$, ha $AOC\angle = 62^\circ$ és $AOB\angle = 20^\circ$?



159. Az ON félegyenese az $MOK\angle$ egyik belső félegyenese. Mekkora:

1) az $MOK\angle$, ha $MON\angle = 71^\circ$ és $NOK\angle = 56^\circ$;
2) az $NOK\angle$, ha $MOK\angle = 94^\circ$ és $MON\angle = 57^\circ$?

160. Egy derékszöget belső félegyeneseikkel egyenlő részekre osztottak. Mekkora a keletkezett szögek, ha:

- 1) 2; 3) 3; 3) 5 részre osztották?

 **161.** Egy egyenesszöget belső félegyeneseikkel egyenlő részekre osztottak. Mekkora a keletkezett szögek, ha:

- 1) 2; 3) 4; 3) 6 részre osztották?

162. Egy 20° -os és egy 60° -os szögnek közös szára van. Hány fős szöget zár be a nagyobbik szög szögfelezője a közös szárral? Vizsgálj két lehetőséget!

163*. Az AOD egyenesszög csúcsából meghúzták az OB és OC belső félegyeneseiket. Mekkora az AOB szög, ha a $BOC\angle = 90^\circ$ és $AOB\angle = COD\angle$?

164*. Szabolcséknak olyan ingaórájuk van, amely minden egész óra-
kor üt. Mikor a kisfiú hazaérkezett az iskolából, az óra mutatói tompaszöget zártak be. Pontosan egy fél óra múlva az óra ütött, és ekkor az óra mutatói már derékszöget zártak be. Mikor érkezett haza Szabolcs az iskolából?

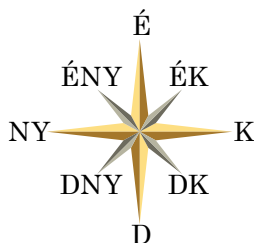


GYAKORLATI PÉLDÁK

165. Keress az osztályteremben egyenes- és derékszöget!

166. Határozd meg az égtájak közötti szöget (93. ábra):

- 1) dél és kelet;
- 2) dél és észak;
- 3) dél és nyugat;
- 4) észak és északnyugat;
- 5) nyugat és délnyugat;
- 6) kelet és észak;
- 7) kelet és északnyugat;
- 8) északnyugat és délkelet!



93. ábra



ISMÉTLŐ FELADATOK

167. Számítsd ki szóban:

- 1) $(404 - 104) : 3 + 12 \cdot 1$; 2) $(146 + 54) : 100 \cdot 9 - 18!$

168. Számítsd ki:

- 1) $20 + 1035 : 23 - 595 : 35$; 2) $125 \cdot 8 - 36 \cdot 25 + 40 \cdot 15!$

169. Alkoss feladatot a $650 - (150 + 150 : 2)$ kifejezés alapján!

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

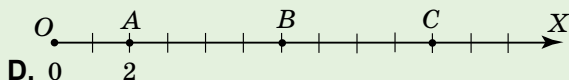
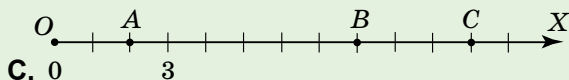
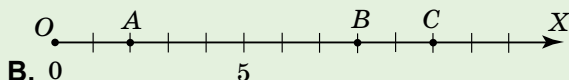
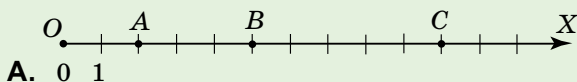
1. Mely számok a természetes számok?
2. Nevezd meg a legkisebb természetes számot! Létezik-e legnagyobb természetes szám?
3. Magyarázd el, mi a különbség a számjegy és a szám között!
4. Miért nevezzük tízes alapú számrendszernek az általunk használt számrendszert?
5. Mi a helyértékes írásmód?
6. Nevezd meg növekvő sorrendben 4 osztály nevét!
7. Mi a félegyenes? Mi a félegyenes kezdőpontja?
8. Mi a szakasz? Mik a szakasz végpontjai?
9. Mit jelent meghatározni a szakasz hosszát?
10. Hogyan kell meghatározni egy szakasz hosszát, ha ismerjük a részei hosszát?
11. Hogyan kell összehasonlítani két szakaszt? Mely szakaszok egyenlők?
12. Mi a számegyenes? Hogyan kell számegyenest rajzolni?
13. Hogyan kell feltüntetni adott koordinátájú pontot a számegyenesen?
14. Mi a számkifejezés? Mit nevezünk a számkifejezés értékének?
15. Mi a számegyenlőség? Mit mutat a számegyenlőség?
16. Mi a számegyenlőtlenség? Hogyan kell leírni a kettős egyenlőtlenséget?
17. Magyarázd el, hogyan lehet számegyenes segítségével összehasonlítani a számokat?
18. Hogyan kell többjegyű számokat összehasonlítani?
19. Mi a szög? Hogyan jelöljük a szögeket? Mi a szögmérés mértékegysége?
20. Mire használható a szögmérő? Magyarázd el, hogyan kell használni a szögmérőt!
21. Hogyan kell adott nagyságú szöget rajzolni?
22. Milyen fajtájú szögeket ismersz? Nevezd meg fokmértéküket!
23. Mely szögek egyenlők?
24. Mi a szögfelező?
25. Hogyan kell meghatározni egy szög fokmértékét, ha ismert a részei fokmértéke?

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

TESZTFELADATOK

Figyelmesen olvasd el a feladatokat, és a felajánlott válaszok közül válaszd ki a helyeset! A tesztfeladatok végrehajtására 10–15 perc áll rendelkezésedre.

- 1°. Válaszd ki a nyolcmillió-ötvenhatezer szám számjegyekkel leírt alakját!
A. 8 000 056. **B.** 800 056. **C.** 8 056 000. **D.** 8 560 000.
- 2°. Adott az $A(2)$, $B(8)$ és $C(10)$ pont. Melyik száme egyenesen van helyesen ábrázolva az A , B és C pont?



- 3°. Válaszd ki az igaz egyenlőtlenséget!
A. $101 < 99$. **C.** $235\,550 < 235\,509$.
B. $3\,478 > 3\,487$. **D.** $4\,215\,100 > 4\,215\,099$.
4. A K pont az MN szakaszt MK és KN szakaszokra osztja. $MN = 40$ mm, $KN = 3$ cm. Mekkora az MK szakasz hossza centiméterben?
A. 7 cm. **B.** 10 cm. **C.** 1 cm. **D.** 43 cm.
- 5°. $\angle AOB = 140^\circ$. Az OC félegyenes az $\angle AOB$ -re, az OK félegyenes pedig az $\angle AOC$ -re szögfelezője. Mekkora a $\angle KOB$ szög?
A. 35° . **B.** 70° . **C.** 95° . **D.** 105° .

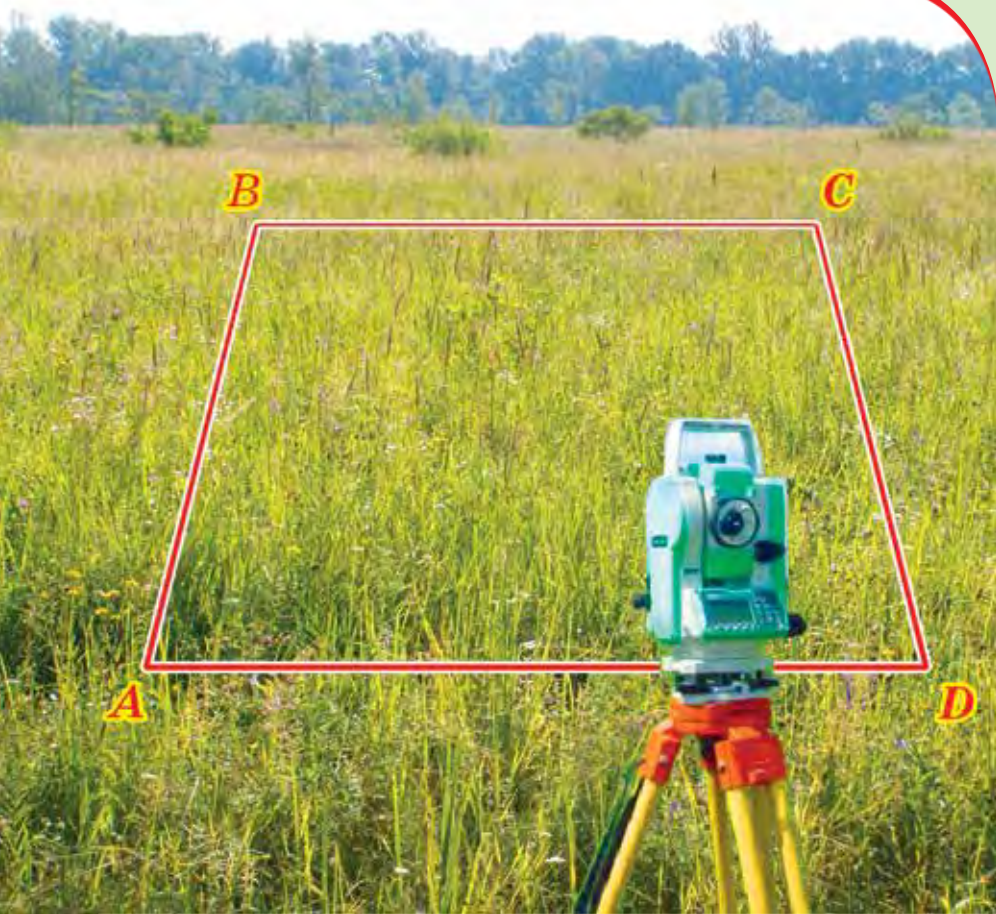
2.

FEJEZET

ALACSONYABB RENDŰ MŰVELE- TEK TERMÉSZETES SZÁMOKKAL

A fejezetből választ kaptok az alábbiakra:

- ☀ mi a betűkifejezés, és hogyan kell felírni;
- ☀ hogyan kell a képleteket alkalmazni;
- ☀ milyen tulajdonságai vannak a természetes számok összeadásának és kivonásának;
- ☀ mi a sokszög és mi a kerülete;
- ☀ mit nevezünk egybevágó alakzatoknak;
- ☀ milyen tulajdonságai vannak a téglalapnak és a négyzetnek;
- ☀ mi a háromszög, milyen fajtái és milyen tulajdonságai vannak;
- ☀ hogyan alkalmazható a gyakorlatban az elsajátított tananyag.



6. §. BETŰKIFEJEZÉSEK. KÉPLETEK

Már tudod mi a számkifejezés. Tudsz számkifejezést felírni, meghatározni az értékét. De hogyan lehet felírni, milyen messze laknak az iskolától osztálytársaid? Van aki 200 méterre, van aki 500 m-re és van aki 1000 méterre. Ahhoz, hogy ezt általános alakban fel tudjuk írni, helyettesítsük a számadatokat betűvel, mondjuk a -val. Akkor elmondhatjuk, hogy az osztálytársak az iskolától a méterre laknak.



1. feladat. Szabolcs 100 méterrel messzebb lakik az iskolától, mint Orsolya, Marika viszont kétszer messzebb, mint Szabolcs. Hány méterre lakik az iskolától Marika?



Megoldás. Jelöljük a -val az iskola és Orsolyák háza közötti távolságot, akkor Szabolcs $a + 100$ méterre lakik az iskolától, Marika pedig $(a + 100) \cdot 2$ méterre.

Ebben a feladatban a megoldást az a , $a + 100$, $(a + 100) \cdot 2$ kifejezések adják meg. Ezek a kifejezések nem számkifejezések. Ezek a kifejezések *betűkifejezések*.

Jegyezd meg!

Betűkifejezéseknek nevezzük azokat a kifejezéseket, melyekben betűk, számok, zárójelek és műveleti jelek vannak.

Azokat a betűkifejezéseket melyekben számok és betűk, több betű vagy betűk és betűkifejezések szorzata van, mint például $2 \cdot a$, $a \cdot b$, $(a + b) \cdot c$, rövidebben is írható a szorzás jele nélkül: $2a$, ab , $(a + b)c$.

A betűkifejezésekben a betűk helyettesíthetők számokkal. Ebben az esetben számkifejezést kapunk. Tehát egy betűkifejezés értéke akkor határozható meg, ha a betűknek értékeket adunk. Például az előző feladatban, ha ismeretes, hogy Orsolya 300 méterre lakik az iskolától, akkor: $a = 300$, $a + 100 = 300 + 100 = 400$, $(a + 100) \cdot 2 = (300 + 100) \cdot 2 = 800$. Így Szabolcs 400 méterre, Marika pedig 800 méterre lakik az iskolától.

☀️ Megváltozik-e a kifejezés értéke, ha megváltozik az a értéke? Igen.



Figyeld meg!

A betűkifejezés értéke függ a benne szereplő betűk értékétől.

A számok közötti legfontosabb összefüggéseket, tulajdonságait betűkifejezésekkel, egyenlettel, esetleg egyenlőtlenséggel lehet leírni.

Már tudod, hogy a természetes számsorban két szomszédos szám különbsége egy. Ha egy természetes számot például n -nel jelölünk, akkor az $n + 1$ betűkifejezés azt mutatja, hogyan kapjuk az n szám rákövetkezőjét: az adott számhoz hozzá kell adni egyet. Egy másik példa, ha a megtett utat s -sel, az időt t -vel és a sebességet v -vel jelöljük, akkor felírható az

$$s = vt$$

egyenlőség.

A felsőbb osztályokban majd megismerkedsz az egyenlőtlenségekkel is.

Az ilyen betűkifejezéseket, egyenlőségeket, egyenlőtlenségeket *képleteknek* nevezzük. Például az $n + 1$ kifejezés a *rákövetkező természetes szám képlete*: ha $n = 5$, akkor $n + 1 = 5 + 1 = 6$; ha $n = 11$, akkor $n + 1 = 11 + 1 = 12$ és így tovább. Az $s = vt$ *képlet a megtett út képlete*. Azt mutatja, hogyan függ a megtett út a ráfordított időtől és sebességtől: ha $v = 60$ km/óra és $t = 2$, akkor $s = vt = 60 \cdot 2 = 120$ (km); ha $v = 80$ km/óra és $t = 3$, akkor $s = vt = 80 \cdot 3 = 240$ (km) stb.



2. feladat. A Kijev–Boriszpól gyorsforgalmi út 18 km hosszú. Mennyi idő alatt teszi meg ezt az utat egy 90 km/óra sebességgel haladó autóbusz?



Megoldás. Az $s = vt$ képletből fejezd ki a keresett időt: $t = s : v$. A számítások egyszerűsítése végett a kilométerekben megadott

távolságot váltsd át méterekbe: $18 \text{ km} = 18\,000 \text{ m}$, a sebességet pedig óránkénti km-ből percenkénti méterbe: $90 \text{ km/óra} = 90 \cdot 1\,000 : 60 = 1\,500 \text{ (m/perc)}$. Ezért $t = s : v = 18\,000 : 1\,500 = 12 \text{ (perc)}$.



Tudj meg többet!

1. A felfedezett törvényszerűségeket a tudósok képletekkel próbálják leírni. De ahhoz, hogy egy kifejezést egyenlőséget vagy egyenlőtlenséget képletnek nevezzünk, a matematikusok bebizonyítják, hogy a törvény teljesül minden olyan számra, melyre értelmezhető. Ezeket a lépéseket a képlet kivezetésének nevezik. Később te is megtanulod, hogyan kell egy képletet kivezetni, bizonyítani.
2. A *képlet* ukránul formula, ami latin eredetű szó, jelentése megszabott, állandósult séma, alak.
3. A mai korszerű betűkkel való jelölés atyjának **Francois Vietet** (1540–1603) francia matematikust tartják.



Francois Viète

ÍÉDZ FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mi a betűkifejezés? Hozz fel példákat!
2. Magyarázd meg, hogyan kell meghatározni a betűkifejezés értékét!
3. Mi a képlet? Hozz fel példákat!
4. Melyik képlettel kell kiszámítani a megtett utat? Magyarázd meg, melyik betű mit jelent!



OLDD MEG A FELADATOKAT!

170. Betűkifejezések-e az alábbi kifejezések:

1) $4 \cdot t$;

3) $a + 78 \cdot (b - c)$;

2) $5 \cdot 45 + 7$;

4) $a + 8 \cdot a$?

171. Hogyan lehet rövidebben leírni az alábbi kifejezéseket:

1) $4 \cdot t$;

2) $78 \cdot b$;

3) $8 \cdot a$;

4) $a \cdot b$?

172. Elhagyható-e az alábbi kifejezésekből a műveleti jel:

1) $4 + t$;

2) $78 - b$;

3) $8 \cdot b \cdot a$;

4) $a \cdot b \cdot c$?

173°. Olvasd el az alábbi kifejezéseket:

- 1) $8 + a$; 2) $c : 5$; 3) mn ; 4) $x - y$!

174°. Határozd meg az $a + 15$ kifejezés értékét, ha:

- 1) $a = 5$; 2) $a = 20\ 005$; 3) $a = 405$; 4) $a = 0$!

175°. Olvasd el az alábbi kifejezéseket:

- 1) $3t + ab$; 2) $ab : n + 6$; 3) $35x - 100y$!

176°. Írd le az alábbi kifejezéseket:

- 1) 123 és 78 különbségét csökkentsd a -val;
 2) a és 4 összegét oszd el c -vel;
 3) 56-nak valamint m és n összegének a szorzata;
 4) a és $5b$ összegének, valamint n és m különbségének a hányadosa!

177°. A 4. táblázat adatai alapján határozd meg a kifejezések értékeit!

4. táblázat

a	1000	62	11	202
$2a$				
$a + 38$				

178°. Az a számot ötszörösére növelték, majd csökkentették 45-tel, utána növelték 45-tel. Milyen kifejezést kaptak?



179°. A 144-et növelték b -szer, majd csökkentették c -vel, utána növelték n -nel. Milyen kifejezést kaptak?

180°. Egy osztályba a lány és b fiú jár. Add meg az alábbi mondatokat képlettel:

- 1) háromszor több fiú van, mint lány;
 2) négygyel kevesebb fiú van, mint lány;
 3) ugyanannyi fiú van, mint lány!



181°. Marika a kg körtét és c kg almát vásárolt. 1 kg körte 10 hrvnyába kerül, az alma kilogrammonkénti ára 5 hrvnya. Mennyit fizetett Marika?

182°. A ceruza ára x hrvnya, a festék y hrvnyába kerül, egy albumért pedig z hrvnyát kell fizetni. Magyarázd meg, mit számolsz ki az alábbi kifejezésekkel:

- 1) $x + y + z$; 3) $3x + 2y + 5z$;
 2) $y - x$; 4) $100 - (3x + 2y + 5z)$!



183°. Egy paradicsom tömege a g, egy uborkaé pedig b g. Magyarázd meg az alábbi kifejezéseket:

- 1) $a + b$; 2) $a - b$; 3) $6a$; 4) $4a + 8b$!

184°. Egy személygépkocsi 60 km/óra sebességgel halad. Az $s = 60t$ képlettel határozd meg, mekkora utat tesz meg a gépkocsi t idő alatt, ha:

- 1) $t = 4$ óra; 2) $t = 12$ óra; 3) $t = 5$ óra!

 **185°.** Egy motorcsónak 50 km/óra sebességgel halad. Az $s = 50t$ képlettel határozd meg, mekkora utat tesz meg a csónak t idő alatt, ha:

- 1) $t = 4$ óra; 2) $t = 2$ óra; 3) $t = 10$ óra!

186°. Az út képlete alapján határozd meg az 5. táblázat ismeretlen mennyiségeit!

5. táblázat

s	1000 km	14 km	32 km	
v	100 km/óra		8 km/óra	65 km/óra
t		2 óra		4 óra

187°. Egy munkás egy óra alatt 25 alkatrészt készít el. Az $A = 25t$ képlettel számítsd ki a legyártott alkatrészek számát, ha:

- 1) $t = 4$ óra; 2) $t = 5$ óra; 3) $t = 3$ óra!

 **188°.** Egy kilogramm keksz ára 34 hrvnya. A $P = 34m$ képlettel számítsd ki m kilogramm keksz árát, ha:

- 1) $m = 4$ kg; 2) $m = 5$ kg; 3) $m = 10$ kg!

189. Írd le betűkifejezéssel:

- 1) három egymást követő természetes szám összegét;
2) három egymást követő természetes szám szorzatát!

190. Az a számban x ezres, y száz, b tízes és c egyes van. Bontsd fel az a számot helyi érték szerinti összegre!

 **191.** Az m számban a milliós, b ezres, c tízes és p egyes van. Bontsd fel az m számot helyi érték szerinti összegre!

192. Ábrázold az $M(6)$ és $P(n + 3)$ pontokat a számegyenesen, ha:

- 1) $n = 4$; 2) $n = 2$; 3) $n = 10$; 4) $n = 1$!

Számítsd ki az M és P pont távolságát!

193. Sorold fel az $a + 7$ -től nagyobb és $a + 9$ -től kisebb természetes számokat, ha:

- 1) $a = 3$; 2) $a = 250$; 3) $a = 5000$!

 **194.** Határozd meg az $a + 5 - c$ kifejezés értékét, ha:

- 1) $a = 10$, $c = 8$; 2) $a = 90$, $c = 18$!

195. Egy autóbusz 90 km/óra sebességgel halad. Az $s = 90t$ képlettel határozd meg, mekkora utat tesz meg az autóbusz:

- 1) 120 perc; 2) 360 másodperc; 3) 300 perc alatt!

 **196.** Egy tutaj 30 m/perc sebességgel halad. Mennyi idő alatt tesz meg a tutaj 6 km-t?

- 197.** Egy vonat sebessége 120 km/óra. Hány perc alatt tesz meg a vonat 8000 m-t?
- 198.** Az egyik ládában n almával több van, mint a másikban. Hogyan változik a ládákban lévő almák száma közötti különbség, ha az első ládából c darab almát átteszünk a második ládába?
- 199*.** Add meg: 1) b km a m-t centiméterekben;
 2) $(c + 2)$ kg-ot grammban;
 3) n hrivnya m kopijkát kopijkában;
 4) t nap t órát órákban!
- 200*.** Egy szám helyi értékű felbontásában x százaz, y tízes és z egyes van. $x \geq 9,5 \leq y \leq 7$ és $z - 1 \leq 5$. Melyik az a szám, ha számjegyeinek összege 18?
- 201*.** A végállomásra egy autóbusz a utassal indult el. Az első állomáson b utas szállt le, és háromszor több utas szállt fel, mint ahányan leszálltak. A második állomáson c utas szállt le, és ugyanannyi utas szállt fel, mint ahányan indultak a végállomásra. Hány utassal indult tovább az autóbusz?
- 202*.** Péter és László ugyanazt a könyvet olvassák. Péternek még a oldal maradt a könyvből, Lászlónak pedig b oldal. Hány oldalt olvasott el László, ha Péter 40 oldalt olvasott már el?



GYAKORLATI PÉLDÁK

- 203.** Egy osztályban a leány és b fiú tanul. Betegség miatt egyik nap c leány és d fiú hiányzott. Hány tanuló volt ezen a napon az osztályban? Számítsd ki a kifejezés értékét a mai napon az osztályodban! Magyarázd meg az $(a + b) - (c + d)$ és $(a - c) + (b - d)$ kifejezéseket!
- 204.** A vihar távolságát megközelítőleg ki lehet számítani a villámlás és a dörgés között eltelt időből. A hang sebessége 344 m/mp (3 másodperc alatt a hang több mint egy kilométert tesz meg). Legyen t a villámlás és a dörgés közötti idő (másodpercben), s a távolság a viharzónáig (méterekben). Az $s = 344t$ képlettel határozd meg, milyen messze van tőled a vihar, ha a villámlás és a dörgés között: 1) 3 másodperc; 2) 10 másodperc telik el!



ISMÉTLŐ FELADATOK

- 205.** Számítsd ki: 1) $(4 \cdot 15 + 76) : 4 - 2 \cdot (36 - 8) : 2$;
 2) $4 \cdot 15 + 76 : 4 - 2 \cdot 36 - 8 : 2$!

206. Melyik több:

- 1) 140 perc vagy 2 óra 20 perc; 2) 589 kop vagy 5 hrn?

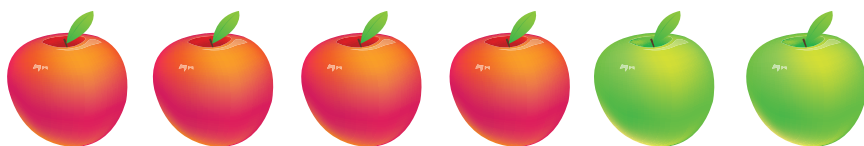
207. Ilonkának 22 hrivnyája volt. Két albumot és négy füzetet vásárolt. Egy album ára 7 hrivnya, egy füzet 1 hrivnya 30 kopijkába került. Maradt-e Ilonkának elegendő pénze egy fagylaltra, ha a fagyfalt ára:

- 1) 4 hrivnya 25 kop; 2) 2 hrivnya?

7. §. TERMÉSZETES SZÁMOK ÖSSZEADÁSA

Már tudod, hogy az összeadás a számtani műveletek egyike. Azokat a számokat, melyeket össze kell adni, *összeadandóknak* nevezzük. Azt a számot, amit eredményül kapunk, *összegnek*.

A 94. ábra alapján írd fel egy összeadást.



94. ábra

A művelet tagjai		A művelet eredménye	
4	+	2	= 6
<i>összeadandó</i>		<i>összeadandó</i>	<i>összeg</i>

A $4 + 2$ kifejezést is *összegnek* nevezzük.

 Megváltozik-e az eredmény, ha felcseréljük az összeadandókat? Nem. Valóban: $4 + 2 = 2 + 4 = 6$.

Ez a tulajdonság bármely két számra teljesül, ez az *összeadás felcserélhetőségi tulajdonsága*.

 **Jegyezd meg!**

Az összeadás felcserélhetőségi tulajdonsága.

Az összeg nem változik, ha az összeadandókat felcseréljük.

$$a + b = b + a$$

Könnyen belátható, ha az egyik összeadandó nulla, akkor az összeg egyenlő a másik összeadandóval:

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

Már tanultad, hogy a többjegyű számokat célszerű írásban összeadni. Például, ha meg kell határozni 4523 és 38 245 összegét, a számokat úgy kell egymás alá írni, hogy az egyesek az egyesek alá, a tízesek a tízesek alá, a százások a százások alá kerüljenek stb. Mivel $a + b = b + a$, ezért célszerű a többjegyű számot írni felülre. Az összeadást helyi érték szerint kell elvégezni, kezdve a legkisebb helyi értékkel:

$$\begin{array}{r} + \quad 38\,245 \\ \quad 4\,523 \\ \hline 42\,768. \end{array}$$

Figyeld meg, milyen feladatok oldhatók meg összeadással!



1. feladat. Mint ismeretes Gombóc Artúr édesszájú. Születésnapján ebédig megevett 6 tábla csokoládét, ebéd után pedig még 8-at. Összesen hány csokit evett meg Gombóc Artúr?



Megoldás. Ahhoz, hogy meghatározd hány tábla csokoládét evett meg Gombóc Artúr, meg kell határozni 6 és 8 összegét. $6 + 8 = 14$ (tábla csokoládé). Tehát Gombóc Artúr 14 tábla csokoládét evett meg.



2. feladat. Gombóc Artúr nagyon szerény. Ezért vendégségben Pom Pom-nál csak két süteményt evett meg. Viszont cukorkából 5-tel többet. Hány cukorkát evett meg Gombóc Artúr?



Megoldás. Ahhoz, hogy meghatározd, hány cukorkát evett meg Gombóc Artúr, a sütemények számát kell 5-tel növelni. Innen $2 + 5 = 7$ (cukorka). Tehát Gombóc Artúr 7 cukorkát evett meg.

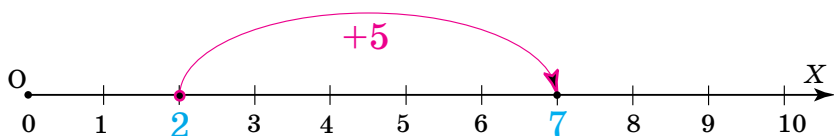


Figyeld meg!

Összeadással meghatározhatjuk:

- 1) két vagy több szám összegét;
- 2) a szám értékét növelni tudjuk néhány egységgel.

Figyeld meg a 95. ábrát! Láthatod, hogyan kell a számegyenes segítségével a 2-es számot növelni 5 egységgel. Ehhez a kettes számtól a nyíl irányába (azaz jobbra) felmérték 5 egységet. Azt kapták, hogy: $2 + 5 = 7$.



95. ábra

Már tudod, hogy több összeadandó összege nem függ az összeadás sorrendjétől. Például ahhoz, hogy meghatározd 36, 11 és 9 összegét, először összeadható 36 és 11, majd a kapott összeghez hozzáadható a 9. Viszont célszerűbb először összeadni a 11-et és a 9-et, majd a kapott összeghez hozzáadni a 36-ot. Az összeadás sorrendjét zárójellel lehet jelölni. Így az előző példánál: $(36 + 11) + 9 = 36 + (11 + 9)$.

Ez a tulajdonság bármely a , b és c számra teljesül, ez az összeadás *csoportosítási tulajdonsága*.

Jegyezd meg!

Az összeadás csoportosítási tulajdonsága.

Az összeg nem változik, ha az összeadandókat csoportosítjuk.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Figyeld meg!

Az összeadás csoportosítási tulajdonsága alapján az összeghez úgy is hozzá lehet adni, hogy az első összeadandóhoz hozzáadjuk a második és harmadik összeadandó összegét.

Nemcsak számokat és számkifejezéseket lehet összeadni, hanem betűkifejezéseket is. Például az $a + a + a$ összegben három azonos összeadandó van, ezért $a + a + a = a \cdot 3 = 3a$.

És fordítva: a $3a$ kifejezés három azonos összeadandó összegét jelöli, melyek mindegyike a . Ezért felírható

$$3a = a + a + a.$$



3. feladat. Határozd meg a $2c + 3d + c + d$ összeget!

Megoldás. Alkalmazva a felcserélhetőségi és csoportosítási tulajdonságokat, csoportosítsd a c és a d betűs összeadandókat:

$$2c + 3d + c + d = (2c + c) + (3d + d)!$$

Mivel $2c = c + c$, ezért $2c + c = c + c + c = 3c$. Hasonlóképpen

$3d = d + d + d$, ezért $3d + d = d + d + d + d = 4d$. Így

$(2c + c) + (3d + d) = 3c + 4d$. Tehát $2c + 3d + c + d = 3c + 4d$.



Figyeld meg!

Csak azokat a betűkifejezéseket lehet összeadni, melyekben azonosak a betűk.



Tudj meg többet!

Összegek kiszámításánál hasznosak lehetnek az alábbi tulajdonságok.

- Ha az egyik összeadandót növeljük (csökkentjük), ugyanannyival növekszik (csökken) az összeg is. Például: $23 + 4 = 27$, viszont $(23 + 10) + 4 = 37$ és $23 + (4 + 10) = 37$.
- Ha az egyik összeadandót is és a másikat is növeljük, akkor az összeg annyival növekszik, amennyivel a két összeadandót növeltük. Például: $23 + 4 = 27$, viszont $(23 + 10) + (4 + 2) = 39$.
- Ha az egyik összeadandót növeljük, a másikat viszont csökkentjük ugyanannyival, az összeg nem változik. Például: $23 + 4 = 27$, viszont $(23 + 3) + (4 - 3) = 27$.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Nevezd meg az összeadás tagjait!
2. Hogyan hívjuk az összeadás eredményét?
3. Írd le az összeadás felcserélhetőségi tulajdonságát!
4. Mivel egyenlő az összeg, ha az egyik összeadandó nulla?
5. Magyarázd meg, hogyan kell írásban összeadni többjegyű számokat!

6. Írd le az összeadás csoportosítási tulajdonságát!
7. Hogyan kell a számegyenesen elmagyarázni azt, hogy egy számot néhány egységgel növeltek?
8. Mi határozható meg összeadással?
9. Magyarázd meg, hogyan lehet betűkifejezéseket összeadni!



OLDD MEG A FELADATOKAT!

208°. Igaz-e, hogy az $1\ 084 + 111 = 1\ 195$ egyenlőségben az alábbi számok összeadandók:

- 1) 1084; 2) 111; 3) 1195?

209°. Igaz-e, hogy az $54\ 321 = 54\ 300 + 21$ egyenlőségben az összeg:

- 1) 54 321; 2) 21; 3) 54 300?

210°. Számítsd ki szóban:

- 1) $200 + 250\ 000$; 2) $15\ 000\ 000 + 40\ 000$!

Milyen műveletet hajtottál végre? Nevezd meg a művelet tagjait és eredményét!

211°. Igaz-e a $23\ 437 + 78\ 956 = 78\ 956 + 23\ 437$ egyenlőség? Az összeadás melyik tulajdonságát alkalmazták?

212°. Számítsd ki:

- 1) $56\ 789 + 0$; 2) $0 + 3\ 004\ 002\ 009$!

213°. 25-öt növel: 1) 5-tel; 2) 125-tel; 3) 95-tel; 4) 100 000-rel!
Melyik számot kaptad?

214°. A 6. táblázat adatai alapján végezd el a kijelölt műveletet!

6. táblázat

Összeadandó	1 210	462	14117	210	20000560	12300675
Összeadandó	701587	510123	5452	65789	345000000	76543210
Összeg						



215°. Határozd meg az alábbi számok összegét:

- 1) egymillió-háromszáznegyvenötezer-huszonegy és hétszázezer-huszonöt;
- 2) hetvenkilencezer-száznegyven és nyolcvannégyezer;
- 3) huszonthárommillió és huszonthárom!



216°. Hasonlítsd össze a számkifejezések értékét:

- 1) $153\ 000 + 22$ és $22 + 153\ 000$;
- 2) $12\ 056 + 6078$ és $6078 + 1256$;
- 3) $300\ 400\ 500 + 23\ 456$ és $30\ 040\ 500 + 23\ 456$;
- 4) $2\ 300\ 460$ és $333 + 1967$!

217°. Végezd el az összeadásokat:

- 1) $100\text{ km } 17\text{ m} + 15\text{ km } 23\text{ m}$; 4) $5\text{ kg } 2\text{ g} + 115\text{ kg } 8\text{ g}$;
2) $124\text{ km } 64\text{ m} + 26\text{ km } 6\text{ m}$; 5) $3\text{ óra } 32\text{ perc} + 12\text{ óra } 24\text{ perc}$;
3) $16\text{ kg } 346\text{ g} + 71\text{ kg } 4\text{ g}$; 6) $7\text{ óra } 52\text{ perc} + 5\text{ perc}$!

218°. Rajzolj egy számegyenest! Jelöld meg rajta az 5-ös számot!

Magyarázd meg, hogyan kell növelni ezt a számot:

- 1) 4-gyel; 2) 2-vel; 3) 10-zel!

Mely számokat kaptad?



219°. Rajzolj egy számegyenest! Jelöld meg rajta a 3-as számot! Magyarázd meg, hogyan kell növelni ezt a számot:

- 1) 8-cal; 2) 4-gyel; 3) 12-vel!

Mely számokat kaptad?

220°. Számítsd ki legcélszerűbben:

- 1) $12\ 030 + 330 + 670$; 4) $1150 + 40\ 010 + 850 + 60\ 090$;
2) $175 + 1619 + 225$; 5) $20\ 006 + 20\ 012 + 31 + 6944 + 9 + 888$;
3) $1013 + 2\ 000\ 900 + 87$; 6) $222\ 222 + 33\ 333 + 77\ 777 + 888\ 888$!

Az összeadás melyik tulajdonságát alkalmaztátok?



221°. Számítsd ki legcélszerűbben! Alkalmazd az összeadás csoportosítási tulajdonságát:

- 1) $11\ 001 + 197 + 9009$;
2) $7820 + 105 + 1180$;
3) $60\ 005\ 070 + 5\ 002\ 701 + 805\ 030 + 4\ 187\ 199$;
4) $16\ 845 + 1234 + 221\ 855 + 66$!



222°. Hasonlítsd össze a számkifejezések értékét:

- 1) $400\ 094 + 20\ 900 + 6$ és $401\ 543 + 11\ 267 + 190$;
2) $30\ 000\ 005 + 2\ 300\ 000 + 5$ és $323\ 000\ 005$!

223°. Határozd meg az $a + c$ kifejezés értékét, ha:

- 1) $a = 12\ 889$, $c = 987\ 111$;
2) $a = 5\ 555\ 555$, $c = 444\ 445$;
3) $a = 1\ 234\ 567\ 890$, $c = 76\ 543\ 210$!

Mekkora a $c + a$ összeg?

224°. Egy repülőgép sebessége 720 km/óra . Mekkora lesz a repülőgép sebessége, ha azt növeljük:

- 1) 5 m/óra-val ; 2) 5 m/perc-cel ; 3) 5 m/mp-cel ?

225°. A *Kenguru* matematikaversenyen Ukrajnában 2010-ben $469\ 554$ tanuló vett részt. 2011-ben $143\ 113$ tanulóval többen. Hány tanuló méretette meg magát a két év alatt?

226°. Egy matematikaversenyen A városból d tanuló vett részt, B városból pedig c tanulóval több. A két városból összesen hány tanuló vett részt ezen a matematikaversenyen?

 **227°.** A donyecki *Donbasz Aréna* 51 504 férőhelyes, a kijevi *Olimpiai* stadionban 70 050 szurkoló fér el, a lvivi *Lviv Aréna* pedig 34 915 látogatót tud befogadni. Összesen hány szurkolót tud befogadni a három stadion együtt?

 **228°.** Az A stadion n , a B stadion m , a C pedig k férőhelyes. Összesen hány férőhelyes a három stadion együtt?

229°. Alkoss feladatot az alábbi kifejezésekhez:

1) $m + n$;

2) $m + (m + n)$;

3) $p + m + n$!

230. Határozd meg az alábbi összegeket:

1) $348 + 493$;

4) $15\,923 + 89\,989$;

2) $2868 + 642 + 100$;

5) $424\,592 + 3\,575\,408$;

3) $30\,925 + 84\,553$;

6) $999\,999 + 111\,111$!

231. Hogyan változik meg az összeg, ha az egyik összeadandót 80 008-cal, a másodikat pedig 765-tel növelik?

232. Rendezd az $1\,020\,304 + 102\,030$, $652\,356 + 376\,583$, $111\,111 + 100\,015 + 336$ és $34\,067 + 0$ összegeket csökkenő sorrendbe!

 **233.** Rendezd a $9\,544 + 102\,320$, $52\,356 + 60\,583$ és $1\,001 + 9\,000 + 540 + 460$ összegeket növekvő sorrendbe!

234. Végezd el az alábbi összeadásokat:

1) $1234\text{ km } 17\text{ m} + 167\text{ km} + 87\text{ m}$;

2) $62\text{ kg } 346\text{ g} + 79\text{ kg } 786\text{ g}$;

3) $15\text{ óra } 48\text{ perc } 58\text{ másodperc} + 6\text{ óra } 24\text{ perc } 15\text{ másodperc}$;

4) $4\text{ óra } 32\text{ perc } 34\text{ másodperc} + 27\text{ perc } 26\text{ másodperc}$!

235. Határozd meg a legnagyobb ötjegyű, négyjegyű és kétjegyű szám összegét!

 **236.** Határozd meg a legkisebb ötjegyű, négyjegyű és kétjegyű szám összegét!

237. Rajzolj egy számegyeneset! Jelöld meg ezen a számegyenesen az $A(2)$ és $B(6)$ pontokat! Mutasd meg, hogyan kell ábrázolni ezen a számegyenesen azt a C pontot, melynek koordinátája az A és B pont koordinátáinak összegével egyenlő!

 **238.** Rajzolj egy számegyeneset! Jelöld meg ezen a számegyenesen az $A(7)$ és $B(3)$ pontokat! Mutasd meg, hogyan kell ábrázolni ezen a számegyenesen azt a C pontot, melynek koordinátája az A és B pont koordinátáinak összegével egyenlő!

239. Számítsd ki a legcélszerűbben:

- 1) $1 + 12 + 23 + 34 + 45 + 56 + 67 + 78 + 89 + 90$;
- 2) $145 + 146 + 147 + 148 + 149 + 150 + 151 + 152 + 153 + 154 + 155$!

240. Határozd meg:

- 1) a $2a + 2b$ kifejezés értékét, ha $a + b = 1843$;
- 2) az $x \cdot 3 + y \cdot 3$ kifejezés értékét, ha $x + y = 507$!

241. Határozd meg az alábbi összegeket:

- 1) $6a + 5n + 5 + 4a + 14m + 9m + 28$;
- 2) $c + 5d + 2c + d \cdot 5$!



242. Mennyi az $a + c + p$ kifejezés értéke, ha:

- 1) $a = 56$, $c = 567 + 87$, $p = 112 + 76$;
- 2) $a = 93 + 39$, $c = 38$, $p = 105 + 45 + 23$?

243. Az AB szakasz 248 m 65 cm hosszú. A CD szakasz 52 m 35 cm-rel hosszabb, mint az AB és 67 m-rel rövidebb az MN szakasznál. Határozd meg az AB , CD és MN szakaszok hosszainak összegét!



244. Az AB szakasz 43 m 24 cm hosszú. A CD szakasz 56 m 76 cm-rel hosszabb, mint az AB és 5 m 23 cm-rel rövidebb az MN szakasznál. Határozd meg az AB , CD és MN szakaszok hosszainak összegét!



245. Az 1. sz. iskolába p tanuló jár, a 2. sz-ba n -nel több, mint az 1. sz-ba, a 3. számú iskolába pedig m -mel több gyerek tanul, mint a 2. számúban. Hány gyerek tanul külön-külön ezekben az iskolákban? Hány tanulója van a három iskolának együtt? Oldd meg a feladatot, ha:

- 1) $p = 673$, $n = 453$, $m = 232$; 2) $p = 942$, $n = 361$, $m = 1004$!

246*. Írd fel az 5678-at három szám összegeként! Az első összeadandó a legkisebb négyjegyű szám, a második összeadandó pedig a legnagyobb háromjegyű szám legyen!

247*. Tegyéél „+” jeleket az alábbi számjegyek közzé úgy, hogy igaz egyenlőséget kapj!

- 1) 5 5 5 5 5 5 5 = 665; 2) 5 5 5 5 5 5 5 = 125.

248*. Határozd meg az $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$ összeget!

249*. Helyettesítsd a *-kat számjegyekkel:

- 1)
$$\begin{array}{r} 2 \text{ * } 84 \text{ * } 77 \\ + \quad \quad \quad \\ 4 \text{ * } 1 \text{ * } 34 \text{ * } \\ \hline 2 \text{ * } 80 \text{ * } 3 \text{ * } 2; \end{array}$$
- 2)
$$\begin{array}{r} 19 \text{ * } 672 \\ + \quad \quad \quad \\ 6 \text{ * } 1 \text{ * } 84 \text{ * } \\ \hline \text{ * } 77 \text{ * } 7! \end{array}$$



GYAKORLATI PÉLDÁK

250. A Kijev–Harkiv távolság közúton 483 km. Ez a távolság 294 km-rel több, mint a Kijevtől Cserkasziig, és 142 km-rel több,

mint Cserkaszitól Vinnicáig. Mekkora utat tesz meg egy turista a Harkiv–Kijev–Cserkaszi–Vinnica útvonalon?

251. A ginkgo fa nagyon régen jelent meg a Földön. Japánban és Kínában szent faként tisztelik, és a templomok mellé ültetik. A fák elérhetik a 30 méter magasságot is. Ahhoz, hogy megtudd, hány évvel ezelőtt jelent meg a Földön – számítsd ki a $99\,999 + 45\,627 + 19\,287\,345 + 15\,567 + 029$ összeget!

252. A hang sebessége 344 m/mp, ami 299 792 115 m/mp-cel kisebb a fény sebességénél. Határozd meg a fény sebességét!



ISMÉTLŐ FELADATOK

253. Számítsd ki:

1) $12 + 50 + 15 + 16 + 30 + 45$; 2) $27 + 70 + 48 + 52 + 30 + 13$!

254. Az 5. B osztályba 28 tanuló jár, az 5. C-be 6 tanulóval több, mint az 5. B osztályba, az 5. A-ban pedig 4-gyel kevesebben tanulnak, mint az 5. C-ben. Hány tanuló jár külön-külön ezekbe az osztályokba?

255. Lászlónak hétfőn 5 órája van. A tanórák 45 percesek. A tanítás reggel 8 órakor kezdődik. Mikor ér véget László utolsó órája, ha a szünetek 10 percesek?

8. §. TERMÉSZETES SZÁMOK KIVONÁSA

Az elemi osztályokban az összeadással egyszerre egy másik, alacsonyabb rendű műveletet is tanultál, a *kivonást*. Az a szám, amelyből kivonunk a *kisebbitendő*, amelyiket kivonjuk a *kivonandó*. A kivonás eredménye a *különbség*.

A 96. ábra alapján írd fel egy kivonást!



96. ábra

A művelet tagjai		A művelet eredménye	
6	–	2	= 4
<i>kisebbitendő</i>		<i>kivonandó</i>	<i>különbség</i>

A 6–2 kifejezés szintén különbség.



1. feladat. Egy dobozban 24 ceruza volt. Hány ceruzát használtak el, ha a dobozban 15 ceruza maradt?

▶ **Megoldás.** Jelöld k -val az elhasznált ceruzák számát. Ha az elhasznált ceruzák számához hozzáadod a megmaradt ceruzák számát, akkor a dobozban eredetileg lévő ceruzák számát kell megkapni: $15 + k = 24$. Így a feladatban az ismeretlen összeadandót kell meghatározni. Ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen összeadandót, az összegből ki kell vonni az ismert összeadandót: $k = 24 - 15$. Innen $k = 9$, vagyis 9 ceruzát használtak el.

A feladatot kivonással oldottad meg, az összeadás fordított, inverz műveletével. Tehát az összeadás és a kivonás inverz műveletek. Épp ezért az összeadást kivonással, a kivonást összeadással lehet ellenőrizni.



Jegyezd meg!

Kivonni az egyik számból egy másikat annyit jelent, mint meghatározni azt a harmadik számot, amit ha hozzáadunk a másodikhoz, megkapjuk az elsőt.

Már tudod, hogy bármely természetes számra teljesül az $a + 0 = a$ egyenlőség. Ebből következik, hogy

$$a - 0 = a \text{ és } a - a = 0 \text{ egyenlőség.}$$



Lehet-e a kisebbítendő kisebb a kivonandónál? Természetes számok körében nem. Vizsgáld az előző feladatot! Lehetséges-e, hogy 25 ceruzát vettek ki egy olyan dobozból, amiben csak 24 ceruza volt? Természetesen nem. És 24 ceruzát? Igen.



Figyeld meg!

- 1) Két természetes szám összege mindig természetes szám;
- 2) két természetes szám különbsége csak akkor természetes szám, ha a kisebbítendő nagyobb a kivonandónál;
- 3) ha a kisebbítendő és a kivonandó egyenlő, akkor a különbség nulla.

A többjegyű számok kivonásakor ugyanúgy kell eljárni, mint összeadásuknál. Célszerű írásban elvégezni. Például meg kell határozni 456 789 és 4321 különbségét. Ehhez felülre kell írni a kisebbítendőt, majd alá a kivonandót úgy, hogy az egyesek az egyesek alá kerüljenek, a tízesek a tízesek alá, a százaskok a százaskok alá és így tovább. A kivonást is helyi érték szerint végezzük el, kezdve a legkisebb helyi értéknél:

$$\begin{array}{r} 456\ 789 \\ -\quad 4\ 321 \\ \hline 452\ 468. \end{array}$$

Figyeld meg az alábbi feladatokat, melyeket kivonással kell megoldani.



2. feladat. Gombóc Artúr a születésnapján 14 tábla csokoládét evett meg, 6-ot ebédig, a többi ebéd után. Hány tábla csokoládét evett meg Gombóc Artúr ebéd után?



Megoldás. A Gombóc Artúr által megevett 14 tábla csokoládé az ebédig elfogyasztott 6 és az ebéd után megevett néhány tábla csokoládé összege. Ahhoz, hogy megold ezt a feladatot, **az ismeretlen összeadandót kell meghatározni az összeg és az ismert összeadandó alapján:** $14 - 6 = 8$ (tábla csokoládé). Így Gombóc Artúr ebéd után 8 tábla csokoládét evett meg.

A megoldott feladat *általánosítható*.



Jegyezd meg!

Az ismeretlen összeadandó meghatározása.

Ahhoz, hogy meghatározd az ismeretlen összeadandót, az összegből ki kell vonni az ismert összeadandót.

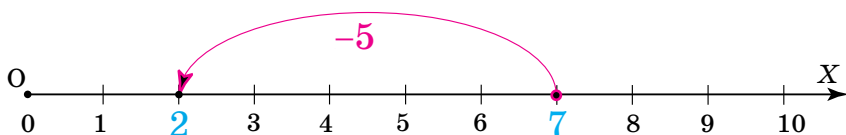


3. feladat. Gombóc Artúr Pom Pom-nál vendégeskedett. 7 cukorkát evett meg és 5-tel kevesebb süteményt. Hány süteményt evett meg Gombóc Artúr?



Megoldás. Ahhoz, hogy meghatározd, hány süteményt evett meg Gombóc Artúr, a cukorkák számát kell 5-tel **csökkenteni**. Innen $7 - 5 = 2$ (sütemény). Így Gombóc Artúr 2 süteményt evett meg.

Figyeld meg a 97. ábrát! Láthatod, hogyan kell szám-egyenesen 7-et 5-tel csökkenteni. Ehhez 7-től a nyíl irányába (balra) kell 5 egységet lépni. $7 - 5 = 2$ egyenlőséget kapod.



97. ábra



4. feladat. Gombóc Artúr Pom Pom-nál 7 cukorkát és 2 süteményt evett meg. **Mennyivel több** cukorkát evett meg Gombóc Artúr, mint süteményt?

Megoldás. Ahhoz, hogy válaszolj a feltett kérdésre, a nagyobbik számból ki kell vonni a kisebbiket: $7 - 5 = 2$ (darab). Tehát Gombóc Artúr 5-tel több cukorkát evett meg, mint süteményt.



Megváltozik-e a feladat megoldása, ha az a kérdés, mennyivel kevesebb süteményt evett meg Gombóc Artúr? A feladat megoldása nem változik, a felelet viszont igen.



Figyeld meg!

Kivonással lehet kiszámolni:

- 1) ismert összeg és egyik összeadandó esetében az ismeretlen összeadandót;
- 2) adott számot kisebbíteni adott egységgel;
- 3) hogy az egyik szám mennyivel nagyobb a másikonál, vagy a másik mennyivel kisebb az elsőnél.

Ahogy a betűkifejezéseket össze lehet adni, ugyanúgy ki is lehet vonni.



5. feladat Határozd meg a $(2c + 3d) - c - d$ kifejezést!

Megoldás. Csoportosítsd át a kifejezést úgy, hogy az egyik zárójelbe a c betűt tartalmazó kifejezések legyenek, a másik zárójelbe pedig a d betűt tartalmazó kifejezések: $(2c + 3d) - c - d = (2c - c) + (3d - d)$.

Mivel $2c = c + c$, ezért $2c - c = c + c - c = c$. Hasonlóképpen, $3d = d + d + d$, ezért $3d - d = d + d + d - d = 2d$.

Igy $(2c - c) + (3d - d) = c + 2d$. Tehát $(2c + 3d) - c - d = c + 2d$.

 Figyeld meg!

Csak azokat a betűkifejezéseket lehet kivonni, melyekben azonosak a betűk.

**Tudj meg többet!**

Különbségek kiszámításánál hasznosak lehetnek az alábbi tulajdonságok.

- Ha a kisebbítendőt növeljük (csökkentjük), ugyanannyival növekszik (csökken) a különbség is. Például:
 $20 - 4 = 16$ és $(20 + 10) - 4 = 26$.
- Ha a kivonandót növeljük (csökkentjük), ugyanannyival csökken (növekszik) a különbség is. Például:
 $20 - 4 = 16$, és $20 - (4 + 1) = 15$.
- Ha a kisebbítendőt és a kivonandót is ugyanannyival növeljük (csökkentjük), akkor a különbség nem változik. Például:
 $20 - 4 = 16$, és $(20 + 1) - (4 + 1) = 16$.

 IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Nevezd meg a kivonás tagjait!
2. Hogyan nevezzük kivonáskor az eredményt?
3. Mit jelent egyik számból kivonni egy másikat?
4. Mennyi a különbség, ha a kivonandó 0?
5. Mennyi két azonos szám különbsége?
6. Magyarázd el, hogyan kell többjegyű számokat írásban kivonni!
7. Hogyan kell számegyenesen szemléltetni, hogy egy számot kisebbítettek néhány egységgel?
8. Mi határozható meg kivonással?
9. Magyarázd el, hogyan kell kivonni betűkifejezéseket?

**OLDD MEG A FELADATOKAT!**

256. Igaz-e, hogy a $3200 - 100 = 3100$ egyenlőségben az alábbi szám a kisebbítendő:

- 1) 3200; 2) 100; 3) 3100?

257. Igaz-e, hogy az $56\ 333 = 56\ 666 - 333$ egyenlőségben az alábbi szám a különbség:

- 1) 56 333; 2) 56 666; 3) 333?

258. Számítsd ki szóban:

- 1) $30\ 000 - 200$; 2) $4100 - 100$!

Hogyan végezted el a műveleteket? Nevezd meg a kivonás tagjait!

259°. Igaz-e a $12\,045 - 0 = 12\,045 + 0$ egyenlőség?

260°. Határozd meg a következő különbségeket: 1) $2a - a$; 2) $3b - b$!

261°. Határozd meg az alábbi számok különbségét:

- 1) 1 002 000 és 605; 3) 157 643 és 57 643;
2) 987 658 és 123 123; 4) 18 535 és 8 030!

262°. Határozd meg a 7. táblázat hiányzó adatait!

7. táblázat

Összeadandó	1245		5452		20000560	
Összeadandó		462		934		1
Összeg	701587	510123	14 117	65789	345000000	76543210



263°. Töltsd ki a 8. táblázatot!

8. táblázat

Kisebbitendő	1565		32 472	2804	3000000000
Kivonandó		1233	221	502	
Különbség	414	1890			243678



264°. Határozd meg az alábbi számok különbségét:

- 1) egymillió-háromszáznegyvenötezer-huszonegy és hétszázezer-huszonöt;
2) hétszázkilencezer-száznegyven és nyolcvannégyezer;
3) huszonhárommillió-huszonhárom!

265°. Végezd el a kivonást:

- 1) 18 km 987 m – 15 km 456 m; 3) 67 kg 14 g – 40 kg 7 g;
2) 170 m 45 cm – 70 m 44 cm; 4) 105 q 27 kg – 10 q 3 kg!

266°. Rajzolj egy számegyeneset! Jelöld meg rajta a 9-es számot! Magyarázd meg, hogyan kell csökkenteni ezt a számot

- 1) 4-gyel; 2) 2-vel; 3) 8-cal! Mely számokat kaptad?



267°. Rajzolj egy számegyeneset! Jelöld meg rajta a 15-ös számot! Magyarázd meg, hogyan kell csökkenteni ezt a számot

- 1) 12-vel; 2) 3-mal; 3) 7-tel! Mely számokat kaptad?

268°. A világ leghosszabb hala a fehér cápa. A hossza akár 10 m is lehet. Határozd meg a legkisebb hal, a tömzsi csecsemőhal hosszát, ha az 9992 mm-rel rövidebb a cápánál!

269°. Hogyan változik meg a különbség, ha:

- 1) a kisebbítendőt növeled 153-mal;
2) a kivonandót növeled 300-zal?



270°. Hogyan változik meg a különbség, ha:

- 1) a kisebbítendőt csökkented 111-gyel;
2) a kivonandót csökkented 712-vel?

271°. Két stadion összesen 34 000 férőhelyes, ebből az első stadion 12 000 szurkolót tud befogadni. Hány férőhelyes a második stadion?

272°. Két stadion összesen m férőhelyes, ebből az első stadion a szurkolót tud befogadni. Mennyivel kevesebb férőhely van az első stadionban, mint a másodikban?

 **273°.** A Kárpátok és Ukrajna legmagasabb pontja a Hoverla, 2061 m magas. A Mount Everest 6787 m-rel magasabb. Az Elbrusz pedig 3206 m-rel alacsonyabb a Mount Everestnél. Mekkora magas mindegyik hegycsúcs? Mennyivel magasabb az Elbrusz a Hoverlánál?

 **274°.** A Szépség hegycsúcs b m magas, a Bátor csúcs b méterrel magasabb. A Zöld csúcs c m-rel alacsonyabb a Bátor csúcsnál. Mekkora magas mindegyik hegycsúcs külön-külön? Mennyivel magasabb a Szépség csúcs a Zöld csúcsnál?

275°. Alkoss feladatot a kifejezésekhez: 1) $m - n$; 2) $m - p - n$!

 **276.** A kisebbítendőt 689-cel növelték. Hogyan kell megváltoztatni a kivonandót, hogy a különbség:
1) 112-vel növekedjen; 2) 112-vel csökkenjen?

277. Az egyik összeadandót 123 456 789-cel növelték. Hogyan változott a másik összeadandó, ha az összeg 987 654 321-gyel növekedett?

 **278.** Hogyan változik az összeg, ha az egyik összeadandó 22 895-tel növekszik, a másik összeadandó pedig 9543-mal csökken?

279. Rendezd a $123\,456 + 89$, $34\,956 - 583$, $80\,076 - 115 + 336$, $99\,999 - 543 - 109$ kifejezések értékeit növekvő sorrendbe!

 **280.** Rendezd a $123\,456 - 89$, $4435 + 10\,745 - 45$, $45\,610 - 12\,105$, $459\,873 - 100\,503 - 5$ kifejezések értékeit csökkenő sorrendbe!

281. Tedd ki a megfelelő „<”, „>” vagy „=” jelet az alábbi számkifejezések közé:

- 1) $153\,241 + 22\,005$ és $45\,996 - 10\,925$;
- 2) $42\,020\,504 - 3\,541\,039$ és $5098\,743 - 475\,067$!

282. Végezd el a kivonást:

- 1) $17\text{ m } 4\text{ dm } 4\text{ cm} - 7\text{ m } 6\text{ dm } 4\text{ cm}$;
- 2) $654\text{ kg } 78\text{ g} - 49\text{ kg } 99\text{ g}$;
- 3) $65\text{ óra } 28\text{ perc } 15\text{ mp} - 56\text{ óra } 28\text{ perc } 25\text{ mp}$!

283. Mennyivel kell csökkenteni az egymilliót, hogy:

- 1) a legnagyobb háromjegyű szám legyen a végeredmény;
- 2) a legkisebb négyjegyű szám legyen a végeredmény?

284. Számítsd ki a $12a - 9a - 0a + 7a$ kifejezés értékét, ha:

- 1) $a = 2$; 2) $a = 943$; 3) $a = 13\,764$!

 **285.** Számítsd ki a $3 \cdot 10 + 5a - 2a$ kifejezés értékét, ha:

- 1) $a = 2$; 2) $a = 300$; 3) $a = 1000$!

286. Egy üvegházban b rózsabokor volt. Első nap a bokrot kiültettek, másnap c bokorral kevesebbet ültettek ki, mint az első napon. Hány bokor maradt az üvegházban? Oldd meg a feladatot, ha:

- 1) $b = 860$, $a = 78$, $c = 34$; 2) $b = 1044$, $a = 111$, $c = 52$!

287. Az olimpiai játékokra m résztvevő érkezett a Reménység országából. A Reménység és a Vidámság országok összesen a sportolót delegáltak, a Jó hangulat és a Vidámság országok közösen c versenyzőt indítottak. Hány sportoló érkezett külön-külön az egyes országokból? Összesen hányan vettek részt a versenyeken? Oldd meg a feladatot, ha:

- 1) $m = 340$, $a = 393$, $c = 221$;
2) $m = 109$, $a = 169$, $c = 670$!

 **288.** Az 1., 2. és 3. számú iskolákban összesen m tanuló jár. Az 1. és 2. sz. iskoláknak p tanulója van, a 2. és 3. sz. iskolák diáklétszáma pedig n . Hány tanulója van mindegyik iskolának külön-külön? Mennyivel több tanulója van az 1. sz. iskolának, mint a 3. számúnak? Oldd meg a feladatot, ha:

- 1) $p = 3291$, $n = 3865$, $m = 5121$;
2) $p = 899$, $n = 664$, $m = 1299$!

289. Marika egy háromjegyű számra gondolt, majd a gondolt számot először 4004-gyel, majd 260-nal növelte. Így eredményül 4680-at kapott. Melyik számra gondolt Marika?

 **290.** András egy négyjegyű számra gondolt, majd a gondolt számot 2222-vel növelte, az eredményt 78-cal csökkentette, így 4680-at kapott. Melyik számra gondolt András?

291. Határozd meg a legnagyobb ötjegyű és a legkisebb:

- 1) négyjegyű; 2) kétjegyű szám különbségét!

292. 230 056 mennyivel kevesebb a 9 318 604-nél és több 56 790-nél?

293. Rajzolj egy számegyenet! Jelöld rajta az $A(8)$ és $B(4)$ pontokat! Mutasd meg, hogyan kell ábrázolni ezen a számegyenesen azt a C pontot, melynek koordinátája az A és B pont koordinátainak különbségével egyenlő!

 **294.** Rajzolj egy számegyenet! Jelöld rajta az $A(7)$ és $B(3)$ pontokat! Mutasd meg, hogyan kell ábrázolni ezen a számegyenesen azt a C pontot, melynek koordinátája az A és B pont koordinátainak különbségével egyenlő!

295*. Ilonka három számra gondolt. A gondolt számok összege 6900. Az első és a második szám összege 6150, az első és a harmadik számnak az összege pedig 4386. Mely számokra gondolt Ilonka?

296*. Számítsd ki:

1) $54 - 52 + 50 - 48 + 46 - 44 + \dots + 6 - 4 + 2;$

2) $46 - 43 + 40 - 37 + \dots + 10 - 7 + 4 - 1!$

297*. A számjegyek közé tegyél „-” jelet úgy, hogy az egyenlőség igaz legyen:

1) $9\ 8\ 9\ 8\ 9\ 8\ 9\ 8 = 74;$

2) $9\ 8\ 9\ 8\ 9\ 8\ 9\ 8 = 8\ 901!$

298*. Helyettesítsd a *-ot számjeggyel:

$$\begin{array}{r} 1) \quad _ 546 \cdot 67 \\ \quad \quad _ _ 87 _ \\ \hline \quad _ 91 _ 6 \cdot 1; \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad _ 6 \cdot 7 \ 67 \cdot \\ \quad \quad _ 8 \cdot \cdot 82 \\ \hline \quad _ 569 \ 9 \cdot 3! \end{array}$$



GYAKORLATI PÉLDÁK

299. A Lambert-fenyő 75 m magas, a velvicsia 50 cm. Hány centiméterrel magasabb a fenyő a velvicsiánál?

300. A tízéves gyerekek napi C-vitamin szükséglete 45 mg. 100 gramm fekete ribizli 200 mg C-vitamint tartalmaz, a narancsban és a citromban rendre 140 g-mal és 160 g-mal kevesebb C-vitamin van. Mennyi C-vitamin van 100 g narancsban? És 100 g citromban? Ezekből a gyümölcsökből állíts össze étrendet saját C-vitamin szükségletednek megfelelően!



ISMÉTLŐ FELADATOK

301. Számítsd ki:

1) $72 + 50 - 20 + 8 + 24 - 45;$

2) $185 - 24 + 48 - 152 + 61 - 23!$

302. Egy csónak sebessége állóvízben 30 km/óra, a folyó sebessége 2 km/óra. Határozd meg a csónak sebességét:

1) a vízfolyás irányába; 2) a vízfolyással szembe!

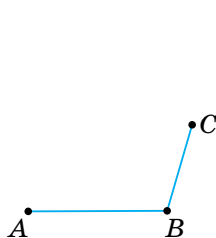
303. Egy csónak sebessége a vízfolyás irányába 45 km/óra, a vízfolyással szembe 35 km/óra. Határozd meg:

1) a folyó sebességét;

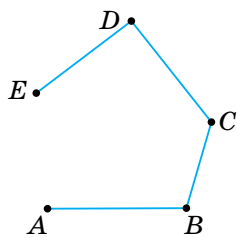
2) a csónak sebességét állóvízben!

9. §. SOKSZÖGEK ÉS KERÜLETÜK. EGYBEVÁGÓ SÍKIDOMOK

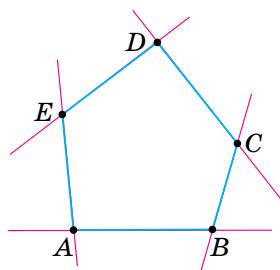
Figyeld meg a 98. ábrát! Láthatod, hogyan húztak az A ponttól folyamatosan AB , BC , CD és DE szakaszokat, majd az A és E pontokat összekötötték. Ezen szakaszok közül bármelyik kettő nem metszi egymást, nem illeszkedik egy egyenesre és azok az egyenesek, melyeknek ezek a szakaszok a részei sem metszik a többi szakaszt (99. ábra). Így egy újabb mértani alakzatot kaptunk, az $ABCDE$ sokszöget (100. ábra). Az A , B , C , D és E pontok a sokszög *csúcsai*, az AB , BC , CD , DE és AE szakaszok a sokszög *oldalai*.



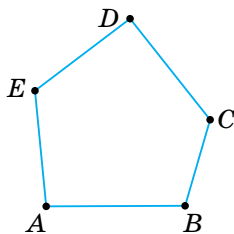
98. ábra



99. ábra



A sokszög jelölésénél a csúcsokat kell megnevezni sorba, az óramutató járásával megegyező vagy vele ellentétes irányban.



100. ábra

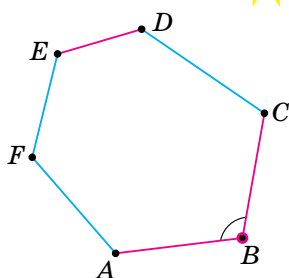
Lehet-e a 100. ábrán látható sokszög $BACDE$? Nem.

Szomszédos oldalak azok az oldalak, melyeknek van közös csúcsuk. Például az $ABCDEF$ (101. ábra) sokszögben az AB és BC oldalak szomszédosak, de az AB és DE oldalak nem szomszédosak. Két szomszédos

oldal által bezárt szög *a sokszög szöge*. A 101. ábrán ez az ABC szög. Egy betűvel is lehet jelölni: $B\angle$.

Bármely sokszögnek annyi oldala és annyi szöge van, ahány csúcsa. Például a 101. ábrán látható sokszögnek 6 csúcsa, 6 oldala és 6 szöge van. Ezért ez a sokszög hatszög.

Ha a sokszög csúcsainak száma n , akkor a sokszöget n oldalú sokszögnek, n -szögnek nevezzük. Ha $n = 3$, akkor háromszög, ha $n = 12$, akkor tizenkét-szög.



101. ábra

Jegyezd meg!

A sokszög oldalhosszainak összege a sokszög kerülete.

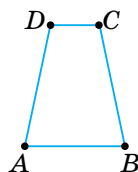


A kerületet P betűvel jelölik.



1. feladat. Határozd meg az $ABCD$ négyszög (102. ábra) kerületét, ha $AB = 4$ cm, $BC = AD = 5$ cm és $CD = 2$ cm!

Megoldás.



102. ábra

$$P = AB + BC + CD + AD = AB + 2BC + CD = 4 + 2 \cdot 5 + 2 = 16 \text{ (cm)}.$$

Felelet: 16 cm.

Ha egy sokszög mindegyik oldala a hosszúságú, akkor:

$$P = na.$$

Jellegzetes négyszög a *téglalap* (103. ábra). 4 csúcsa, 4 oldala és 4 szöge van. Mindegyik szöge derékszög, szemben fekvő oldalai páronként egyenlők, viszont a szomszédos oldalak különböző hosszúságúak. Alsó tagozaton szélesség és hosszúság volt a nevük.

Jelöld a szomszédos oldalakat a -val és b -vel. Akkor a *téglalap kerülete* a

$$P = 2a + 2b$$

képlettel számítható ki.

Az elemi osztályokból még egy négyszöget ismersz, a *négyzetet* (104. ábra). A négyzetnek is minden szöge derékszög (ezért a négyzet téglalap), és minden oldala egyenlő. Az a oldalú négyzet területképlete:

$$P = 4a.$$

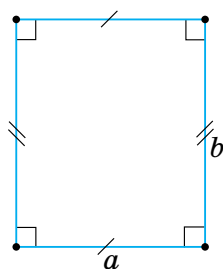
🌟 Minden téglalap négyzet-e? Nem, mert létezik olyan téglalap, melynek nem minden oldala egyenlő. Például a 103. ábrán látható téglalap sem négyzet.

🧩 **Feladat.** Egy téglalap oldalai a cm és b cm ($a < b$) és egy négyzet oldala a cm (105. ábra). Mennyivel nagyobb a téglalap kerülete a négyzet kerületénél?

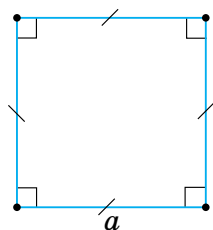
▶ **Megoldás.** Legyen a téglalap kerülete P_1 , a négyzeté pedig P_2 . Akkor $P_1 = 2a + 2b$ (cm) és $P_2 = 4a$ (cm). Határozd meg P_1 és P_2 különbségét:

$$P_1 - P_2 = 2a + 2b - 4a = 2a + 2b - 2a - 2a = 2b - 2a \text{ (cm)}.$$

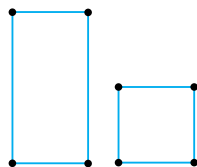
Tehát az a cm és b cm ($a < b$) oldalhosszúságú téglalap kerülete $2b - 2a$ cm-rel nagyobb az a oldalú négyzet kerületénél.



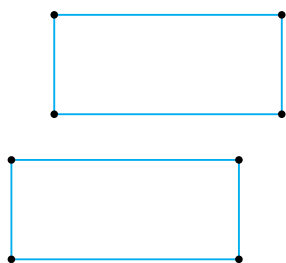
103. ábra



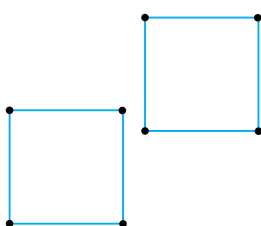
104. ábra



105. ábra



106. ábra



107. ábra

Nézd meg a 106. ábrát! Láthatod, hogy a két téglalap megfelelő oldalai egyenlők, így ők fedésbe hozhatók, ha egymásra helyezed őket. A 107. ábrán látható négyzetek oldalai is egyenlők, így ezek a négyzetek is fedésbe hozhatók. Bármely alakzathoz lehet találni olyan alakzatot, amivel fedésbe hozható.

Jegyezd meg!

Két alakzat egybevágó, ha fedésbe hozhatók.

Tehát a 106. ábrán egybevágó téglalapok vannak, a 107. ábrán pedig egybevágó négyzetek. Könnyen belátható, hogy az egybevágó síkidomok kerületei egyenlők. Később az egybevágó síkidomok más tulajdonságaival is megismerkedsz.



Tudj meg többet!

1. Az általunk is használt méterrendszerben a hosszúság alapegysége a méter. Egy méter (a görög *metron* szóból ered, jelentése mérték) a vákuumban a fény által a másodperc $\frac{1}{299\,792\,458}$ része alatt megtett út.
2. A csillagászatban más mértékegységet használnak hossz mérésre. Például a fényéven azt az utat értjük, amit a fény egy év alatt tesz meg. Mivel a fény sebessége vákuumban $299\,792\,458$ m/mp, ezért egy fényév $9\,460\,730\,472\,581$ km.

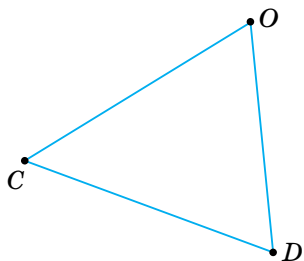
IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mi a sokszög?
2. Mely oldalak a sokszög szomszédos oldalai?
3. Hány oldala, csúcsa van egy hatszögnek, ötszögnek?
4. Mit nevezünk n -szögnek, n oldalú sokszögnek?
5. Mi a sokszög kerülete?
6. Hogyan kell meghatározni egy olyan n -szög területét, melynek minden oldala egyenlő hosszúságú?
7. Mi a téglalap? Mi a négyzet?
8. Sorold fel a téglalap tulajdonságait!
9. Hogyan kell meghatározni a téglalap, a négyzet területét?
10. Mikor egybevágó két alakzat?

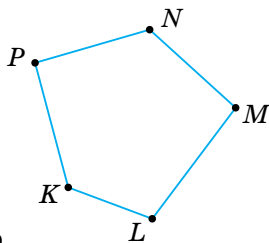


OLDD MEG A FELADATOKAT!

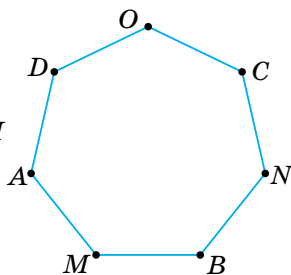
304. Nevezd meg a 108–110. ábrán látható sokszögeket! Nevezd meg a sokszögek csúcsát, egy szomszédos oldalpárt, a sokszög szögeit!



108. ábra



109. ábra



110. ábra

305. Hány csúcsa, oldala és szöge van egy n oldalú sokszögnek, ha:

- 1) $n = 7$;
- 2) $n = 12$;
- 3) $n = 105$?

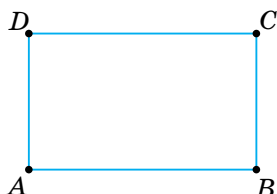
Hogy hívják ezeket a sokszögeket?

306. Rajzolj:

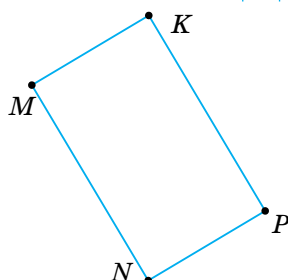
- 1) négyszöget;
- 2) ötszöget;
- 3) hatszöget!

307. Nevezd meg:

- 1) az $ABCD$ (111. ábra);
 - 2) az $MNKP$ (112. ábra)
- téglalap egyenlő hosszúságú oldalpárjait!



111. ábra



112. ábra

308°. Helyesen van-e felírva az $ABCD$ téglalap kerülete?

- 1) $P = AB + BC$;
- 2) $P = 2 AB + 2 BC$;
- 3) $P = 2 AB + 2 CD$.

309°. Mekkora annak az ötszögnek a kerülete, melynek az oldalai:

- 1) 3 cm, 6 cm, 7 cm, 2 cm, 5 cm;
- 2) 65 cm, 26 cm, 34 cm, 19 cm, 11 cm hosszúak!

310°. Egy n -szög minden oldalának hossza c . Írd fel az n oldalú sokszög kerületének képletét, ha:

- 1) $n = 5$; 2) $n = 10$; 3) $n = 78$!



311°. Számítsd ki annak az n oldalú sokszögnek a kerületét, melynek minden oldala 5 cm és:

- 1) $n = 10$; 2) $n = 200$; 3) $n = 1000$!

312°. Rajzolj tetszőleges négyszöget! Végezz méréseket, és határozd meg a kerületét!

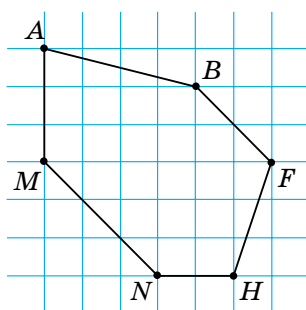


313°. Rajzolj a 113. ábrán látható sokszöggel egybevágó sokszöget!

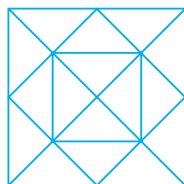
314°. Milyen sokszögek láthatók a 114. ábrán? Hány négyszög van az ábrán? Hány hatszög látható az ábrán?

315°. Téglalap-e az $ABCD$ négyszög, ha:

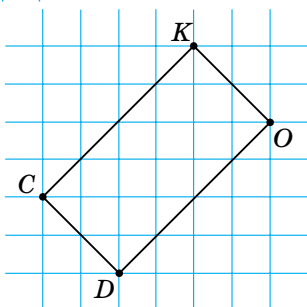
- 1) $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle D = 100^\circ$;
- 2) $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle D = 90^\circ$;
- 3) $AB = 4$ cm, $BC = 8$ cm, $CD = 8$ cm, $DA = 4$ cm;
- 4) $AB = 4$ cm, $BC = 4$ cm, $CD = 4$ cm, $DA = 8$ cm?



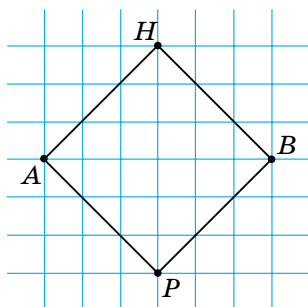
113. ábra



114. ábra



115. ábra



116. ábra

316°. Rajzolj a 115. ábrán látható téglalappal egybevágó téglalapot!



317°. Rajzolj olyan téglalapot, melynek oldalai kétszer akkora, mint a 115. ábrán látható téglalapé!

318°. Rajzolj a 116. ábrán látható négyzettel egybevágó négyzetet!



319°. Rajzolj olyan négyzetet, melynek oldala a 116. ábrán látható négyzet oldalának a háromszoros!

320°. Adva van egy négyzet. Határozd meg a 9. táblázat ismeretlen mennyiségeit!

9. táblázat

A négyzet oldala	4 cm	40 mm	12 dm				
A négyzet kerülete				20 cm	64 m	400 mm	24 km

321°. Adva van egy téglalap. Töltsd ki a 10. táblázatot!

10. táblázat

Szélesség	20 cm	8 cm			56 dm	120 mm
Hosszúság	15 cm	23 cm	10 cm	32 cm	24 cm	45 cm
Kerület			60 cm	124 cm		

322°. Egy téglalap egyik oldala 246 cm, a másik 98 cm-rel rövidebb. Mekkora a téglalap kerülete?



323°. Egy téglalap egyik oldala 56 m, a másik 23 m-rel hosszabb. Mekkora a téglalap kerülete?

324°. Egy téglalap kerülete 64 cm, szélessége pedig 6 cm. Mekkora a téglalap hossza?

 **325°.** Egy téglalap kerülete 48 dm. Határozd meg ennek a téglalapnak a szélességét, ha a hosszúsága 8 dm!

 **326°.** Számítsd ki a 16 m oldalhosszúságú négyzet területét!

327. Hogyan változik meg az n -szög kerülete, ha mindegyik oldalát 7 cm-rel növelik?

328. Az $ABCD$ négyszög BC oldala 28 cm, és kétszer akkora, mint az AD oldal. Az AB oldal 9 cm-rel rövidebb a BC oldalnál és 3 cm-rel hosszabb a CD -nél. Határozd meg a négyszög területét!

 **329.** Az $ABCD$ négyszög AB oldala 150 cm. Az AD oldal az AB oldal háromszorosa, a BC oldal pedig 34 cm-rel rövidebb a AB -nél. Mekkora a CD oldal, ha a négyszög kerülete 916 cm?

330. Egy tízszög legrövidebb oldala 4 cm. Minden következő oldal az előző oldalnál 2 cm-rel hosszabb. Számítsd ki a tízszög területét!

 **331.** Egy kilencszög leghosszabb oldala 45 cm. Minden következő oldal az előző oldalnál 3 cm-rel rövidebb. Mekkora a kilencszög kerülete?

 **332.** Egy téglalap kerülete 20 cm. Számítsd ki a téglalap hosszát, ha az 2 cm-rel hosszabb a szélességénél!

333. Egy téglalap oldalai 2 cm és 8 cm. Mekkora a téglalapével azonos területű négyzet oldala?

334. Egy téglalap egyik oldala m , a másik pedig n -nel hosszabb. Határozd meg a téglalap területét, ha:

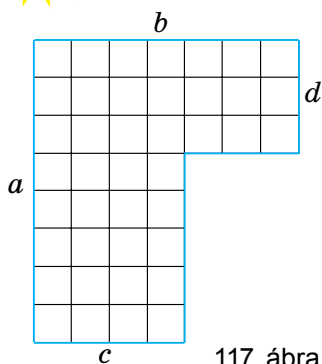
1) $m = 6$ cm, $n = 20$ mm;

2) $m = 8$ dm, $n = 4$ cm!

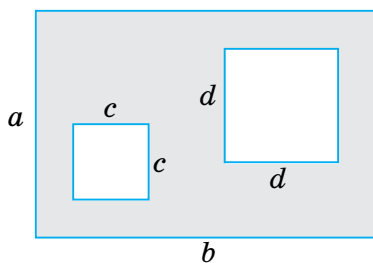
 **335.** Egy téglalap egyik oldala 17 m, a másik pedig 65 cm-rel rövidebb. Mekkora a téglalap kerülete?

336. Egy téglalap kerülete 34 dm. Határozd meg a téglalap hosszát, ha a szélessége 500 mm!

 **337.** Egy téglalap alakú futballpálya méretei 100 m és 75 m. Határozd meg a téglalap alakú kosárlabdapálya méreteit, ha a szélessége 5-ször rövidebb a futballpálya szélességénél, a hossza pedig 72 m-rel rövidebb a futballpálya hosszánál!



117. ábra



118. ábra

- 338.** Mekkora az oldala annak a négyzetnek, melynek a kerülete 7 m?
- 339.** Írd le azokat a képleteket, melyekkel meg lehet határozni a 117. és a 118. ábrán látható síkidomok területét!
- 340*.** Egy hétszög legkisebb oldalának hossza a . Minden következő oldal c -vel hosszabb az előzőnél. Mekkora a hétszög kerülete?
- 341*.** Az $ABCD$ téglalap AB oldala háromszor hosszabb a BC oldalnál. Határozd meg a téglalap oldalait, ha a kerülete 72 cm!
- 342*.** Egy téglalap alakú papírlap egyik oldala 4 cm, másik oldala pedig 9 cm. Vágd szét ezt a papírlapot két egybevágó részre úgy, hogy a részekből össze lehessen rakni egy négyzetet. Mekkora a kapott négyzet kerülete?



GYAKORLATI PÉLDÁK

- 343.** Egy téglalap alakú padló mérete 3×4 m. Hány méter szegőléceket kell venni erre a szobára?
- 344.** Egy téglalap alakú kert méretei 6 m és 10 m. Elegendő-e 30 m kerítés a kert bekerítéséhez?
- 345.** Egy csomag pálcikából 4 pálcika 1 cm hosszú, 4 db 2 cm hosszú, 7 db 3 cm hosszú és 5 db 4 cm hosszú. Ki lehet-e rakni ezekből a pálcikákból egy téglalapot, ha mindegyik pálcikát fel kell használni?
- 346.** A linóleum 2 m széles. Hány métert kell ebből a linóleumból vásárolni ahhoz, hogy egy 5×4 m-es padlót teljesen befedjünk?



ISMÉTLŐ FELADATOK

347. Számítsd ki:

- 1) $25 \text{ kg } 900 \text{ g} + 24 \text{ kg } 650 \text{ g}$; 2) $34 \text{ kg } 25 \text{ g} - 15 \text{ kg } 70 \text{ g}$!

348. Egy kikötőből egyszerre, ellenkező irányba két sétahajó indult el. Az egyik sebessége 25 km/óra , a másiké pedig 30 km/óra . Mekkora lesz a távolság a két sétahajó között 1 óra múlva?

10. §. A HÁROMSZÖG ÉS FAJTÁI

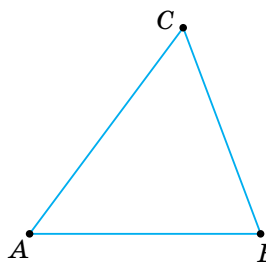
Már tudod, hogy a háromszög egy olyan sokszög, melynek három oldala, három csúcsa és három szöge van. A 119. ábrán látható háromszög csúcsai az A , B és C pontok, oldalai az AB , BC és CA szakaszok, szögei a BAC , ABC és ACB szögek.

Többféle háromszöget különböztetünk meg. A háromszögeket különböző szempontok szerint csoportosíthatjuk. A legkézenfekvőbb *oldalaik szerint* csoportosítani őket.

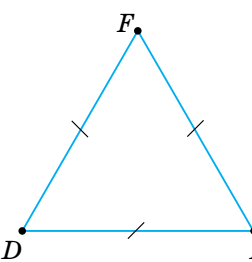
A háromszögek oldalai lehetnek egyenlő hosszúak. Ekkor a többi sokszöghöz hasonlóan a háromszöget *egyenlő oldalúnak* nevezzük. A 120. ábrán a DEF háromszög egyenlő oldalú.

 A rajzon az egyenlő oldalakat ugyanannyi vonalkával jelöljük.

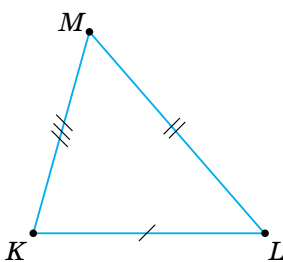
Ha a háromszög minden oldala különböző hosszúságú, mint például a KLM háromszöge a 121. ábrán, akkor az



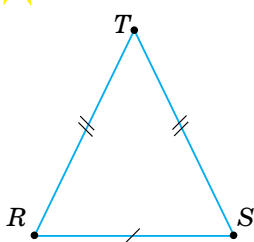
119. ábra



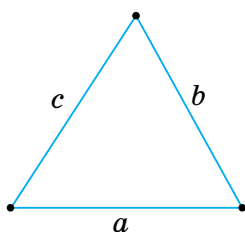
120. ábra



121. ábra



122. ábra



$$P = a + b + c$$

123. ábra

ilyen háromszöget *általános* vagy *különböző oldalú* háromszögnek nevezzük.

Ha a háromszög két oldala egyenlő, akkor azt *egyenlő szárú* háromszögnek nevezzük (120. ábra). A 122. ábra az RST egyenlő szárú háromszöget szemlélteti, amelyben két oldal egyenlő: $RT = ST$. Az egyenlő szárú háromszög egyenlő oldalait *száraknak*, a harmadik oldalt pedig *alapnak* nevezzük.

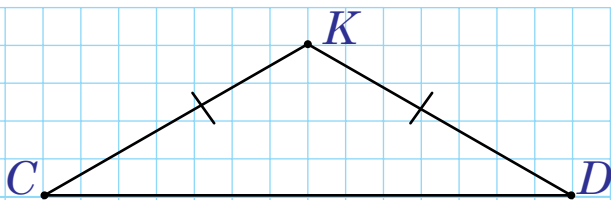
Már tudod, mi a sokszög kerülete és hogyan kell kiszámítani. A háromszög kerületének meghatározásakor ugyanígy járunk el – összeadjuk oldalaik hosszát (123. ábra). Az a oldalú egyenlő oldalú háromszög kerületét a $P = 3a$ képlettel számítjuk ki.



Feladat. Számítsd ki a CDK egyenlő szárú háromszög kerületét, ha alapja $CD = 5$ cm, szára pedig 2 cm-rel rövidebb!



Megoldás.



$$1) CK = DK = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)},$$

$$2) P = CD + CK + DK = CD + 2 CK = \\ = 5 + 2 \cdot 3 = 11 \text{ (cm)}.$$

Felelet: 11 cm.

☀ Csoportosíthatjuk-e a háromszögeket más szempontok szerint? Igen, például szögeik alapján.

Megkülönböztetünk hegyesszögű, derékszögű és tompaszögű háromszöget.

A *hegyesszögű háromszögnek* minden szöge hegyesszög. A 124. ábra egy ABC hegyesszögű háromszöget szemléltet.

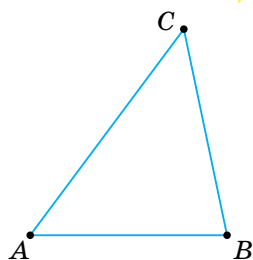
Ha a háromszög szögei közül az egyik derékszögű, akkor *derékszögű háromszögnek* nevezzük. Például a DOM háromszögben (125. ábra) az O szög 90° -os.

📖 A rajzokon a derékszögű háromszögben a derékszögre a $\sqcap$ jel utal.

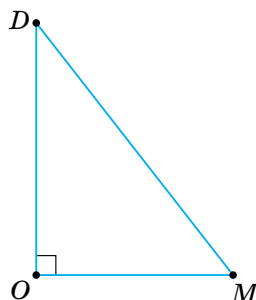
A *tompaszögű háromszög* egyik szöge tompa. A 126. ábrán a KPN háromszögben az $NKP\angle > 90^\circ$.

☀ Létezik-e olyan háromszög, melynek két tompaszöge vagy két derékszöge van? Nem.

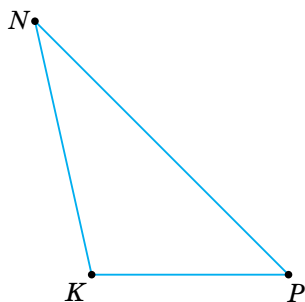
Végezz el egy kísérletet! Készíts kartonpapírból egy háromszöget, majd darabold fel a 127. ábra szerint. Az 1-es szöghöz illeszd a 2-es szöget (128. ábra), majd ehhez a 3-ast. Egy egyenesszöget kaptál.



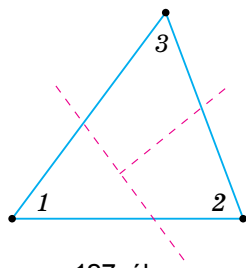
124. ábra



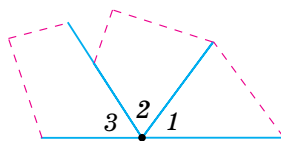
125. ábra



126. ábra



127. ábra

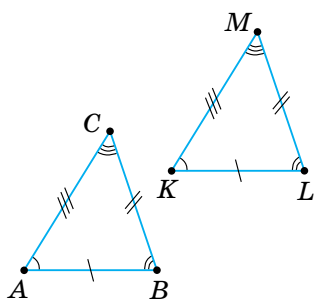


128. ábra

Ez azt jelenti, hogy az 1-es, 2-es és 3-as szögek összege 180° . Ez a tulajdonság bármely háromszögre igaz. A tulajdonságból az következik, hogy a háromszögnek nem lehet két tompaszöge vagy két derékszöge. Ezt a tulajdonságot a 7. osztályban bizonyítással is igazolni fogod.

Jegyezd meg!

A háromszög szögeinek összege mindig 180° -kal egyenlő, míg a kerülete függ az oldalak hosszától.



129. ábra

Már ismered az egybevágó sokszögeket. A sokszögekhez hasonlóan a háromszögek egybevágók, ha fedéssel egymásba hozhatók. Ebből az következik, hogy az egybevágó háromszögek megfelelő oldalai és megfelelő szögei egyenlők. A 129. ábrán látható ABC és KLM háromszögek egybevágók, mivel:

$$AB = KL, BC = LM, AC = KM,$$

$$A\angle = K\angle, B\angle = L\angle, C\angle = M\angle.$$

Két háromszög egybevágóságának eldöntéséhez le kell ellenőrizni, hogy teljesülnek-e a fenti egyenlőségek. A 7. osztályban megismeritek, hogyan rövidíthető le a bizonyítási eljárás.



Tudj meg többet!

- Alább felsorolunk néhány esetet, amellyel a háromszögek szerkesztése során találkozhatasz. Más esetekkel a mértan tanulmányozása során fogsz megismerkedni.
- Ha ismert a háromszög két oldala és az általuk közbezárt szög, akkor az adott háromszög mindig megszerkeszthető.
 - Ha ismert a háromszög egy oldala és a rajta fekvő két szög, akkor a háromszög azzal a feltétellel szerkeszthető meg, hogy e két szögének összege kisebb, mint 180° .
 - Ha adott a háromszög három oldala, akkor a háromszög azzal a feltétellel szerkeszthető meg, hogy bármelyik oldala kisebb a másik két oldal összegénél.

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Melyik sokszöget nevezzük háromszögnek?
2. Hány szöge, oldala és csúcsa van egy háromszögnek?
3. Mit nevezünk különböző oldalú háromszögnek? Egyenlő oldalúnak?
4. Mit nevezünk egyenlő szárú háromszögnek?
5. Mit nevezünk hegyesszögű háromszögnek? Derékszögűnek? Tompaszögűnek?
6. Hogyan határozzuk meg a háromszög területét? Az egyenlő oldalú háromszög területét?
7. Mennyi a háromszög szögeinek összege?
8. Ismertesd az egybevágó háromszögek tulajdonságát!



OLDD MEG A FELADATOKAT!

349. Nevezd meg a következő háromszögek csúcsait, oldalait és szögeit:

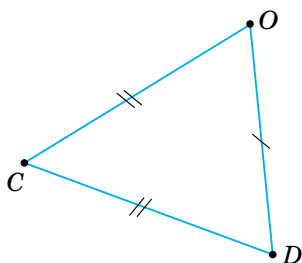
1) ABC ;

2) MNP ;

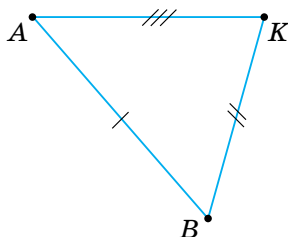
3) DRT .

350. Nevezd meg a 130–132. ábrákon:

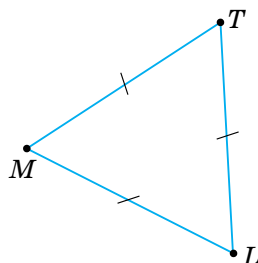
- 1) az egyenlő oldalú; 2) az egyenlő szárú háromszögeket!



130. ábra

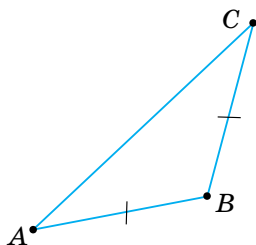


131. ábra

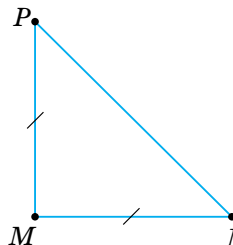


132. ábra

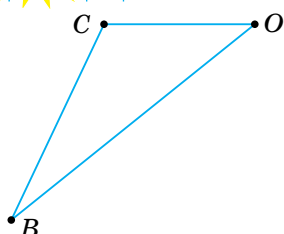
351. Nevezd meg az 1) ABC (133. ábra); 2) MNP (134. ábra) egyenlő szárú háromszög alapját és szárait!



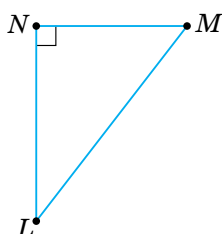
133. ábra



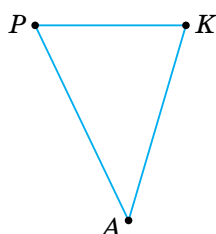
134. ábra



135. ábra



136. ábra



137. ábra

352°. Milyen fajtájú az ABC háromszög, ha:

- 1) $AB = 3 \text{ cm}$; $BC = 8 \text{ cm}$, $CA = 8 \text{ cm}$;
- 2) $AB = 15 \text{ m}$; $BC = 15 \text{ m}$, $CA = 15 \text{ m}$?

353°. Számítsd ki az egyenlő oldalú háromszög területét, ha oldal-hossza:

- 1) 15 cm ; 2) 123 m !

354°. Nevezd meg a 135–137. ábrákon látható háromszögek közül:

- 1) a hegyesszögűt; 2) a tompaszögűt; 3) a derékszögűt!

355°. Nevezd meg az ABC háromszög fajtáját, ha:

- 1) $A\angle = 90^\circ$, $B\angle = 20^\circ$, $C\angle = 70^\circ$;
- 2) $A\angle = 45^\circ$, $B\angle = 65^\circ$, $C\angle = 70^\circ$;
- 3) $A\angle = 14^\circ$, $B\angle = 126^\circ$, $C\angle = 40^\circ$!

356°. Lehet-e a háromszög szögeinek összege:

- 1) 100° ; 2) 170° ; 3) 180° ; 4) 190° ?

357°. Rajzolj egy tetszőleges háromszöget! Mérd meg az oldalait, és határozd meg a háromszög fajtáját!



358°. Rajzolj: 1) egyenlő szárú háromszöget; 2) egyenlő oldalú háromszöget! Végezz méréseket, majd számítsd ki a háromszögek területét!

359°. Az ABC háromszög ismert adatai alapján töltsd ki a 11. táblázatot!

11. táblázat

AB	18 cm	67 m	125 cm	945 dm	556 cm
AC	34 cm			20 m	65 dm
BC	23 cm	23 m	125 cm	876 dm	4500 mm
P		144 m	375 cm		

360°. Számítsd ki az ABC egyenlő oldalú háromszög kerületét, ha:

- 1) $AB = 201$ cm; 3) $AB = 37$ cm;
2) $AC = 4$ m 6 cm; 4) $CB = 8$ m 30 cm!

361°. Határozd meg az egyenlő oldalú háromszög oldalát, ha kerülete egyenlő:

- 1) $27m$; 2) $15p$; 3) $6a$!

362°. Az egyenlő szárú háromszög alapja 10 mm, szára pedig kétszer nagyobb. Határozd meg a háromszög kerületét!

 **363°.** Az egyenlő szárú háromszög szára 18 cm, kerülete pedig 42 cm. Számítsd ki a háromszög alapját!

364°. Rajzolj: 1) hegyesszögű; 2) tompaszögű; 3) derékszögű háromszöget!

 **365°.** Létezik-e olyan háromszög, melynek szögei egyenlők:

- 1) $90^\circ, 90^\circ, 20^\circ$; 3) $70^\circ, 80^\circ, 80^\circ$;
2) $135^\circ, 90^\circ, 45^\circ$; 4) $30^\circ, 70^\circ, 80^\circ$?

366°. Az ABC háromszög ismert adatai alapján töltsd ki a 12. táblázatot!

12. táblázat

$A\angle$	60°	60°	60°		135°
$B\angle$	30°		42°	90°	20°
$C\angle$		100°		45°	

367°. Az ABC háromszögben az A szög fokmértéke 40° , a C szög pedig kétszer nagyobb az A -nál. Határozd meg a B szög fokmértékét!

 **368°.** Az ABC háromszögben az A szög fokmértéke 70° , a C szög pedig 10° -kal nagyobb az A -nál. Határozd meg a B szög fokmértékét!

369°. Vonalzó és szögmérő segítségével rajzold meg az ABC szöget, ha:

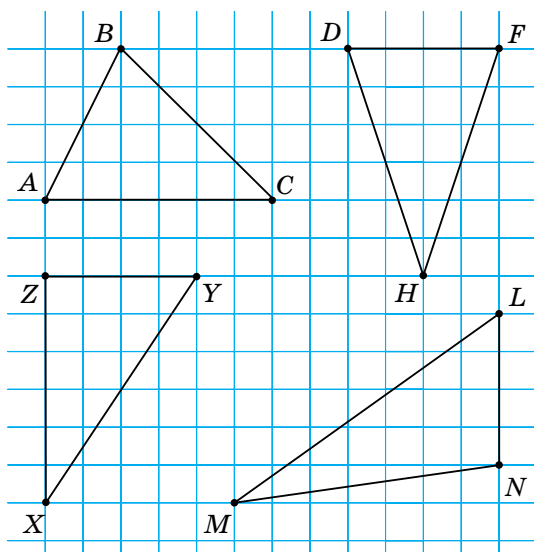
- 1) $A\angle = 60^\circ$, $AB = 6$ cm, $AC = 4$ cm;
2) $A\angle = 60^\circ$, $B\angle = 90^\circ$, $AB = 5$ cm!

Milyen háromszöget kaptál?

 **370°.** Vonalzó és szögmérő segítségével rajzold meg az ABC szöget, ha:

- 1) $A\angle = 60^\circ$, $B\angle = 60^\circ$, $AB = 6$ cm;
2) $A\angle = 60^\circ$, $AB = 6$ cm, $AC = 6$ cm!

Milyen háromszöget kaptál?



138. ábra



371°. Rajzolj a füzetedbe a 138. ábrán látható alakzatokkal egybevágó háromszögeket!

372. Az ABC háromszög AB oldala 10 cm. Az AC oldal kétszer nagyobb az AB -nél, és 6 cm-rel rövidebb a BC -nél. Számítsd ki a háromszög területét!



373. Az ABC háromszög BC oldala 17 centiméter. Az AC oldal 8 cm-rel nagyobb a BC -nél, és 6 cm-rel kisebb az AB -nél. Számítsd ki a háromszög területét!

374. Az egyenlő szárú háromszög alapja 10 cm-rel nagyobb a száránál. Határozd meg a háromszög területét, ha a szára 4 dm?



375. Az egyenlő szárú háromszög szára 9 cm-rel nagyobb az alapjánál. Határozd meg a háromszög területét, ha az alapja 56 cm?

376. Számítsd ki annak az egyenlő oldalú háromszögnek az oldalát, melynek kerülete a 12 cm oldalhosszúságú négyzet területének felével egyenlő!

377. Az ABC háromszög C szöge 60° -os. A B szög 40° -kal kisebb az A -nál. Számítsd ki a B szög fokmértékét!



378. Az ABC háromszögben a $B\angle$ derékszög, az $A\angle$ pedig 56° -kal nagyobb a C szögnél. Számítsd ki a háromszög szögeit!

379. Rajzolj egy:

- 1) egyenlő szárú hegyesszögű háromszöget;
- 2) egyenlő szárú tompaszögű háromszöget;
- 3) egyenlő szárú derékszögű háromszöget!

380*. Az ABC háromszög AB oldala 7 cm-rel nagyobb az AC oldalnál, amely 6 cm-rel kisebb a BC -nél. Számítsd ki a háromszög oldalait, ha a kerülete 49 cm!

381*. Az ABC háromszögben $AB + BC = 25$ cm, $BC + CA = 26$ cm, $CA + AB = 27$ cm. Számítsd a háromszög területét és oldalait!

382*. Az egyenlő szárú háromszög kerülete p cm, szára pedig $(m + 3)$ cm. Határozd meg a háromszög alapját!

383*. Az ABC háromszögben $\angle A + \angle B = 90^\circ$, $\angle B + \angle C = 150^\circ$. Határozd meg a háromszög szögeit!



GYAKORLATI PÉLDÁK

384. A téglalap alakú papírlap egyik oldala 4 cm, a másik pedig 9 cm. Vágd a papírlapot két egyforma darabra, hogy azokat összeillesztve háromszöget kapjál!

385. Marika a technikaórán azt a feladatot kapta, hogy varrjon egy 50 cm, 50 cm és 75 cm méretű háromszög alakú kendőt. A kislány úgy döntött, hogy csipkével szegi körbe. Hány méter csipkét kell a kislánynak vásárolni?

386. Rajzoljatok díszítőmintákat: 1) különböző háromszögek; 2) csak derékszögű háromszögek felhasználásával!



ISMÉTLŐ FELADATOK

387. Számítsd ki:

- 1) $25 \cdot 8 - 4 \cdot 90 + 2 \cdot (424 + 26)$;
- 2) $240 : 4 + 560 : 7 + 121 : (321 - 240 - 70)$!

388. Add meg milliméterekben:

- 1) 25 cm 4 mm; 2) 8 m 2 mm!

389. Add meg másodpercekben:

- 1) 2 óra 15 perc; 2) 1 óra 20 perc 5 mp!

390. A vancouveri téli olimpiai játékokon 83 ország sportolói vettek részt, ami 123-mal kevesebb, mint a pekingi nyári olimpiai játékokon szereplő versenyzők száma. Hány ország sportolói vettek részt a pekingi nyári olimpiai játékokon?

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mi a betűkifejezés? Hozz fel példákat!
2. Magyarázd meg, hogyan számítjuk ki a számkifejezések értékét!
3. Mi a képlet? Hozz fel példákat!
4. Nevezd meg az összeadás tagjait!
5. Magyarázd meg az összeadás felcserélhetőségi tulajdonságát!
6. Magyarázd meg, hogyan adunk össze többjegyű számokat!
7. Ismertesd az összeadás csoportosítási tulajdonságát!
8. Nevezd meg a kivonás tagjait valamint eredményét!
9. Mit jelent egyik számból kivonni egy másikat?
10. Magyarázd el, hogyan kell többjegyű számokat írásban kivonni!
11. Mi a sokszög?
12. Milyen sokszöget nevezünk téglalapnak?
13. Mely síkidomok egybevágók?
14. Mit értünk a sokszög kerületén?
15. Hogyan kell meghatározni egy olyan n -szög kerületét, melynek minden oldala egyenlő a -val?
16. Hogyan kell meghatározni a téglalap, a négyzet kerületét?
17. Milyen sokszöget nevezünk háromszögnek?
18. Mit nevezünk egyenlő oldalú háromszögnek? Különböző oldalúnak? Egyenlő szárúnak?
19. Mit nevezünk hegyesszögű háromszögnek? Derékszögűnek? Tompaszögűnek?
20. Hogyan határozzuk meg a háromszög kerületét?
21. Hogyan határozzuk meg az egyenlő oldalú háromszög kerületét?
22. Mivel egyenlő a háromszög szögeinek összege?

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

TESZTFELADATOK

Figyelmesen olvasd el a feladatokat, és a felajánlott válaszok közül válaszd ki a helyeset! A tesztfeladatok végrehajtására 10–15 perc áll rendelkezésedre.

- 1°. Határozd meg 114 és 938 összegét!
- A. 1142.
 - B. 1042.
 - C. 1052.
 - D. 1152.
- 2°. Az a számot először 15-tel, majd 3-szor növelték, végül 15-tel csökkentették. Milyen kifejezést kaptál?
- A. $3a$.
 - B. $a + 15 \cdot 3 - 15$.
 - C. $(a + 15) \cdot (3 - 15)$.
 - D. $(a + 15) \cdot 3 - 15$.
- 3°. Az ABC háromszögben $A\angle = 80^\circ$, $B\angle = 20^\circ$, $C\angle = 80^\circ$. Milyen az ABC háromszög?
- A. Egyenlő oldalú.
 - B. Derékszögű.
 - C. Hegyesszögű.
 - D. Tompaszögű.
4. Az egyenlő szárú háromszög szára 9 cm, alapja pedig 5 cm-rel nagyobb. Határozd meg a háromszög területét!
- A. 23 cm.
 - B. 37 cm.
 - C. 32 cm.
 - D. 14 cm.
- 5*. Az $ABCD$ négyszög AB oldala egyenlő egy olyan négyzet oldalhosszúságával, melynek területe 24 cm. A négyszög CD oldala 4 cm-rel hosszabb az AB -nél és 3 cm-rel rövidebb a CB -nél. Az AD oldal 20 mm-rel nagyobb az AB és CD oldalak hosszánál. Határozd meg a négyszög területét!
- A. 49 cm.
 - B. 37 cm.
 - C. 47 cm.
 - D. 41 cm.

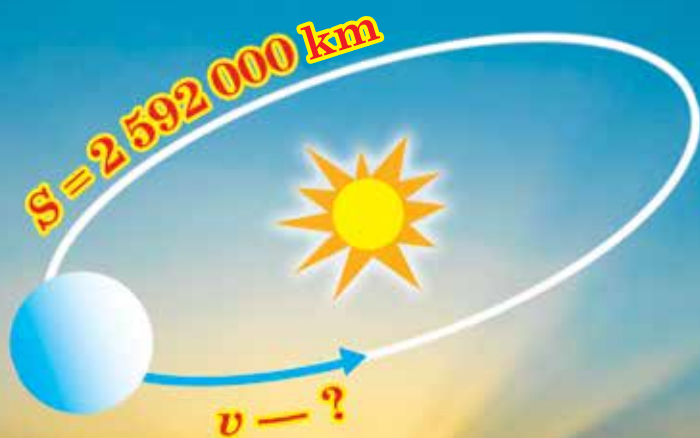
3.

FEJEZET

TERMÉSZETES SZÁMOKKAL VÉGZETT MÁSODRENDŰ MŰVELETEK

A fejezetből választ kaptok az alábbiakra:

- ☀ hogyan osztunk és szorzunk természetes számokat, milyen tulajdonságaik vannak;
- ☀ hogyan kell elvégezni a maradékos osztást;
- ☀ milyen a műveletek sorrendje azokban a kifejezésekben, melyek első- és másodrendű műveleteket tartalmaznak;
- ☀ mi az egyenlet és mi a gyöke;
- ☀ melyek a feladatok megoldásának számtani és algebrai módszerei;
- ☀ hogyan alkalmazható a gyakorlatban az elsajátított tananyag.



11. §. TERMÉSZETES SZÁMOK SZORZÁSA

Már tudjátok, hogy az egyenlő összeadandókat tartalmazó összeg szorzással helyettesíthető: $25 + 25 + 25 + 25 = 25 \cdot 4$.

Jegyezd meg!

Az a számot b -vel megszorozni annyit jelent, mint összeadni b darab a -val egyenlő összeadandót.

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ összeadandó}}$$

A szorzás másodrendű számtani művelet. Azt a számot, amit szorzunk *szorzandónak*, amivel szorzunk *szorzónak* nevezzük. A szorzandót és szorzót mondjuk még *tényezőnek* is. Azt a számot, melyet a szorzás eredményeül kapjuk, *szorzatnak* nevezzük.

A művelet elemei	$\cdot$	=	A művelet eredménye
3			6
<i>szorzandó</i>			<i>szorzat</i>
	2		
	<i>szorzó</i>		

A $3 \cdot 2$ kifejezést szintén szorzatnak nevezzük.

 Megváltozik-e a szorzat, ha a tényezőket felcseréljük? Nem. A szorzás meghatározására támaszkodva próbáljátok önállóan megmagyarázni a következő egyenlőséget: $3 \cdot 2 = 2 \cdot 3 = 6$.

A szorzásnak ez a tulajdonsága igazolható bármilyen a és b számra is. Ezt a *szorzás felcserélhetőségi törvényének* nevezzük.

Jegyezd meg!

A szorzás felcserélhetőségi törvénye.

A tényezők felcserélésétől a szorzat nem változik.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Könnyen belátható, hogyha az egyik tényező 1-gyel egyenlő, akkor a szorzat a másik tényezővel egyenlő:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

Ha az egyik tényező 0-val egyenlő, akkor a szorzat értéke is 0.

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Már tudod, hogy néhány tényező szorzata nem függ a tényezők sorrendjétől. Például ahhoz, hogy meghatározzuk a 10, 2 és 15 számok szorzatát, először megszorozhatjuk a 10-et és a 2-őt, és ezután az eredményt szorozzuk meg 15-tel. Viszont célszerűbb, ha először a 2-t 15-tel szorozzuk, majd a szorzatukat 10-zel szorozzuk. A szorzás sorrendjét zárójellel lehet jelölni. Így az előző példánál: $(10 \cdot 2) \cdot 15 = 10 \cdot (2 \cdot 15)$.

Ez a tulajdonság bármely a , b és c számra teljesül, és a *szorzás csoportosítási tulajdonsága*.



Jegyezd meg!

A szorzás csoportosítási tulajdonsága.

A szorzat nem változik, ha a tényezőket csoportosítjuk.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$



Figyeld meg!

Ha két szám szorzatát megszorozzuk egy harmadik számmal, ugyanarra az eredményre jutunk, mint amikor az első számot megszorozzuk a második és a harmadik szám szorzatával.

Felhasználva a szorzás felcserélhetőségi és csoportosítási tulajdonságait, a tényezőket így is csoportosíthatjuk: a második számot szorozzuk meg az első és a harmadik szorzatával. Például a 10, 2 és 15 számok szorzata azokon az eseteken kívül, amit már vizsgáltunk, a harmadik módszer a következő lehet: $(10 \cdot 15) \cdot 2$.

A felcserélhetőségi és csoportosítási tulajdonságok bármilyen számú tényezőnél igazak. A fenti tulajdonságok alkalmazásával jelentősen leegyszerűsíthetjük a számításokat. Megvizsgálunk néhány példát.

Jegyezd meg!

Természetes számot 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ... úgy szorzunk, hogy jobbról annyi nullát írunk a szorzandó után, ahány nullát tartalmaz a szorzó.

Például $28 \cdot 1000 = 28\ 000$; $735 \cdot 100 = 73\ 500$.

Jegyezd meg!

A nulla végződő természetes számok szorzását:

- 1)** úgy kell elvégezni, hogy a számok végén a nullákat figyelmen kívül hagyjuk;
- 2)** a kapott szorzathoz jobbról annyi nullát írunk, ahány nulla van a két tényezőben összesen.

Például $120 \cdot 400 = 48\ 000$.

Nemcsak számokat és számkifejezéseket lehet összeszerezni, de *változót tartalmazó kifejezéseket (betűtényezőket)* is. A szorzás tulajdonságait felhasználva *egyszerűbb alakra hozhatjuk a betűkifejezéseket*.



2. feladat. Egyszerűsítsd a kifejezést: $2 \cdot 15 \cdot c \cdot 3 \cdot d$!

▶ **Megoldás.** A szorzás felcserélhetőségi és csoportosítási tulajdonságainak felhasználásával külön csoportosítjuk a számokat és betűket tartalmazó kifejezéseket:

$$2 \cdot 15 \cdot c \cdot 3 \cdot d = (2 \cdot 15 \cdot 3) \cdot (c \cdot d) = 90 \cdot cd = 90cd.$$

A változót tartalmazó kifejezésben, mint például a $90cd$ -ben, a c és d tényezőket *betűtényezőnek*, a 90 -et pedig *számtényezőnek* nevezzük. A számtényezőt az első helyre kell írni.

Megvizsgálunk néhány szorzással megoldható feladatot.



3. feladat. A három ötödik osztály sportversenyt szervez. A kiírás szerint minden csapatban 10 versenyzőnek kell lenni. Hány ötödikes vett részt a versenyen?

▶ **Megoldás.** A versenyzők számának meghatározásához az **egyenlő összeadandók összegét** kell meghatározni: $10 + 10 + 10$. Az összeget felcserélhetjük szorzással: $10 \cdot 3 = 30$ (tanuló). Tehát a versenyen 30 ötödikes tanuló indult.



4. feladat. Gombóc Artúr meglátogatta Pom Pomot, ahol 2 süteményt és 5-ször több cukorkát evett meg. Hány cukorkát evett meg Gombóc Artúr?



Megoldás. A Gombóc Artúr által megevett cukorkák számának meghatározásához a sütemények számát **5-szörösére kell növelni**. Innen $2 \cdot 5 = 10$ (cukorka). Tehát Gombóc Artúr 10 cukorkát evett meg.



Figyeld meg!

Szorzás segítségével:

- 1) meghatározzák az egyenlő összeadandók összegét;
- 2) az adott számot néhányszorosára növelik.



Tudj meg többet!

A szorzás „ $\times$ ” jelét William Oughtred angol matematikus *Kulcs a matematikához* című munkájában alkalmazta először 1631-ben. A híres német matematikus, Gottfried Wilhelm Leibniz 1698-ben a pont ($\cdot$) használatát ajánlotta a szorzás jeleként. Kissé hamarabb (1684-ben) ő használta az osztás jelének a kettőspontot ($:$). Igaz a jelölések általános használata csak a XVIII. században a híres német matematikus, Christian Wolff tankönyveinek megjelenése után terjedt el.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Nevezd meg a szorzási művelet elemeit!
2. Hogy nevezzük a szorzás eredményét?
3. Mi a szorzás eredménye, ha az egyik tényező 0? Ha 1?
4. Fogalmazd meg, és írd le a szorzás felcserélhetőségi tulajdonságát!
5. Fogalmazd meg, és írd le a szorzás csoportosítási tulajdonságát!
6. Hogyan szorzunk természetes számot 10-zel, 100-zal, 1000-rel?
7. Hogyan szorzunk nullára végződő számokat?
8. Mi a betűtényező?
9. Mi a számtényező?
10. Milyen feladatok oldhatók meg szorzással?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

391°. Helyettesítsd az összeadást szorzással:

- 1) $35 + 35 + 35$; 2) $12 + 12 + 12 + 12 + 12$; 3) $a + a + a + a$!

392°. Igaz-e, hogy a $24 \cdot 5 = 120$ egyenlőségben az alábbi számok szorzótényezők:

- 1) 5; 2) 120?

393°. Mivel egyenlő, ha az m számot 1-gyel? 0-val szorozzuk?

394°. Mit lehet mondani azokról a tényezőkről, amelyek szorzata 0-val egyenlő? Hozz fel példát!

395°. A görögdinnye tömege 5 kg, a sárgadinnyéé pedig 2 kg. Magyarázd meg a következő kifejezések értelmét:

- 1) $5 + 5 + 5 + 5 + 5$; 2) $5 + 2 + 2 + 2$; 3) $5 \cdot 3 + 2$; 4) $5 \cdot 2 + 2 \cdot 3$!

396°. A ceruza x hrivnyába kerül, a vízfesték y hrivnyába, az album pedig z hrivnyába. Magyarázd meg a következő kifejezések értelmét:

- 1) $x + x + y + y + z + z$; 2) $3x + 2y + 5z$!

397°. Számítsd ki:

- 1) $15 \cdot 2$; 3) $26 \cdot 10$; 5) $0 \cdot 65$;
2) $18 \cdot 4$; 4) $84 \cdot 1$; 6) $34 \cdot 100$!

398°. Számítsd ki legcélszerűbben:

- 1) $16 \cdot 2 \cdot 5$; 2) $5 \cdot 7 \cdot 4$; 3) $(25 \cdot 8) \cdot 2$; 4) $5 \cdot (17 \cdot 2)$!

399°. Nevezd meg a kifejezésben a számtényezőt:

- 1) $2abc$; 2) $4x \cdot 3y \cdot 2z$; 3) $m \cdot 5n \cdot p$!

400°. Hogyan lehet 5-szörösére növelni az adott számot?

401°. Milyen két szám összege egyenlő a szorzatukkal? Melyik az a két szám, melynek összege nagyobb, mint a szorzata?

402°. Hogyan változik meg az $a \cdot b = c$ szorzat eredménye, ha:

- 1) az a számot 2-szeresére növeljük; 2) a b számot 3-szorosára növeljük?

403°. Hogyan változik meg két szám szorzata, ha mindkét tényezőhöz egy-egy nullát írunk?



404°. Adottak a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 és 9 számok. Mi lesz nagyobb: ezeknek a szorzata vagy az összege? A feleletet magyarázd meg!

405°. Határozd meg a kifejezések értékét:

- 1) $48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48$;
2) $405 + 405 + 405 + 405 + 405$;
3) $201 + 15 + 201 + 201 + 201 + 15$;
4) $82 + 12 + 12 + 82 + 82 + 82 + 82$;
5) $25 + 125 + 125 + 25 + 25 + 25 + 125 + 125$!

406°. A 13. táblázat adatai alapján határozd meg a c értékét!

13. táblázat

a	248	250	1258	18	k	$5n$
b	32	28	101	d	$6h$	$4m$
$c = a \cdot b$						

407°. Határozd meg a számok szorzatát:

- 1) 2 985 és 124;
- 2) 30 450 és 252;
- 3) 459 810 és 4050;
- 4) 3 412 025 025 és 85 602;
- 5) 284 és 204 531;
- 6) 52 801 és 4019!



408°. Végezd el a szorzást:

- 1) $125 \cdot 25 201$;
- 2) $30 865 \cdot 2010$;
- 3) $81 460 \cdot 2018$;
- 4) $457 623 \cdot 985 600 120!$

409°. Számítsd ki a legegyszerűbben:

- 1) $256 \cdot 20 \cdot 5$;
- 2) $25 \cdot 37 \cdot 4$;
- 3) $(125 \cdot 68) \cdot 8$;
- 4) $50 \cdot (245 \cdot 20)!$



410°. Számítsd ki a legegyszerűbben:

- 1) $2 \cdot 144 \cdot 50$;
- 2) $4 \cdot 702 \cdot 25$;
- 3) $(241 \cdot 8) \cdot 125$;
- 4) $250 \cdot (390 \cdot 4)!$

411°. Egyszerűsítsd a kifejezést:

- 1) $8 \cdot a \cdot 4 \cdot 2 \cdot b$;
- 2) $16 \cdot c \cdot 5 \cdot d$;
- 3) $m \cdot 3 \cdot n \cdot 12$;
- 4) $7x \cdot 5y \cdot 2$;
- 5) $5p \cdot 3k \cdot 12t$;
- 6) $3ab \cdot 2c \cdot 10!$

Nevezd meg a kapott kifejezés számtényezőit!



412°. Egyszerűsítsd a kifejezést:

- 1) $6 \cdot 12 \cdot a \cdot 2 \cdot b$;
- 2) $8 \cdot c \cdot 5 \cdot d \cdot 2$;
- 3) $4m \cdot 7n \cdot 2$;
- 4) $3p \cdot 6k \cdot 4t!$

Nevezd meg a kapott kifejezés számtényezőit!

413°. Az AOB szöget 9 részre osztották. Mindegyik rész fokmértéke 12° . Határozd meg az AOB szög fokmértékét!



414°. A CD szakaszt 13 részre osztották. Mindegyik rész hossza 4 cm. Határozd meg a CD szakasz hosszát!

415°. András és Sanyi testvérek. András négyszer idősebb testvérénél, és 5-ször fiatalabb az édesapjánál. Hány éves az édesapjuk, ha Sanyi 2 éves?



416°. Katinka és Marika testvérek. Katinka 2-szer idősebb, mint a testvére, és 4-szer fiatalabb az édesanyjuknál. Hány éves az édesanyjuk, ha Marika 5 éves?

417°. Ellenőrizd, hogy Peti helyesen végezte-e el a szorzást!

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times 38557 \\ \quad \times 405 \\ \hline 192785 \\ + 154228 \\ \hline 1735065 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times 14025 \\ \quad \times 125 \\ \hline 70125 \\ + 28050 \\ \hline 14025 \\ \hline 1753125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times 654190 \\ \quad \times 280 \\ \hline 523352 \\ + 130838 \\ \hline 18317320 \end{array}$$



418°. Milyen számjegyekkel kell a csillagokat helyettesíteni, hogy a következő példák megoldása helyes legyen?

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times 9*48 \\ \quad \times 4*2 \\ \hline *8096 \\ + 45240 \\ \hline *619* \\ \hline 4089696 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times 253* \\ \quad \times 1*3 \\ \hline 7*9* \\ + 2** \\ \hline 26*590 \end{array}$$

419. Panni elkezdte elvégezni a szorzást:

$$\begin{array}{r} \times 529 \\ \times 725 \\ \hline 2645 \\ 1058 \end{array}$$

Hogyan lehet a következő sort úgy felírni, hogy a 7-et ne szorozz össze az 529-cel? Állíts fel hasonló szorzási példát!

420. A tanulónak 58-at kell megszoroznia 67-tel. A tízeseket összeszorozva 3000-et, majd az egyeseket összeszorozva 56-ot kapott. A két szorzatot összeadva 3056 lett a végeredmény. Hol hibázott a tanuló?

421. Az első napon a turisták tervezett útvonalukból 15 km-t tettek meg, a második napon 3-szor többet, mint az elsőn, a harmadik napon pedig 2-szer többet, mint az elsőn és a másodikon együttvéve. Mekkora távolságot tettek meg a három nap alatt összesen?



422. Az első napon Sanyi 18 oldalt olvasott el a könyvből, a második napon 2-szer többet, mint az elsőn, a harmadik napon pedig 2-szer többet, mint a másodikon. Hány oldalt olvasott el Sanyi 3 nap alatt?

423. Végezd el a műveleteket:

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 1) 12 perc 24 mp · 2; | 3) 2 m 50 cm · 4; |
| 2) 6 perc 36 mp · 5; | 4) 15 kg 50 g · 6! |



424. Végezd el a műveleteket:

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| 1) 5 óra 5 mp · 3; | 3) 34 m 65 cm · 3; |
| 2) 15 perc 30 mp · 2; | 4) 30 kg 450 g · 4! |

- 425*.** Határozd meg azt a három számot, melyeknek összege egyenlő a szorzatukkal!
- 426*.** Két szám szorzata 8-szor nagyobb az egyik számnál. Az ismert adatok alapján meg lehet-e határozni közülük az egyik számot?
- 427*.** Milyen számjegyre végződik a következő szorzat:
 $101 \cdot 102 \cdot 103 \cdot 104 \cdot 105 \cdot 106 \cdot 107 \cdot 108 \cdot 109$?
- 428*.** Peti 1-től 50-ig összeszorozta az összes természetes számot. Hány nullára végződik az így kapott szorzat?
- 429*.** Két kétjegyű szám szorzásánál a tanuló a következő hibát vétette: az első tényezőben az egyesek helyi értékén a 4-es 1-esre cserélte, ezért 525-t kapott eredményül 600 helyett. Milyen számokat kellett volna a tanulónak összeszorozni?
- 430*.** Miki és Sanyika ugyanabban a házban laknak. Mindegyik lépcsőházban emeletenként 4 lakás van. Miki az 5-ik emeleten a 83. számú lakásban lakik, Sanyika pedig a harmadik emeleten a 169. számú lakásban. Hány emeletes ez a ház?



GYAKORLATI PÉLDÁK

- 431.** A megfigyelő észrevette, hogy a villámlás után 5 mp múlva hallotta meg a dörgést. A megfigyelőtől mekkora távolságra volt a vihar, ha a hang sebessége 330 m/mp?
- 432.** Panni kiszámolta, hogy egy hétben 604 800 mp van. Ellenőrizd, hogy helyesen számolt-e Panni?
- 433.** Egy tartályba 100 üveg vizet öntöttek. 4 üvegben összesen 1 l víz van. Hány liter víz lett a tartályban?



ISMÉTLŐ FELADATOK

- 434.** Keress szabályt, és a „?” jelet helyettesítsd a megfelelő számmal:

1)			
2)			

435. Számítsd ki:

1) $32 \cdot 28 - (5680 + 140) : 15$; 2) $2000 - 64 : 4 \cdot 25 + 3495!$

436. A kiveji kiránduláson az 5. A osztályból 12 tanuló, az 5. B-ből 14 tanuló, az 5. C-ből pedig néhány tanuló vett részt. Hányan voltak az 5. C osztályból, ha a 44 férőhelyes autóbusz tele volt, és 4 tanár valamint egy idegenvezető kísérte el a csoportot?

437. Az AOD egyenesszögben OB és OC belső félegyenesekeket húztak. Határozd meg az AOB szög fokmértékét, ha a $BOC\angle = 45^\circ$ és a $COD\angle = 60^\circ$!

12. §. SZÉTTAGOLHATÓSÁGI TULAJDONSÁG

Az összeadást és szorzást tartalmazó kifejezéseket különbözőképpen csoportosíthatjuk. Vizsgáljuk meg a következő példát!



1. feladat. Andris minden zsebében talált egy 10 kopijkás és egy 5 kopijkás érmét. Hány kopijkát talált Andris, ha nadrágja 3 zsebes?

Megoldás. A feladat kétféleképpen is megoldható. Ehhez a $(10 + 5) \cdot 3$ vagy a $10 \cdot 3 + 5 \cdot 3$ kifejezést kell felállítani. (Magyarázd meg, hogyan gondolkodtak, amikor ezeket a kifejezéseket a feladat feltétele alapján felállították.) A kifejezések kiszámítása után azt kapjuk, hogy Andris a zsebeiben 45 kopijkát talált.

Megoldva a feladatot azt láttuk, hogy a kapott kifejezések értékei egyenlők:

$$(10 + 5) \cdot 3 = 10 \cdot 3 + 5 \cdot 3.$$

Megállapíthatjuk, hogy az összeg számmal való szorzásának eredménye megegyezik az összeadandók és az adott szám szorzatainak összegével. Ez a tulajdonság bármely számra igaz. A *szorzás összeadáshoz viszonyított széttagolhatósági tulajdonságának* nevezzük.



Jegyezd meg!

A szorzás összeadáshoz viszonyított széttagolhatósági tulajdonsága.

Az összeg és a szám szorzata megegyezik a szám és az összeadandók szorzatainak összegével.

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

 Mivel lesz egyenlő a két szám különbségének és egy harmadik számnak a szorzata? A kisebbítendő és az adott szám szorzatának, valamint a kivonandó és az adott szám szorzatának a különbségével:

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c.$$

A szorzás széttagolhatósági tulajdonságát a *változót tartalmazó kifejezések egyszerűsítésére* is alkalmazzák.

 **2. feladat.** Egyszerűsítsd a kifejezést: $3 \cdot (12 + m)$!

Megoldás.

A széttagolhatósági tulajdonság alkalmazásával a szorzatot összeggé alakíthatjuk:

$$3 \cdot (12 + m) = 3 \cdot 12 + 3 \cdot m = 36 + 3m.$$

A feladat megoldása során a zárójelet tartalmazó $3 \cdot (12 + m)$ kifejezést átalakítottuk zárójel nélkülivé $3 \cdot 12 + 3 \cdot m$. A szorzat összeggé (vagy különbséggé) való átalakítását a *zárójel felbontásának* nevezzük. Ennek fordítottját a *közös tényező kiemelésének* nevezzük.

 **3. feladat.** Emeld ki a zárójel elé a közös tényezőt:

- 1) $5c - 25d$;
- 2) $5a + 3a$;
- 3) $2n + 5nm$!

Megoldás.

1) Az $5c - 25d$ kifejezésben a közös tényező az 5. A széttagolhatósági tulajdonság felhasználásával kiemeljük az 5-öt a zárójel elé:

$$5c - 25d = 5c - 5 \cdot 5d = 5(c - 5d).$$

2) Az $5a + 3a$ kifejezésben a közös tényező a . Kiemeljük a zárójel elé:

$$5a + 3a = a \cdot (5 + 3) = a \cdot 8 = 8a.$$

3) A $2n + 5nm$ kifejezésben a közös tényező n . Kiemeljük a zárójel elé:

$$2n + 5nm = n(2 + 5m).$$

Már ismered a többjegyű szám egyjegyű számmal való írásbeli szorzását. De létezik egy másik módszer is, amely a széttagolhatósági tulajdonság alkalmazására épül. Például:

$$\begin{aligned} 425 \cdot 8 &= (400 + 20 + 5) \cdot 8 = \\ &= 400 \cdot 8 + 20 \cdot 8 + 5 \cdot 8 = 3200 + 160 + 40 = 3400. \end{aligned}$$



Tudj meg többet!

A zárójelek megjelenése előtt a matematikai művekben vonalat húztak a kifejezések fölé vagy alá. 1550-ben R. Bombelli olasz matematikus kezdte alkalmazni a szögletes zárójelet. Igaz, ő a zárójel helyett az L betűt, illetve a fordított L betűt használta. M. Stifel német és N. Tartaglia olasz matematikusok munkáiban jelent meg először a gömbölyű zárójel a XVI. században. A zárójel elnevezés a német *klammer* szóból ered, melyet L. Euler vezetett be 1770-ben.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Fogalmazd meg, és írd fel a szorzás széttagolhatósági tulajdonságát!
2. Mikor használják a széttagolhatósági tulajdonságot?
3. Mit nevezünk a zárójel felbontásának?
4. Mit értünk a közös tényező kiemelésén?
5. Hogyan szorzunk többjegyű számot egyjegyűvel a széttagolhatósági tulajdonság segítségével?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

438°. A széttagolhatósági tulajdonság alkalmazásával számítsd ki szóban:

1) $7 \cdot 23 + 3 \cdot 23$;

3) $17 \cdot 28 - 7 \cdot 28$;

2) $12 \cdot 14 + 12 \cdot 16$;

4) $21 \cdot 25 - 21 \cdot 20$!

439°. A széttagolhatósági tulajdonság alkalmazásával számítsd ki szóban:

1) $21 \cdot 4$;

2) $56 \cdot 2$;

3) $48 \cdot 3$;

4) $25 \cdot 4$!

440°. Egyszerűsítsd a kifejezést:

1) $11a + 10a$;

3) $6n + 15n$;

5) $25p - 10p + 15p$;

2) $14c - 12c$;

4) $12m + m$;

6) $8k + 10k - k$!



441°. Egyszerűsítsd a kifejezést:

1) $5b + 9b$;

2) $17d - 4d$;

3) $n + 12n$;

4) $3k - k + 7k$!

442°. Bontsd fel a zárójeleket:

1) $5 \cdot (a + 11)$;

4) $(n - m) \cdot 15p$;

2) $c \cdot (7 - 12d)$;

5) $3 \cdot (5p + k + 6t)$;

3) $6 \cdot (2n + m)$;

6) $(2p - 4k + 6t) \cdot 2a$!



443°. Bontsd fel a zárójeleket:

1) $5 \cdot (x + 11)$;

3) $(4c + d) \cdot 8y$;

2) $2 \cdot (12n - m)$;

4) $6 \cdot (p + 3k - 9t)$!

444°. Emeld ki a közös tényezőt a zárójel elé:

- | | | |
|------------------|------------------|-----------------------|
| 1) $11a + 11b$; | 3) $6n + 15m$; | 5) $5p + 10k + 15t$; |
| 2) $4c + 12d$; | 4) $12n + 18m$; | 6) $8p + 10k + 6t$! |



445°. Emeld ki a közös tényezőt a zárójel elé:

- 1) $9a + 9b$; 2) $7c + 14d$; 3) $18n + 12m$; 4) $3p + 9k + 27t$!

446. Igaza volt-e Sanyinak, aki azt állította, hogy a szorzás elvégzése nélkül is meg tudja állapítani, mennyivel kisebb a $265 \cdot 28$, mint a $265 \cdot 38$? A választ magyarázd meg!

447. Számold ki a lehető legegyszerűbb módon:

- 1) $345 \cdot 73 + 23 \cdot 25 + 345 \cdot 27 + 77 \cdot 25$;
 2) $32 \cdot 65 - 65 \cdot 29 + 29 \cdot 62 - 62 \cdot 26 + 26 \cdot 59 - 59 \cdot 23 + 23 \cdot 56 - 56 \cdot 20 + 20 \cdot 53 - 53 \cdot 17 + 17 \cdot 50 - 50 \cdot 14$!



448. Számold ki a lehető legegyszerűbb módon:

- 1) $162 \cdot 54 + 12 \cdot 18 + 88 \cdot 18 + 162 \cdot 46$;
 2) $15 \cdot 34 - 15 \cdot 14 + 10 \cdot 25 - 15 \cdot 10 + 10 \cdot 75$!

449. Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $5a + 5b$, ha $a + b = 28$;
 2) $2c - 6d$, ha $c - 3d = 25$;
 3) $x \cdot 11 + y \cdot 11$, ha $x + y = 17$;
 4) $10m - 15n$, ha $2m - 3n = 20$!

450. Mit kell a csillag helyére tenni, hogy igaz egyenlőséget kapj?

- 1) $7 \cdot (5 + 8) = 7 \cdot * + * \cdot 8$; 2) $* \cdot (12 - 5) = * - 15$.



451. Mit kell a csillag helyére tenni, hogy igaz egyenlőséget kapjál?

- 1) $(* - *) \cdot 11 = 88 - 66m$; 2) $(15 + *) \cdot 4 = * + 4a$.

452. Keresd meg a hibát a megoldásban:

- 1) $5 \cdot (a + 2) + 7 \cdot (a + 10) = 5a + 2 + 7a + 10 = 12a + 12$;
 2) $4 \cdot (b + 3) + 2 \cdot (8 - b) = 4b + 12 + 16 + 2b = 6b + 28$!

453. Egyszerűsítsd a kifejezést:

- 1) $4 \cdot (7 + a) + 5 \cdot (a + 6)$;
 2) $(5 + y) \cdot 7 + (6 - y) \cdot 4$;
 3) $4 \cdot (2c + d) + 8 \cdot (c + d)$;
 4) $(m + 5) \cdot 3 + 8 \cdot (3m + 2) + 5 \cdot (2m - 5)$!

454*. Magyarázd meg a 20-nál kisebb számok szorzásának következő módszerét! Bemutatjuk például a 17 és 18 szorzását!

- 1) $17 + 8 = 25$; 3) $7 \cdot 8 = 56$;
 2) $25 \cdot 10 = 250$; 4) $250 + 56 = 306$!

Tehát $17 \cdot 18 = 306$.

455*. Keresd meg a hibát a következő gondolatmenetben!

Megvizsgálunk egy igaz számegyenlőséget:

$$35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54.$$

Felhasználjuk a szétagolhatósági törvényt:

$$5 \cdot (7 + 2 - 9) = 6 \cdot (7 + 2 - 9).$$

Mindkét oldalát az egyenlőségnek elosztjuk: $(7 + 2 - 9)$ -cel.

Megkaptuk: $5 = 6$.



GYAKORLATI PÉLDÁK

456. Az ingaóra 30 mp alatt üti el a hat órát. Hány másodperc szükséges neki a tizenkét óra elütéséhez?

457. Ismert, hogy az élesztőbaktériumok nagy sebességgel szaporodnak, minden percben számuk megkétszereződik. Egy kémcsőbe helyezett élesztőbaktérium 30 perc alatt megtöltötte a kémcsövet. Mennyi idő alatt töltene meg két ilyen baktérium a kémcsövet?



ISMÉTLŐ FELADATOK

458. Oldd meg szóban a feladatot! Az 5. A osztályba 28 tanuló jár, az 5. B-be 6 tanulóval több, mint az 5. A-ba, az 5. C-be 4 tanulóval kevesebb, mint az 5. A-ba. Hány gyerek tanul az 5. osztályokban?

459. Számítsd ki az $5a + 15 \cdot 2 + a + 2a$ kifejezés értékét, ha:

1) $a = 8$;

2) $a = 20$!

13. §. TERMÉSZETES SZÁMOK OSZTÁSA

Az elemi iskolában a szorzás mellett megismerkedtél egy másik másodrendű művelettel – az *osztással*. Emlékezz vissza: azt a számot, amelyet osztanak, *osztandónak* neveznek, azt pedig amellyel osztanak, *osztónak*. Az osztás eredménye a *hányados*.

A művelet elemei	A művelet eredménye
$24 : 2 =$	12
<i>osztandó osztó</i>	<i>hányados</i>

A $24 : 2$ kifejezést szintén hányadosnak nevezzük.



1. feladat. Egy dobozban 24 cukorka van. Katinka és Marika egyenlően osztották el egymás között az édességet. Hány cukorkát kapott mindegyikük?



Megoldás. Jelöljük k -val az egy-egy kislány által kapott cukorkák számát. Ha a k -t megszorozzuk 2-vel, akkor megkapjuk a dobozban lévő cukorkák számát: $k \cdot 2 = 24$. Tehát a feladatban az ismeretlen szorzandót kell meghatározni. Az ismeretlen tényező meghatározásához a szorzatot el kell osztani az ismert tényezővel: $k = 24 : 2$. Innen, $k = 12$, vagyis Katinka és Marika is 12 szem cukorkát kapott.

A feladat megoldása során, úgy hajtottuk végre az osztást, mint a szorzás fordított műveletét. Tehát a szorzás és az osztás kölcsönösen fordított műveletek. Ezért a szorzást osztással kell ellenőrizni, az osztást pedig szorzással.



Jegyezd meg!

Az egyik számot elosztani a másikkal azt jelenti, hogy meghatározni egy olyan harmadik számot, melyet megszorozva a másodikkal megkapjuk az elsőt.



Mindig el lehet-e osztani az egyik természetes számot egy másikkal úgy, hogy az eredmény természetes szám legyen? Nem mindig. Például az $5 : 3$ hányadost nem lehet természetes számként kifejezni, mert nem létezik olyan természetes szám, melyet ha 3-mal megszorozunk, akkor 5-öt kapunk.

Már tudod, hogyha bármilyen a számot 0-val szorzunk, akkor a szorzat is 0 lesz:

$$a \cdot 0 = 0.$$

De az a szám bármilyen lehet, tehát számtalan ilyen szám létezik. Ezért úgy tekintik, hogy a **0 : 0 hányados nincs értelmezve.**



Meg lehet-e határozni az $5 : 0$ hányadost? Nem. Mivel az osztás meghatározása alapján ehhez meg kellene határozni egy olyan x számot, amely 0-val szorozva 5-öt adna eredményül, vagyis $x \cdot 0 = 5$. De ilyen x szám nem létezik. Ezért **5 : 0 hányados nem létezik, vagyis nincs értelmezve.**

Altalánosítva úgy tekintik, hogy a 0-val való osztásnak nincs értelme. Ezért:

0-val osztani nem lehet!

Ha a 0 számot bármilyen 0-tól eltérő számmal osztjuk, akkor a hányados 0 lesz.

$$0 : a = 0, \text{ ha } a \neq 0.$$

Már tudod, hogy bármely a számra igaz az $a \cdot 1 = a$ egyenlőség. Innen következik, hogy:

$$a : 1 = a, \text{ bármely } a\text{-ra};$$

$$a : a = 1, \text{ ha } a \neq 0.$$



Figyeld meg!

- 1) Két természetes szám szorzata mindig természetes szám;
- 2) két természetes szám hányadosát nem lehet mindig természetes számként leírni;
- 3) 0-val osztani nem lehet.

Már ismered a többjegyű számok osztásának írásbeli menetét. Vizsgáljunk meg néhány példát!

$$\begin{array}{r} 1245675 \overline{) 25} \\ \underline{100} \\ 245 \\ \underline{225} \\ 206 \\ \underline{200} \\ 67 \\ \underline{50} \\ 175 \\ \underline{175} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2118150523 \overline{) 2092} \\ \underline{2092} \\ 2615 \\ \underline{2615} \\ 0 \end{array}$$



Figyeld meg!

A nullára végződő számok osztásakor egy külön szabályt alkalmazhatunk: először az azonos számú nullákat a számok végén elhagyjuk, és ezután végezzük el az osztást.

Például: $2400 : 400 = 24 : 4 = 6$ vagy $2400 : 40 = 240 : 4 = 60$.

Megvizsgáljuk azokat a legfontosabb típusfeladatokat, amelyek osztással oldhatók meg:



2. feladat. Ilonának 10 hrivnyája van. Hány csokira elegendő a pénze, ha egy csoki 2 hrivnyába kerül?



Megoldás. Jelöljük k -val az Ilona által megvásárolható csokik számát. Ekkor a feladat feltétele szerint a következőt kapjuk: $k \cdot 2 = 10$. Ahhoz, hogy az **ismeretlen szorzótényezőt meghatározzuk**, a szorzatot el kell osztani az ismert tényezővel: $k = 10 : 2$. Innen $k = 5$. Tehát Ilona 5 csokit vehet.



3. feladat. A fagylalt ára 6 hrivnya, a csoki 2-szer olcsóbb, mint a fagyi. Mennyibe kerül a csoki?



Megoldás. A csoki árának meghatározásához a fagylalt árát **felére kell csökkenteni**: $6 : 2 = 3$ (hrn). Tehát a csoki 3 hrivnyába kerül.



4. feladat. Panninak 15 db, Sanyinak pedig 5 db cukorkája van. Hányszor több cukorkája van Panninak, mint Sanyinak?



Megoldás. Ahhoz, hogy válaszoljunk a feladat kérdésére, a Panni cukorkáinak számát el kell osztani a Sanyi cukorkái számával: $15 : 5 = 3$ (-szor). Tehát Panninak 3-szor több cukorkája van, mint Sanyinak.



Figyeld meg!

Osztás segítségével:

- 1) az ismert szorzat és az ismert tényező alapján meghatározható a másik tényező is;
- 2) az adott szám csökkenthető a megadott hányadra;
- 3) megállapítható, hányszorosa az egyik szám a másiknak.



Tudj meg többet!

A hányados kiszámítására a következő tulajdonságokat alkalmazhatjuk.

1. Két szám szorzatát úgy is eloszthatjuk egy harmadik számmal, hogy az egyik tényezőt elosztjuk ezzel a számmal, és ezután az eredményt megszorozzuk a másik tényezővel: $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$. Például: $(36 \cdot 15) : 9 = (36 : 9) \cdot 15 = 4 \cdot 15 = 60$.

2. Két szám összegét úgy is eloszthatjuk egy harmadik számmal, hogy mindkét összeadandót elosztjuk ezzel a számmal, és a kapott hányadosokat összeadjuk:

$$(a + b) : c = a : c + b : c.$$

Például:

$$(81 + 45) : 9 = 81 : 9 + 45 : 9 = 9 + 5 = 14.$$

Ez a tulajdonság két szám különbségére is igaz:

$$(a - b) : c = a : c - b : c.$$

Például:

$$(81 - 45) : 9 = 81 : 9 - 45 : 9 = 9 - 5 = 4.$$

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Nevezd meg az osztási művelet elemeit!
2. Hogy nevezzük az osztás eredményét?
3. Mi lesz az osztás eredménye, ha az osztandó 0? És ha az osztó 0?
4. Mi lesz az osztás eredménye, ha az osztandó és az osztó egyenlő egymással?
5. Mi lesz az osztás eredménye, ha az osztó 1?
6. Hogyan osztunk nullára végződő természetes számokat egymással?
7. Milyen feladatok oldhatók meg osztással?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

460°. Igaz-e, hogy a $100 : 25 = 4$ osztásnál az osztandó:

- 1) 4; 2) 25; 3) 100?

461°. Igaz-e, hogy a $100 : 25 = 4$ osztásnál az osztó:

- 1) 4; 2) 25; 3) 100?

462°. Igaz-e, hogy a $100 : 25 = 4$, osztásnál a hányados:

- 1) 4; 2) 25; 3) 100?

463°. Igaz-e, hogy a szorzás és az osztás kölcsönösen fordított művelet? A feleletet igazold példákkal!

464°. Sanyi azt mondta, hogy 0-val osztani nem lehet, de Gyuri azt állítja, hogy 0-val szorozni nem lehet. Melyik fiúnak nincs igaza?

465°. Számítsd ki fejben:

- | | | |
|---------------|------------------|----------------------|
| 1) $84 : 2$; | 4) $162 : 8$; | 7) $1000 : 100$; |
| 2) $55 : 5$; | 5) $880 : 80$; | 8) $72\,000 : 800$; |
| 3) $0 : 56$; | 6) $3600 : 90$; | 9) $56\,000 : 700$! |

466°. Hogyan változik meg az $a : b = c$ osztás eredménye, ha a b számot 3-szorosára növelik?

467°. A 14. táblázat segítségével számítsd ki a c értékeit!

14. táblázat

a	79 360	7000	5555	38
b	32	28	101	d
$c = a : b$				

 **468°.** A 15. táblázat segítségével számítsd ki a h értékeit!

15. táblázat

n	11 070	6250	10 375	42
m	54	25	125	b
$h = n : m$				

469°. Határozd meg a számok hányadosát:

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1) 782 és 23; | 5) 81 225 és 285; |
| 2) 9840 és 1230; | 6) 2 923 095 és 679; |
| 3) 143 594 és 107; | 7) 2 076 162 és 5478; |
| 4) 34 120 160 és 8560; | 8) 432 540 és 4005! |

 **470°.** Végezd el az osztást:

- | | | |
|------------------|------------------|--------------------|
| 1) 12 180 : 42; | 3) 91 656 : 456; | 5) 66 690 : 702; |
| 2) 22 250 : 250; | 4) 10 800 : 120; | 6) 211 890 : 2018! |

471°. A 22 cm hosszú AB szakaszt 11 egyenlő részre osztották. Határozd meg az AB szakasz részeinek hosszát!

 **472°.** A 108° -os COD szöget 9 egyenlő részre osztották. Határozd meg a COD szög részeinek fokmértékét!

473°. Tizenkét db négyzetláncos füzetért Anna 14 hrn 40 kopijkát fizetett. Mennyibe került egy ilyen füzet?

 **474°.** A 15 egyforma kocsiból álló vonat egyszerre 540 utas szállítására képes. Hány férőhelyes egy ilyen kocsi?

475°. Egy kilogramm cukorka 26 hrn, a keksz ára pedig 2-szer olcsóbb, mint a cukorka. Mennyibe kerül 5 kg keksz?

 **476°.** Az album 8 hrvnyába kerül, a füzet pedig 4-szer olcsóbb, mint az album. Mennyibe kerül 20 ilyen füzet?

477°. Az osztandó három nullára végződik, az osztó pedig két nullára. Hány nullára végződhet a hányados?

478°. Megváltozik-e a hányados, ha az osztandóhoz és az osztóhoz is egy-egy nullát írunk?

479°. Ellenőrizd, hogy lca helyesen végezte-e el az osztást!

$$\begin{array}{r} 1) \quad 157992 \overline{) 348} \\ \underline{1392} \\ 1879 \\ \underline{1740} \\ 1392 \\ \underline{1392} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 560880 \overline{) 456} \\ \underline{456} \\ 1048 \\ \underline{912} \\ 1368 \\ \underline{1368} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 4638348 \overline{) 5148} \\ \underline{46332} \\ 5148 \\ \underline{5148} \\ 0 \end{array}$$

480°. Milyen számjegyekkel kell a csillagokat helyettesíteni, hogy a következő példák megoldásai helyesek legyenek?

$$\begin{array}{r} 1) \quad ***664 \overline{) 315^*} \\ \underline{9474} \\ 252^*4 \\ \underline{252^*4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 157875 \overline{) 42^*} \\ \underline{1263} \\ 3157 \\ \underline{2^{***}} \\ 2105 \\ \underline{***5} \\ 0 \end{array}$$

481. Végezd el a műveleteket:

- | | |
|------------------------|----------------------|
| 1) 24 perc 24 mp : 2; | 4) 100 kg 50 g : 10; |
| 2) 12 óra 30 perc : 3; | 5) 5 kg 100 g : 5; |
| 3) 10 m 50 cm : 5; | 6) 8 dm 48 mm : 16! |



482. Végezd el a műveleteket:

- | | |
|----------------------|---------------------|
| 1) 2 óra 20 mp : 2; | 3) 10 km 100 m : 4; |
| 2) 7 nap 2 óra : 17; | 4) 4 kg 40 g : 8! |

483. Az üzemben 25 nap alatt 300 kosztűmöt akartak megvarrni. De naponta 3 kosztűmmel többet készítettek a tervezettnél. Hány nap alatt hajtották végre a tervet?



484. A tavaszi szünidő alatt Sanyi 40 matematika feladatot akart megoldani 5 nap alatt. De a tervezettnél naponta két feladattal többet oldott meg. Hány nap alatt oldotta meg Sanyi az összes feladatot?

485. Négy nap alatt a turisták 48 km-t tettek meg. Az első napon teljesítették az út harmadát, a másodikon az első napinál 4 km-rel többet, a harmadikon pedig 4-szer kevesebbet, mint a másodikon napon. Hány kilométert haladtak a turisták a negyedik napon?



486. A könyv 60 oldalas. Az első napon Bea 20 oldalt olvasott el, a másodikon 4 oldallal többet, mint az elsőn, a harmadik napon pedig 3-szor kevesebbet, mint a másodikon. Hány oldalt kell még Beának elolvasnia?

487. Az AOB derékszöveget az OM belső félegyenessel két egyenlő szögre osztották. Ezután az AOM szöveget az ON és OK félegyenessel három egyenlő részre osztották. Határozd meg az AON szög fokmértékét! Két eset lehetséges.

 **488.** Az AOB egyenesszöveget az OM belső félegyenessel két egyenlő szögre, majd az így keletkezett MOB szöveget az OK félegyenessel két egyenlő részre osztották. Határozd meg a KOB szög fokmértékét!

489*. Fedezd fel a hibát a következő gondolatmenetben!

Megvizsgálunk egy igaz egyenlőséget: $4 : 4 = 5 : 5$.

Felhasználjuk a szétagolhatósági tulajdonságot:

$$4 \cdot (1 : 1) = 5 \cdot (1 : 1).$$

Mivel $(1 : 1) = (1 : 1)$, ezért $4 = 5$.

490*. Az m 15-ször nagyobb, mint az n természetes szám. Mivel egyenlő:

1) $m : n$;

2) $m : 3n$;

3) $2m : n$;

4) $3m : 5n$?

491*. Hasonlítsd össze a természetes a és b számokat, ha:

1) $a + 5 = b$;

2) $a = 4 \cdot b$;

3) $a = b - 7$;

4) $a : 2 = b$!

492*. Határozd meg az összes olyan kétjegyű számot, melyek 14-szeresen csökkennek, ha az utolsó számjegyüket áthúzzuk!

493*. Határozd meg az összes olyan háromjegyű számot, melyek 10-szeresen csökkennek, ha a középső számjegyüket áthúzzuk!



GYAKORLATI PÉLDÁK

494. A Nap körüli mozgásakor a Föld egy nap alatt 2 592 000 km-t tesz meg. Hány kilométert halad a Föld egy óra alatt?

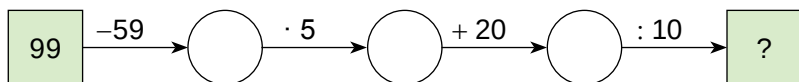
495. Hány év lesz egymilliárd másodperc?

496. A málnalekvár elkészítésekor 3 rész málnához két rész cukrot adnak. Mennyi cukor kell 3 kg 600 g málnához? Hány kilogramm málnája volt a nagymamának, ha a lekvár elkészítéséhez 4 kg cukrot használt el?



ISMÉTLŐ FELADATOK

497. Számítsd ki fejben, milyen számot kell a műveletlánc utolsó négyzetébe írni!



498. Határozd meg a $4a + 5b : c$ kifejezés értékét, ha:

1) $a = 150$, $b = 12$, $c = 60$; 2) $a = 25$, $b = 280$, $c = 35$.

499. Az egyenesen az O pontból először a 16 cm hosszú OA szakaszt mérték fel, ezután egy AB szakaszt, melynek hossza 10 cm. Határozd meg az OB szakasz hosszát! Hány megoldása van a feladatnak?

14. §. MARADÉKOS OSZTÁS

Már tudod, hogy a természetes számok nem mindig oszthatók egymással *maradék nélkül*. Például, ha két barát között egyenlően kell elosztani 7 csokit, akkor mindketten 3-at kapnak és még marad 1 csoki (139. ábra).



139. ábra

 Röviden így írjuk le: $7 : 2 = 3$ (marad 1). A 7-et *osztandónak*, a 2-t *osztónak*, a 3-at *nem teljes hányadosnak*, az 1-et pedig *maradéknak* nevezzük.

 Mindig kisebb-e a maradék, mint az osztó? Igen, mivel ha a maradék nagyobb, mint az osztó, akkor az osztást tovább lehet folytatni. Ez jól megfigyelhető a többjegyű számok írásbeli osztásánál.

$$\begin{array}{r|l}
 4567 & 11 \\
 \underline{44} & 415 \leftarrow \text{nem teljes hányados} \\
 -16 & \\
 \underline{11} & \\
 -57 & \\
 \underline{55} & \\
 2 & \leftarrow \text{maradék}
 \end{array}$$

 Lehet-e a maradék 0-val egyenlő? Igen, amikor az osztandó pontosan osztódik az osztóval. Például $15 : 5 = 3$.

Már tudod, ha két szám pontosan osztható egymással, akkor az osztandót kifejezhetjük az osztó és a hányados segítségével. Például, ha $15 : 5 = 3$, akkor $15 = 5 \cdot 3$. Hasonlóképpen fejezhető ki az osztandó a maradékos osztásnál is. Például, ha $15 : 6 = 2$ (maradék 3), akkor $15 = 6 \cdot 2 + 3$. Valóban, 12 pontosan osztható 6-tal, ugyanakkor a 12 éppen a maradékkal, azaz 3-mal kisebb, mint 15. Ezért, ha az osztó (6) és a nem teljes hányados (2) szorzatához hozzáadjuk a maradékot (3), akkor megkapjuk az osztandót (15).

Általánosítva is igaz, ha az a -t osztjuk b -vel, akkor eredményül a nem teljes hányadost (q) és a maradékot (r) kapjuk, vagyis $a : b = q$ (maradék r), ekkor:

$$a = bq + r, \text{ ahol } r < b.$$



Feladat. Katinkának n hrvnyája van. Hány doboz kekszet tud érte venni, ha egy doboz keksz 6 hrvnyába kerül? Mennyi pénze volt Katinkának, ha 3 doboz kekszet vásárolt, és még 2 hrvnyája maradt?



Megoldás.

1. Ahhoz, hogy megállapítsuk, hány doboz kekszet tud Katinka vásárolni, meg kell határozni az n és a 6 számok hányadosát, vagyis $n : 6$.
2. Ha Katinka 3 doboz kekszet vett, és maradt még 2 hrvnyája, akkor az n szám maradékkal osztható 6-tal: $n : 6 = 3$ (maradék 2). Ebből $n = 6 \cdot 3 + 2$, vagyis $n = 20$. Tehát Katinkának 20 hrvnyája volt.



Figyeld meg!

Ahhoz, hogy meghatározzuk az osztandót, az osztót meg kell szorozni a nem teljes hányadossal, és hozzáadni a maradékot.



Tudj meg többet!

Már tudod, hogy a 2, 4, 6 és 8 számok oszthatók 2-vel. 2-vel osztható bármely többjegyű szám, amely 0, 2, 4, 6 vagy 8 számjegyre végződik. Az ilyen számokat páros számoknak nevezzük. Például $1234 : 2 = 617$, $109\,876 : 2 = 54\,938$. Azok a számok, melyek 1-re, 3-ra, 5-re, 7-re vagy 9-re végződnek, nem oszthatók 2-vel. Ezeket *páratlan számoknak* nevezzük. Ha páratlan számot kettővel osztunk, a maradék mindig 1 lesz. Például $1235 : 2 = 617$ (maradék 1), $109\,877 : 2 = 54\,938$ (maradék 1). A 6-ik osztályban még többet fogsz megtudni a páros és páratlan számokról.

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Magyarázd meg, hogyan végezhető el a maradékos osztás!
2. Lehet-e a maradék nagyobb, mint az osztó? Egyenlő vele?
3. Írd fel az osztandó meghatározásának képletét a maradékos osztás esetében!
4. Hogyan lehet meghatározni az osztandót a hányados, az osztó és a maradék segítségével?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

- 500°.** Igaz-e, hogy a $75 : 9 = 8$ (maradék 3) egyenlőségben az osztandó egyenlő:
- 1) 75; 2) 9; 3) 8; 4) 3?
- 501°.** Igaz-e, hogy a $75 : 9 = 8$ (maradék 3) egyenlőségben az osztó egyenlő:
- 1) 75; 2) 9; 3) 8; 4) 3?
- 502°.** Igaz-e, hogy a $75 : 9 = 8$ (maradék 3) egyenlőségben a nem teljes hányados egyenlő:
- 1) 75; 2) 9; 3) 8; 4) 3?
- 503°.** Igaz-e, hogy a $75 : 9 = 8$ (maradék 3) egyenlőségben a maradék egyenlő:
- 1) 75; 2) 9; 3) 8; 4) 3?
- 504°.** Tomi azt állítja, hogy bármely természetes szám maradék nélkül osztható 1-gyel. Igaza van-e Tominak?
- 505°.** Számítsd ki fejben:
- 1) $14 : 3$; 3) $35 : 10$; 5) $31 : 9$;
 2) $21 : 5$; 4) $29 : 4$; 6) $40 : 7$!
- 506°.** Nevezd meg az összes lehetséges maradékot, ha az osztó:
- 1) 4; 2) 11!
- 507°.** Végezd el a maradékos osztást:
- 1) $780 : 23$; 4) $23\,412\,025 : 856$;
 2) $12\,081 : 63$; 5) $34\,581\,225 : 1250$;
 3) $654\,650 : 320$; 6) $4\,562\,923\,095 : 2679$!
-  **508°.** Végezd el a maradékos osztást:
- 1) $78\,180 : 51$; 3) $709\,856 : 456$;
 2) $6790 : 250$; 4) $10\,879\,000 : 1205$!
- 509°.** Ellenőrizd, Ilona helyesen végezte-e el a maradékos osztást:
- 1) $144 : 10 = 4$ (maradék 14); 2) $425 : 28 = 15$ (maradék 7)!

 **510°.** Milyen számjegyekkel helyettesíthetők a csillagok, hogy a következő példák helyesen legyenek megoldva?

$$\begin{array}{r} 1) \begin{array}{r|l} 9*5 & 24 \\ ** & 3* \end{array} \\ \underline{18*} \\ 168 \\ \underline{17} \\ ** \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \begin{array}{r|l} 23*0 & 1* \\ 18 & *31 \end{array} \\ \underline{*6} \\ 54 \\ \hline 2* \end{array}$$

511°. A 16. táblázat alapján számítsd ki az a , b , q és r értékeit!

16. táblázat

$a = bq + r$			365	501
b	32	41	15	
q	9	7		49
r	17	21		

512°. Az AB szakasz hossza 18 cm. Hány darab 5 cm-es szakasz mérhető fel erre a szakaszra, ha az A pontnál kezdjük a mérést?

 **513°.** A CD szakasz hossza 20 cm. Hány darab 3 cm-es szakasz mérhető fel erre a szakaszra, ha a C pontnál kezdjük a mérést?

514°. Hány db 2 hrn 50 kopijkás füzetet tud venni Dani, ha 12 hrvnyája van? Mennyi pénze marad Daninak?

 **515°.** Egy kosztümhöz 3 m szövetre van szükség. Hány ilyen kosztüm varrható 25 m szövetből?

516°. Egy fagylalt 4 hrvnyába kerül. Mennyi pénze volt Annuskának, ha 5 fagylaltot vásárolt, és még 3 hrvnyája maradt?

 **517°.** Egy kosztümhöz 3 m szövetre van szükség. Hány méter szövet volt a tekercsben, ha 5 kosztümt megvarrtak belőle, és maradt még 2 m?

518. Melyik az a szám, melyet ha 12-vel osztunk, akkor a maradék:

- 1) 5; 2) 10?

 **519.** Melyik az a szám, melyet ha 9-cel osztunk, akkor a maradék:

- 1) 4; 2) 8?

520. Egy acélrúd tömege 32 kg. Hány darab 7 kg-os alkatrészt lehet készíteni 5 ilyen rúdból?

522. Két barátunk ugyanazt a számot kellett elosztani: az elsőnek 7-tel, a másikkal 9-cel. Az elsőnek a hányados 28 lett, a maradék pedig 2. Mennyi volt a második esetben a hányados?



523. Miután 798-at Betti elosztotta egy másik számmal, a nem teljes hányados 66, a maradék pedig 6 lett. Melyik számmal osztott a kislány?

524*. A 100-at és a 90-et ugyanazzal a számmal osztották el. Az első esetben a maradék 4 lett, a másodikban pedig 18. Melyik számmal osztották ezeket a számokat?

525*. Egy háromjegyű számban a százask és a tízesek alaki értékei megegyeznek, az egyesek csoportjában pedig 5 áll. Miután a számot elosztották egy egyjegyű számmal, maradékul 8-at kaptak. Mivel egyenlő az osztandó, az osztó és a hányados?

526*. Az egyik számnak 9-cel való osztásakor 5-öt kapunk maradékul, egy másik esetében 6-ot, egy harmadik esetében pedig 2-t. Mennyi lenne a maradék, ha a három szám összegét osztanánk el 9-cel?



GYAKORLATI PÉLDÁK

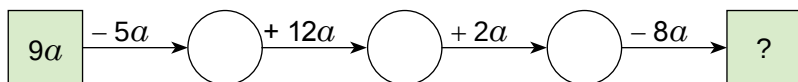
527. Az 50 m hosszú huzalt 12 m-es darabokra kell felvágni. Hány 12 m-es darabot kapunk, és hány méter huzal marad?

528. A nagymama kertjében 13 fehér és 8 piros rózsza virít. Hány csokor rózsát tud készíteni a nagymama, ha egy csokorba 3 fehér és 2 piros szálát tesz?



ISMÉTLŐ FELADATOK

529. Számítsd ki fejben, melyik szám kerül a műveletlánc utolsó négyzetébe!



530. Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $280 + 15\,756 : 26 - 496$;

2) $(65\,549 : 101 - 551) \cdot 4!$

531. A téglalap kerülete 30 cm. Határozd meg a téglalap hosszát, ha az 5 cm-rel nagyobb, mint a szélessége!

15. §. MŰVELETEK SORRENDJE A KIFEJEZÉSEKBEN

Már tudod, hogy az összeadás és a kivonás elsőrendű műveletek. Azokban a kifejezésekben, amelyekben csak összeadás és kivonás szerepel, a műveleteket balról jobbra haladva oldjuk meg.



1. feladat. Határozd meg az $5 + 10 - 8 - 2 + 4$ kifejezés értékét!

▶ **Megoldás.** Meghatározzuk a kifejezés értékét, a leírás sorrendjében balról jobbra haladva hajtjuk végre a műveleteket:

$$5 + 10 - 8 - 2 + 4 = 15 - 8 - 2 + 4 = 7 - 2 + 4 = 5 + 4 = 9.$$

A szorzás és az osztás másodrendű művelet. Azokban a kifejezésekben, amelyekben csak szorzás és osztás szerepel, a műveleteket felírások sorrendjében balról jobbra haladva hajtjuk végre.



2. feladat. Határozd meg a $3 \cdot 4 : 2 \cdot 6$ kifejezés értékét!

▶ **Megoldás.** Meghatározzuk a kifejezés értékét, a műveleteket balról jobbra haladva hajtjuk végre:

$$3 \cdot 4 : 2 \cdot 6 = 12 : 2 \cdot 6 = 6 \cdot 6 = 36.$$

Ha a kifejezések vegyesen tartalmazzák a négy alapl műveletet, akkor először a magasabb rendű műveletet hajtjuk végre, vagyis a szorzást és az osztást.



3. feladat. Határozd meg a kifejezés értékét: $100 - 25 : 5 + 4 \cdot 8$.

▶ **Megoldás.** Először meghatározzuk balról jobbra haladva a másodrendű műveletek értékét, majd ugyanígy az elsőrendű műveletekét is:

$$100 - 25 : 5 + 4 \cdot 8 = 100 - 5 + 4 \cdot 8 = 100 - 5 + 32 = 95 + 32 = 127.$$

A kifejezésben a zárójelek megváltoztatják a műveletek sorrendjét. A zárójeleket tartalmazó kifejezés értékét úgy határozzuk meg, hogy először a zárójelben lévő műveleteket számoljuk ki, aztán a többi műveletet a meghatározott sorrendben.



4. feladat. Határozd meg az $5 + (10 + 8) - 2 + 4$ kifejezés értékét!

▶ **Megoldás.** Először meghatározzuk a zárójelben lévő kifejezés értékét, aztán a többi műveletet balról jobbra haladva:

$$5 + (10 + 8) - 2 + 4 = 5 + 18 - 2 + 4 = 23 - 2 + 4 = 21 + 4 = 25.$$

Ha a zárójelben alacsonyabb és magasabb rendű művelet található, akkor a zárójelben a műveleteket az ismert szabályok szerint kell végrehajtani.



Feladat 5. Határozd meg a $100 - (25 : 5 + 4) \cdot 8$ kifejezés értékét!



Megoldás. A kifejezés értékének meghatározására először zárójelben végrehajtjuk a másodrendű műveletet, aztán az elsőrendűt. Ezután elvégezzük a szorzást, utána a kivonást:

$$100 - (25 : 5 + 4) \cdot 8 = 100 - (5 + 4) \cdot 8 = 100 - 9 \cdot 8 = 100 - 72 = 28.$$



Függ-e a számkifejezés értéke attól, hogy a zárójelek milyen sorrendben helyezkednek el? Igen. Hasonlítsd össze a 3. és 5. feladatok eredményét!



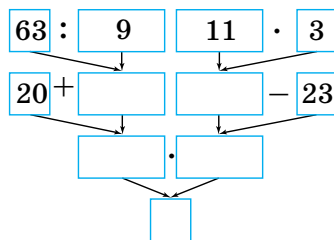
Figyeld meg!

- 1) Nem szabad a kifejezésben zárójeleket elhagyni vagy újakat tenni;
- 2) a kifejezés értékének meghatározásakor ragaszkodni kell a műveletek sorrendjéhez.

A bonyolult számítások megkönnyítéséhez és az idő megtakarításához számológépet vagy számítógépet is lehet használni. A számkifejezés értékének meghatározásához fontos a műveletek sorrendjének megállapítása, vagyis a *számítási algoritmus*. Például a $(20 + 63 : 9) \cdot (11 \cdot 3 - 23)$ kifejezés értékének meghatározására szolgáló algoritmus a következő lépésekből áll:

- 1) 63-at elosztani 9-cel;
- 2) 20-at hozzáadni az 1. művelet eredményéhez;
- 3) megszorozni 11-et 3-mal;
- 4) a 3. művelet eredményéből ki kell vonni 23-at;
- 5) össze kell szorozni a 2. és a 4. művelet eredményeit.

A fenti algoritmust egy folyamatábrán is ábrázolhatjuk (140. ábra).



140. ábra

Az algoritmus lépéseit végrehajtva kitöltjük az ábra üres négyzeteit, majd az alsó négyzetben megkapjuk az eredményt.



Tudj meg többet!

Az algoritmusokkal kapcsolatos kérdésekkel az algoritmus-elmélet foglalkozik, amely a matematika egy külön ága. Ennek megalkotói a XX. század olyan kiváló matematikusai voltak, mint **V. M. Gluskov**, A. M. Kolmogorov és A. A. Markov. Az elmélet kialakulását az elektronikus számítógép, a programozható szerszámgépek, az ipari robotok, az automatizált rendszerek megjelenése segítette elő. Az automatizált rendszereknek szüksége volt olyan algoritmusok kidolgozására, melyek a konkrét műveletek végrehajtását írták le, mégpedig olyan sorrendben, aminek végrehajtásával bizonyosan elérhető a kitűzött cél. Az ilyen algoritmusok nagyon bonyolult szerkezetűek, néha több ezer lépésből is állhatnak.



V. M. Gluskov

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Milyen sorrendben kell végrehajtani a csak összeadást és kivonást tartalmazó műveleteket?
2. Milyen sorrendben kell végrehajtani a csak szorzást és osztást tartalmazó műveleteket?
3. Milyen sorrendben kell végrehajtani a műveleteket az első- és másodrendű műveleteket tartalmazó számkifejezésekben?
4. Milyen sorrendben kell végrehajtani a zárójelet tartalmazó műveleteket?
5. Hogyan készül a számítási algoritmus?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

532. Helyesen van-e feltüntetve a műveletek sorrendje a kifejezésekben?

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ 1) & 45 + 25 - 10; \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 2) & 90 : 10 \cdot 5; \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 3) & 8 \cdot 7 - 24 : 8 + 12; \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 4) & 50 - 30 : 5 \cdot 8 + 15. \end{array}$$

533°. Megváltoztatják-e a zárójelek a műveletek sorrendjét a kifejezésekben?

$$25 + 5 \cdot 6 - 4 : 2:$$

$$1) (25 + 5) \cdot 6 - 4 : 2;$$

$$2) 25 + (5 \cdot 6 - 4) : 2;$$

$$3) (25 + 5 \cdot 6) - 4 : 2;$$

$$4) 25 + 5 \cdot (6 - 4 : 2).$$

534°. Határozd meg a műveletek sorrendjét a kifejezésekben:

$$1) 54 \cdot 2 + 42;$$

$$3) 45 \cdot (14 + 6);$$

$$5) 88 + (72 : 9 - 24 : 12);$$

$$2) 88 - 64 : 8;$$

$$4) 56 : 7 + 9 \cdot 10;$$

$$6) 45 \cdot 2 - 84 : (10 + 2)!$$

535°. Hogyan kell a zárójeleket kitenni a $9 \cdot 7 - 64 : 16 + 10$ kifejezésben úgy, hogy: 1) a műveletek sorrendje megváltozzon; 2) a műveletek sorrendje ne változzon?

536°. Tegyél a $24 : 12 + 8 \cdot 4 - 2$ kifejezésbe zárójeleket úgy, hogy annak értéke: 1) 38; 2) 18 legyen!

537°. Határozd meg a kifejezés értékét:

$$1) 60 - 4 \cdot 12 + 2 \cdot (5 \cdot 10 - 35);$$

$$2) (100 - 86) - 24 : 8;$$

$$3) 20 + 6 \cdot (14 - 84 : 12) + 60 : 12;$$

$$4) (16 \cdot 2 + 9 \cdot 10 - 122) : 32!$$

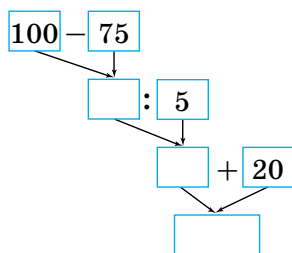


538°. Határozd meg a kifejezés értékét:

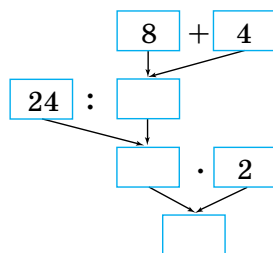
$$1) 77 : 11 - 20 : 5 + (100 - 99) \cdot 2;$$

$$2) (15 \cdot 3 - 10) : 7 + 20 \cdot 9!$$

539°. Írd fel a kifejezéseket a 141 – 142. ábrákon szereplő séma szerint, és határozd meg az értékeiket!



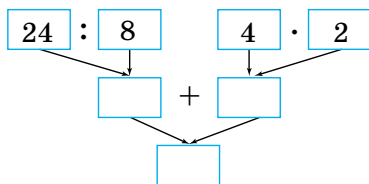
141. ábra



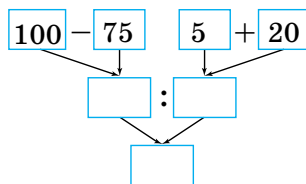
142. ábra



540°. Írd fel a kifejezéseket a 143 – 144. ábrákon szereplő séma szerint, és határozd meg az értékeiket!



143. ábra



144. ábra

541°. Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $60\,000 - 408 \cdot 120 + 1012 \cdot (24 \cdot 10 - 235)$;
- 2) $(10\,000 - 1864) \cdot (10\,201 - 8634) - 234 : 18$;
- 3) $100\,000 + 60 \cdot (140\,000 - 84\,240 : 120) + 9600 : 24$;
- 4) $(8016 \cdot 276 + 429 \cdot 1014 - 264\,810) : 422$;
- 5) $(367\,710 : 35 + 302 \cdot 49) - 50\,702 : 101$;
- 6) $428 \cdot 1017 - (729 \cdot 206 + 898\,656 : 1012)$;
- 7) $209 + (808 \cdot 297 - 211 \cdot 672) : 98\,184$;
- 8) $100 : 4 \cdot (28 \cdot 105 + 7236 : 18) - (4247 - 1823) : 6 \cdot 25$;
- 9) $(2420 + 24 \cdot 124) : 38 \cdot 202 - (3008 : 94 + 8 \cdot 527) : 72$;
- 10) $834 \cdot (145 \cdot 203 - 29\,130 - 74\,115 : 243) + 205 \cdot 804!$



542°. Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $805 \cdot 712 + (245 \cdot 10 - 2300) \cdot 834 - 501 \cdot 604$;
- 2) $701 \cdot 901 - 83\,200 : 208 + (20\,000 - 18\,904) \cdot 99$;
- 3) $(708 \cdot 398 - 892 \cdot 211) : 93\,572 + 209$;
- 4) $505 \cdot 22 - 10\,100 + 1336 : (128 + 7416 : 36)$;
- 5) $(128 \cdot 75 + 64 \cdot 125) : 8 \cdot 50 - (30 \cdot 400 + 5107 \cdot 80) : 70!$

543°. Állíts össze algoritmust a műveletek végrehajtásához, rajzold le a sémáját, majd határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $(20 + 63 : 9) \cdot (11 \cdot 3 - 23)$; 2) $85 + 48 : 8 - 11 \cdot 5!$



544°. Állíts össze algoritmust a műveletek végrehajtásához, rajzold le a sémáját, majd határozd meg a kifejezés értékét:

- $(62 : 31 + 5) \cdot (70 - 34 \cdot 2)!$

545°. Úgy tedd ki a zárójeleket, hogy a kifejezés értéke a lehető legnagyobb legyen:

- 1) $16 + 25 \cdot 3 - 14 \cdot 4$; 2) $100 + 36 : 12 - 6 \cdot 13!$



546°. Úgy tedd ki a zárójeleket, hogy a kifejezés értéke a lehető legkisebb legyen:

- 1) $20 + 16 : 4 + 5 \cdot 12$; 2) $240 : 4 \cdot 15 + 20!$

547*. Négy darab 4-es számjeggyel, műveleti jelek és a zárójelek alkalmazásával írd fel az egyjegyű természetes számokat!

548*. Öt darab 2-es számjeggyel, műveleti jelek és a zárójelek alkalmazásával írd fel mindegyik természetes számot 1-től 15-ig!



GYAKORLATI PÉLDÁK

549. A meghatározás szerint az algoritmus lépések, utasítások véges sorozata. A definíció alapján állítsd fel algoritmusokat:

- 1) fogmosásra;
- 2) utcán való átkelésre;
- 3) tea elkészítésére;
- 4) szendvics elkészítésére!



ISMÉTLŐ FELADATOK

550. Számítsd ki fejben:

$18a + 17a;$

$25y - 12y;$

$d + 14d;$

$30k - 22k;$

$16x + 9x;$

$7m - m;$

$12n - 8n;$

$36p + 14p!$

551. Rajzolj egy számegyeneset! Az egység legyen füzeted egy négyzetének oldala. Jelöld ezen a félegyenesen az $A(1)$, $B(2)$, $C(4)$, $D(7)$, $K(9)$, $E(11)$ pontokat. Nevezd meg az így kapott szakaszokat, és határozd meg hosszait!

552. Marika 4 adag tejszínfagylaltot, és néhány adag eperfagylaltot vásárolt. A tejszínfagylalt adagja 6 hrvnyába került, az eperfagylalt pedig 4 hrvnyába. Hány adag eperfagylaltot vásárolt Marika, ha összesen 44 hrvnyát fizetett?

16. §. EGYENLETEK

Már tudod, mi az egyenlet, és meg is tudod oldani.



Jegyezd meg!

Egyenletnek nevezzük az ismeretlen változót tartalmazó egyenlőséget, aminek értékét meg kell határozni.



Az ismeretleneket x , y stb. betűkkel jelölik.



Minden betűket tartalmazó egyenlőség egyenlet-e? Nem. Például az $a + b = b + a$ egyenlőség nem egyenlet.



1. feladat. Oldd meg az $x + 5 = 20$ egyenletet!



Megoldás. Az egyenletben az egyik összeadandó (x) az ismeretlen. Ahhoz, hogy az ismeretlen összeadandót meghatározzuk, az összegből ki kell vonni az ismert összeadandót. Vagyis $x = 20 - 5$ és $x = 15$. Megoldva az egyenletet meghatároztuk az ismeretlen összeadandó értékét: $x = 15$. Ha behelyettesítjük az eredeti egyenletbe, akkor igaz egyenlőséget kapunk: $15 + 5 = 20$.



Jegyezd meg!

A változónak azt az értékét, amely az egyenletet igaz egyenlőséggé teszi, az **egyenlet gyökének** nevezzük.

Tehát az $x + 5 = 20$ egyenletnek 15 a gyöke. Ha ebbe az egyenletbe az x változó helyett bármilyen más számot helyettesítünk, például az $x = 10$ értéket, akkor nem kapunk igaz számegyenlőséget: $10 + 5 \neq 20$. Tehát 10 nem gyöke az $x + 5 = 20$ egyenletnek.

Előfordul, hogy az egyenletnek nincs gyöke. Például a $0 \cdot x = 10$ egyenletnek nincs gyöke, mert nem létezik olyan szám, melyet ha 0-val szorzunk, akkor 10-et kapunk.

Néha az egyenletnek több gyöke is lehet. Ilyen egyenletekkel majd később találkozol.

Jegyezd meg!

Megoldani az egyenletet azt jelenti, hogy meghatározzuk mindegyik gyökét vagy megállapítjuk, hogy nincs megoldása.

2. feladat. Valamely számot 7-tel növelték és 9-et kaptak. Határozd meg ezt a számot!

Megoldás.

Legyen y – az ismeretlen szám. Ekkor:

$$y + 7 = 9,$$

$$y = 9 - 7,$$

$$y = 2.$$

Felelet: A keresett szám 2.

Jegyezd meg!

Az ismeretlen összeadandót megkapjuk, ha az összegből kivonjuk az ismert összeadandót.

3. feladat. Valamely számot 7-tel csökkentették és 2-t kaptak. Határozd meg ezt a számot!

- ▶ **Megoldás.** Jelöljük a -val az ismeretlen számot. Ekkor fel lehet állítani az $a - 7 = 2$ egyenletet. Az ismeretlen a szám a kisebbítendő. Ezt az ismert kivonandó és a különbség összegeként határozhatjuk meg: $a = 2 + 7$ vagyis $a = 9$. Tehát az ismeretlen szám 9-cel egyenlő.

Jegyezd meg!

Az ismeretlen kisebbítendőt megkapjuk, ha a különbséghez hozzáadjuk a kivonandót.

- ▶ **4. feladat.** 9 és valamely szám különbsége 2-vel egyenlő. Határozd meg ezt a számot!

- ▶ **Megoldás.** Az ismeretlen számot b betűvel jelöljük. A feladat feltétele alapján $9 - b = 2$. Az ismeretlen b szám a kivonandó. Amit úgy határozunk meg, hogy a kisebbítendőből kivonjuk a különbséget: $b = 9 - 2$ és $b = 7$. Tehát az ismeretlen szám 7-vel egyenlő.

Jegyezd meg!

Az ismeretlen kivonandót megkapjuk, ha a kisebbítendőből kivonjuk a különbséget.

- ▶ **5. feladat.** Valamely számot 7-szeresére növelték és 14-et kaptak. Határozd meg ezt a számot!

- ▶ **Megoldás.** Jelöljük a keresett számot y -nal. A feladat feltétele alapján: $y \cdot 7 = 14$ vagy $7y = 14$. Az egyik tényező az ismeretlen, amelyet úgy határozzuk meg, hogy a szorzatot elosztjuk az ismert tényezővel: $y = 14 : 7$, vagyis $y = 2$. Tehát az ismeretlen szám 2-vel egyenlő.

Jegyezd meg!

Az ismeretlen tényezőt megkapjuk, ha a szorzatot elosztjuk az ismert tényezővel.

- ▶ **6. feladat.** Valamely számot 7-edére csökkentették és 2-t kaptak. Határozd meg ezt a számot!

- ▶ **Megoldás.** Jelöljük a keresett számot z -vel. A feladat feltétele alapján: $z : 7 = 2$. Az ismeretlen az osztandó, amelyet úgy határozunk meg, hogy a hányadost megszorozzuk az osztóval: $z = 2 \cdot 7$, vagyis $z = 14$. Tehát az ismeretlen szám 14-gyel egyenlő.

 Jegyezd meg!

Az ismeretlen osztandót megkapjuk, ha a hányadost megszorozzuk az osztóval.



7. feladat. 14 és valamely szám hányadosa 7. Határozd meg ezt a számot!



Megoldás. Jelöljük az ismeretlen számot k -val. Ekkor a feladat feltétele alapján: $14 : k = 7$. Az ismeretlen k szám az osztó, melyet az ismert osztandó és hányados alapján szorzással határozzunk meg: $k = 14 : 7$ és $k = 2$. Az ismeretlen szám 2-vel egyenlő.

 Jegyezd meg!

Az ismeretlen osztót megkapjuk, ha az osztandót elosztjuk a hányadossal.

A zárójelet tartalmazó egyenleteket szintén a fenti szabályok szerint oldjuk meg.



8. feladat. Oldd meg a $(15 + x) \cdot 2 = 36$ egyenletet!



Megoldás. Az egyenlet bal oldala egy olyan szorzat, amelynek az egyik tényezője egy zárójelben lévő kifejezés, a másik pedig a 2-es szám. Ezért a zárójelben lévő kifejezést tekintjük az ismeretlen tényezőnek. Amit meghatározhatunk a szorzat és az ismert tényező alapján: $15 + x = 36 : 2$. A következő egyenletet kaptuk: $15 + x = 18$. Innen $x = 18 - 15$ vagy $x = 3$.

$$(15 + x) \cdot 2 = 36,$$

$$(15 + x) = 36 : 2,$$

$$(15 + x) = 18,$$

$$x = 18 - 15,$$

$$x = 3.$$

Felelet: 3.



Tudj meg többet!

Az egyenletek megoldásának művészete a gyakorlati alkalmazás miatt már nagyon régen megszületett. A legrégebbi ránk maradt kéziratok arról tanúskodnak, hogy az ókori Babilonban és Egyiptomban már ismertek voltak az ismeretlen változót tartalmazó feladatok megoldási módszerei. Diophantos (III. sz.) görög matematikus *Arithmetica* című munkája válogatott feladatokat tartalmaz egyenletek felállítására, és a megoldásuk magyarázata is megtalálható benne. De az első munka, amely az egyenletek megoldásával foglalkozik, Al-Hvarizmi Muhammad ibn Musza (kb. 780 – kb. 850) arab tudós nevéhez fűződik. Egyik munkája, a *Hisab al-dzsabr walmuqabala* az egyenletek megoldásával foglalkozó tudomány alapműve.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mi az egyenlet?
2. Mit nevezünk az egyenlet gyökének?
3. Mit jelent megoldani az egyenletet?
4. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen összeadandót?
5. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen kisebbítendő? Az ismeretlen kivonandót?
6. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen tényezőt?
7. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen osztandót? Az ismeretlen osztót?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

553. A 4, 5, 8 vagy a 10 közül melyik szám lesz az egyenlet gyöke:

- 1) $25 - x = 20$; 2) $10 \cdot y = 100$; 3) $64 : x = 16$?

A feleletet indokold meg!

554. Oldd meg fejben az egyenletet:

- 1) $15 + x = 55$; 3) $60 - y = 45$; 5) $88 : x = 8$;
2) $x - 22 = 42$; 4) $y \cdot 12 = 12$; 6) $y : 10 = 40$!

555. Meg lehet-e oldani a következő egyenleteket:

- 1) $8x = 0$; 2) $0 : y = 25$; 3) $5x = 5$; 4) $12 : y = 0$?

556°. Oldd meg az egyenleteket:

- | | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| 1) $28 + (45 + x) = 100$; | 11) $121 : (x - 45) = 11$; |
| 2) $(y - 25) + 18 = 40$; | 12) $77 : (y + 10) = 7$; |
| 3) $(70 - x) - 35 = 12$; | 13) $(x - 12) : 10 = 4$; |
| 4) $60 - (y + 34) = 5$; | 14) $55 - y \cdot 10 = 15$; |
| 5) $52 - (19 + x) = 17$; | 15) $x : 12 + 48 = 91$; |
| 6) $9y - 18 = 72$; | 16) $5y + 4y = 99$; |
| 7) $20 + 5x = 100$; | 17) $54x - 27x = 81$; |
| 8) $90 - y \cdot 12 = 78$; | 18) $36y - 16y + 5y = 0$; |
| 9) $10x - 44 = 56$; | 19) $14x + x - 9x + 2 = 56$; |
| 10) $84 - 7y = 28$; | 20) $20y - 14y + 7y - 13 = 13$! |



557°. Oldd meg az egyenleteket:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| 1) $65 + (x + 23) = 105$; | 6) $9x + 50 = 86$; |
| 2) $(y - 34) - 10 = 32$; | 7) $120 : (x - 19) = 6$; |
| 3) $(48 - x) + 35 = 82$; | 8) $(y + 50) : 14 = 4$; |
| 4) $77 - (28 + y) = 27$; | 9) $48 + y : 6 = 95$; |
| 5) $90 + y \cdot 8 = 154$; | 10) $8x + 7x - x = 42$! |

558°. Állíts fel olyan egyenletet, melynek:

- a) 8; b) 14 a gyöke!

559°. Állíts fel olyan egyenletet, melynek:

- a) 5; b) 9 a gyöke!

560°. Miután egy számot 67-tel növeltek, eredményül 109-at kaptak.
Határozd meg ezt a számot!



561°. Miután egy számot 38-cal növeltek, eredményül 245-öt kaptak.
Határozd meg ezt a számot!

562°. Valamely számot 24-szeresére növeltek, az eredmény 1968 lett.

Határozd meg ezt a számot!



563°. Valamely számot 18-szorosan csökkentették, az eredmény 378 lett.

Határozd meg ezt a számot!

564°. Valamely számot 22-vel csökkentették, az eredmény 105 lett.
Határozd meg ezt a számot!



565°. 128-ból kivontak egy számot, és 79-et kaptak.
Határozd meg ezt a számot!

566. Állíts fel egyenletet, majd oldd is meg:

- 1) x kétszeresének és 39-nek az összege 81;
- 2) 32 és y különbsége 2-szer kisebb, mint 64;
- 3) x és 12 összegének és 2-nek a hányadosa 40;
- 4) x és 12 összege 3-szor nagyobb, mint 15;
- 5) y és a 12 különbségének és 6-nak a hányadosa 18-cal egyenlő;
- 6) y és 17 különbségének a háromszorosa 63-mal egyenlő!



567. Állíts fel egyenletet, majd oldd is meg:

- 1) y háromszorosának és 41-nek a különbsége 64;
- 2) 9 és x összege 5-ször kisebb, mint 80;
- 3) y és 10 összegének és 4-nek a hányadosa 16;
- 4) x háromszorosának és 17-nek a különbsége 10-zel egyenlő!

568. Miután az ismeretlen számot 5-tel növelték, majd a kapott számot megkétszerezték, az eredmény 22 lett. Határozd meg az ismeretlen számot!



569. Miután az ismeretlen számot 7-szeresére növelték, majd a kapott számot 54-gyel csökkentették, az eredmény 100 lett. Határozd meg az ismeretlen számot!

570. Miután az ismeretlen számot 14-gyel csökkentették, majd a kapott számot 5-szörösen csökkentették, az eredmény 13 lett. Határozd meg az ismeretlen számot!



571. Miután az ismeretlen számot 4-szeresen csökkentették, majd a kapott számot 35-tel növelték, az eredmény 46 lett. Határozd meg az ismeretlen számot!

572. Miután az ismeretlen számból 60-at kivontak, majd a kapott számot 25-tel csökkentették, az eredmény 12 lett. Határozd meg az ismeretlen számot!



573. Miután az ismeretlen számhoz 41-et hozzáadtak, majd a kapott számot 3-szorosára növelték, az eredmény 126 lett. Határozd meg az ismeretlen számot!

574. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $(7x - 24) : 12 + 26 = 31$;
- 2) $(99 - 9y) \cdot 8 + 14 = 86$;
- 3) $144 - (x : 11 + 21) \cdot 5 = 14$;
- 4) $(97 + 75 : (50 - 5x)) \cdot 3 = 300$;
- 5) $100 : (18 + (82 - 10x) : 6) = 5$;
- 6) $(105 - (25 + 6x) \cdot 4) \cdot 30 = 150!$



575. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $(2x + 4) \cdot 20 - 85 = 35$;
- 2) $32 + (136 - x \cdot 8) : 4 = 64$;
- 3) $(21 + 75 : (2x + 13)) \cdot 5 = 120$;
- 4) $12 \cdot (32 - (36 + 8x) : 5) = 144!$

576*. Sanyi gondolt egy számot. Ha a gondolt számot kivonjuk 777-ből, majd az eredményt 7-szeresen csökkentjük, végül növeljük 7-tel, akkor a kapott szám 7-tel nagyobb lesz a legkisebb háromjegyű számnál. Melyik számra gondolt Sanyi?

577*. Marika kigondolt egy számot. Ha a gondolt számot 555-tel elosztjuk, majd a kapott hányadost kivonjuk 55-ből, végül az eredményt 5-szörösére növeljük, akkor a kapott szám 10-szer nagyobb lesz, mint a 25. Melyik számra gondolt Marika?

578*. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $(2400 : (25x + 175) : 6 + 58) : 20 = 3$;
- 2) $((120 + x) \cdot 100 : 2 + 200) : 250 : 25 = 1$;
- 3) $(16\,000 + 9 \cdot (900 - 50x) \cdot 4) : 50 - 80 \cdot 6 = 20$;
- 4) $10 : ((8x + 24) : 5 : 4 + 6) = 1!$

**GYAKORLATI PÉLDÁK**

- 579.** Amikor Zsófi 5 éves volt, a bátyja Laci 9 éves volt. Jelenlegi életkoruk összege 40 év. Hány éves most Zsófi?
- 580.** Három nővér életkorának összege 24 év. A legfiatalabb 5 éves, a legidősebb és a középső közötti korkülönbség megegyezik a középső és a legfiatalabb közötti különbséggel. Hány éves a legidősebb testvér?
- 581.** Peti kitalált egy matematikai fejtörőt. Azt ajánlotta egyik osztálytársának, hogy gondoljon egy számra, szorozza meg kettővel, majd a kapott számhoz adjon hozzá először 5-öt majd 3-at, végül előbb vonja ki a gondolt számot, majd egymás után 6-ot és 1-et. Legvégül az osztálytárs megnevezi a végeredményt, Peti pedig a gondolt számot. Mi ennek a fejtörőnek a lényege?
- 582.** Találj ki saját matematikai fejtörőt!

**ISMÉTLŐ FELADATOK**

- 583.** Számítsd ki fejben a $8b + 12b - b - 9b$ kifejezés értékét, ha:
1) $b = 8$; 2) $b = 20$!
- 584.** Határozd meg a kifejezés értékét:
1) $(6330 - 65 \cdot 82) : 125$; 2) $105 + 105 : (74 \cdot 34 - 2501)$!
- 585.** Laci gyűjteménye 124 bélyegből áll, Sanyinak 27-tel több bélyege van. Hány bélyeggel rendelkezik Andriská, ha a három kisfiúnak összesen 390 bélyege van?
- 586.** A téglalap alakú gyümölcsös hossza 75 m, szélessége pedig 5 m-rel rövidebb. Határozd meg a gyümölcsöst körbevevő kerítés hosszát!

17. §. A FELADATOK TÍPUSAI ÉS MEGOLDÁSAIK MÓDSZEREI

Az elemi osztályokban a feladatokat műveletekkel és egyszerű egyenletekkel oldották meg. Az 5. osztályban a feladatok bővülni fognak. Ezért fontos ismerni a különböző típusú feladatokat, illetve ezek megoldásának módszereit, és melyik módszert a legcélravezetőbb alkalmazni az adott feladat megoldása során.

Azokban a feladatokban, melyeket vizsgálni fogunk egy, kettő vagy három mennyiségről lesz szó. Minden feladatot a benne szereplő mennyiségek mérőszámaival végzett műveletekkel oldunk meg. Az ilyen módszert *számtani módszernek* nevezzük. A feladat feltétele alapján egyenletet is felállíthatunk, majd a gyökök meghatározásával jutunk a megoldáshoz. Az ilyen módszert *algebrai módszernek* nevezzük.

Egy mennyiséget tartalmazó feladatok



1. feladat. A polcon könyvek voltak. Miután a polcról levettek 12 könyvet, majd 9-et visszatettek, a polcon 39 könyv lett. Hány könyv volt eredetileg a polcon?

▶ **Megoldás.** A feladat rövid leírását a 17. táblázatban foglaljuk össze.

17. táblázat

Volt	Levettek	Visszatettek	Lett
?	12 könyvet	9 könyvet	39 könyv

1. Számtani módszer.

A polcon lévő könyv száma kétszer változott.

1. Hány könyv volt a polcon a második változtatás előtt?

$$39 - 9 = 30 \text{ (könyv).}$$

2. Hány könyv volt a polcon az első változtatás előtt?

$$30 + 12 = 42 \text{ (könyv).}$$

Tehát eredetileg 42 könyv volt a polcon.

2. Algebrai módszer.

Legyen x – a polcon lévő könyvek száma. Ekkor:

$$(x - 12) + 9 = 39,$$

$$x - 12 = 39 - 9,$$

$$x - 12 = 30,$$

$$x = 30 + 12,$$

$$x = 42 \text{ (könyv).}$$

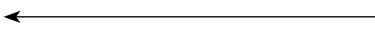
Felelet: A polcon eredetileg 42 könyv volt.

Feladatok hasonló mennyiségekkel

2. feladat. Két polcon 72 könyv sorakozik. Hány könyv van mindegyik polcon, ha a másodikon 2-szer több van, mint az elsőn?

Megoldás. A feladat feltételét röviden a 18. táblázatba foglaljuk.

18. táblázat

1. polc	? 	} 72 könyv
2. polc	?, kétszer több, mint 	

1. Számítási módszer. Ha az első polcon lévő könyvek száma 1 részt alkot, akkor a második polcon lévő könyvek száma 2 ilyen rész lesz.

1. Hány rész lesz 72 könyv?

$$1 + 2 = 3 \text{ (rész).}$$

2. Hány könyv esik egy ilyen részre (van az első polcon)?

$$72 : 3 = 24 \text{ (könyv).}$$

3. Hány könyv van a második polcon?

$$24 \cdot 2 = 48 \text{ (könyv).}$$

Tehát az 1. polcon 24 könyv van, a 2. polcon pedig 48 könyv.

2. Algebrai módszer. Legyen x az első polcon lévő könyvek száma. Akkor a második polcon $2x$ könyv lesz. Felírhatjuk a következő egyenletet: $x + 2x = 72$. Megoldjuk az egyenletet: $3x = 72$; $x = 72 : 3$, $x = 24$ (könyv). Az 1. polcon tehát 24 könyv van. A második polcon kétszer több könyv van: $2x = 2 \cdot 24 = 48$ (könyv). Vagyis az 1. polcon 24 könyv van, a másodikon pedig 48.

Feladatok három összefüggő mennyiségre

Ehhez a feladattípushoz tartoznak: 1) a fizetendő összegről; 2) a munkáról; 3) a mozgásról szóló feladatok. Ezekben az egyik mennyiség egyenlő a másik két mennyiség szorzatával, és a közöttük

lévő összefüggés megadható képlettel. Az egyik, már számodra ismert képlet az út képlete: $s = vt$. Emlékezzetek vissza, hogy a fizetendő összeget és az elvégzett munka mennyiségét is hasonlóképpen lehet meghatározni.



3. feladat. 2 kg almaért és 3 kg körtéért 31 hrivnyát fizettek. Mennyibe kerül 1 kg alma és 1 kg körte, ha a körte kilogrammjára 2 hrivnyával drágább, mint az almáé?

► **Megoldás.** A feladat feltételét röviden a 19. táblázatba foglaljuk.

19. táblázat

Gyümölcs	Egységár	Mennyiség	Fizetendő összeg
Alma	? ←	2 kg	} 31 hrn
Körte	?, 2 hrivnyával több, mint —	3 kg	

1. Számítási módszer. A vásárlás értékét meghatározhatjuk az egységár és a mennyiség szorzataként: $C = a \cdot n$, ahol a az egységár, n a mennyiség, C pedig a fizetendő összeg.

1. Mennyivel kevesebbe kerülne a vásárlás, ha a körte ára ugyanannyi lenne mint az alma ára?

$$2 \cdot 3 = 6 \text{ (hrn).}$$

2. Mennyibe kerülne a vásárlás, ha a körte ára megegyezne az alma árával?

$$31 - 6 = 25 \text{ (hrn).}$$

3. Mennyibe kerül egy kilogramm alma?

$$25 : 5 = 5 \text{ (hrn).}$$

4. Mennyibe kerül egy kilogramm körte?

$$5 + 2 = 7 \text{ (hrn).}$$

Tehát 1 kg alma 5 hrivnyába, 1 kg körte pedig 7 hrivnyába kerül.

2. Algebrai módszer. Legyen x 1 kg alma ára, akkor $x + 2$ 1 kg körtéé. Felállítjuk az egyenletet: $x \cdot 2 + (x + 2) \cdot 3 = 31$. Megoldjuk ezt: $2x + 3(x + 2) = 31$, $2x + 3x + 6 = 31$, $5x = 31 - 6$, $5x = 25$, $x = 25 : 5$, $x = 5$ (hrn) 1 kg alma ára. Meghatározzuk a körtéét is: $x + 2 = 5 + 2 = 7$ (hrn) 1 kg körte ára. Tehát 1 kg alma 5 hrivnyába, 1 kg körte pedig 7 hrivnyába kerül.



4. feladat. 24 alkatrészt kell elkészíteni. Az egyik munkás ezt a feladatot 3 óra alatt hajtja végre. Határozd meg, mennyi időre van szüksége ehhez a második munkásnak, aki egy óra alatt 2 alkatrésszel kevesebbet készít el, mint az első munkás?

► **Megoldás.** A feladat feltételét röviden a 20. táblázatba foglaljuk.

20. táblázat

Szakmunkás	A munka termelékenysége	Idő	Az elvégzett munka
1. munkás	? ←	3 óra	24 alkatrész
2. munkás	? 2 alkatrésszel kevesebb, mint	?	24 alkatrész

1. Számítási módszer. Az elvégzett munka mennyisége a munka termelékenysége és az idő szorzataként határozható meg: $A = p \cdot t$, ahol A az elvégzett munka mennyisége, p a munka termelékenysége, t az idő.

1. Milyen az 1. munkás termelékenysége?

$$24 : 3 = 8 \text{ (alk./óra).}$$

2. Milyen a 2. munkás termelékenysége?

$$8 - 2 = 6 \text{ (alk./óra).}$$

3. Mennyi időre van szüksége a 2. munkásnak a munka végrehajtásához?

$$24 : 6 = 4 \text{ (óra).}$$

Tehát a 2. munkás 4 óra alatt végzi el a kitűzött feladatot.

2. Algebrai módszer. Legyen x az az idő, ami a 2. munkásnak szükséges a munka végrehajtásához. Ekkor: $(24 : 3 - 2) \cdot x = 24$. Megoldjuk az egyenletet: $6x = 24$, $x = 24 : 6$, $x = 4$ (óra). Tehát a 2. munkás 4 óra alatt végzi el a feladatot.

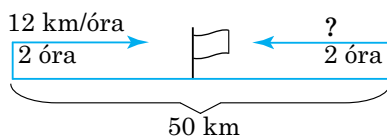
5. feladat. Két helységből két kerékpáros egyidejűleg indult el egymással szemben. Két óra múlva találkoztak. Az első sebessége 12 km/óra volt. Határozd meg a második kerékpáros sebességét, ha a helységek közötti távolság 50 km!

Megoldás. A feladat feltételét röviden a 21. táblázatba foglaljuk.

21. táblázat

Kerékpáros	Sebesség	Idő	Út
1. kerékpáros	12 km/óra	2 óra	} 50 km
2. kerékpáros	?	2 óra	

1. Számítási módszer. A mozgási feladatok rövid leírását érdemes rajzzal illusztrálni (145. ábra).



145. ábra

Az utat a sebesség és az idő szorzataként határozzuk meg:
 $s = v \cdot t$, ahol, v – a sebesség, t – az idő, s – az út.

1. Mekkora utat tett meg az első kerékpáros?

$$12 \cdot 2 = 24 \text{ (km)}.$$

2. Mekkora utat tett meg a második kerékpáros?

$$50 - 24 = 26 \text{ (km)}.$$

3. Mennyi a második kerékpáros sebessége?

$$26 : 2 = 13 \text{ (km/óra)}.$$

Tehát a második kerékpáros sebessége 13 km/óra.

Az adott feladat másképp is megoldható számtani módszerrel.

1. Mekkora sebességgel közelednek egymáshoz a kerékpárosok?

$$50 : 2 = 25 \text{ (km/óra)}.$$

2. Mennyi a második kerékpáros sebessége?

$$25 - 12 = 13 \text{ (km/óra)}.$$

Tehát a második kerékpáros sebessége 13 km/óra.

2. Algebrai módszer. Legyen x a második kerékpáros sebessége.

Ekkor: $12 \cdot 2 + x \cdot 2 = 50$. Megoldjuk az egyenletet: $24 + 2x = 50$,

$$2x = 50 - 24, 2x = 26, x = 26 : 2, x = 13 \text{ (km/óra)}.$$

Tehát a második kerékpáros sebessége 13 km/óra.



Figyeld meg!

- 1) Az egymással szembeni mozgás során a közeledési sebesség egyenlő a résztvevők sebességeinek összegével;
- 2) az ellentétes irányban történő mozgás során a távolodási sebesség egyenlő a résztvevők sebességeinek összegével;
- 3) az egyirányú mozgás során a közeledési (távolodási) sebesség egyenlő a résztvevők sebességeinek különbségével.



6. feladat. A motorcsónak 3 óra alatt 45 km-t tett meg a vízfolyás irányában. Határozd meg a vízfolyás sebességét, ha a csónak saját sebessége 15 km/óra!

▶ **Megoldás.** A feladat feltételét röviden a 22. táblázatba foglaljuk.

22. táblázat

Mozgás	Sebesség	Idő	Út
A vízfolyás irányában	15 + ?	3 óra	51 km

1. Számítási módszer.

1. Mennyi a csónak sebessége a vízfolyás irányában?

$$51 : 3 = 17 \text{ (km/óra).}$$

2. Mennyi a vízfolyás sebessége?

$$17 - 15 = 2 \text{ (km/óra).}$$

Tehát a vízfolyás sebessége 2 km/óra.

2. Algebrai módszer. Legyen x a vízfolyás sebessége. Ekkor:

$$(15 + x) \cdot 3 = 51. \text{ Megoldjuk a kapott egyenletet: } 15 + x = 51 : 3,$$

$$15 + x = 17, x = 17 - 15, x = 2 \text{ (km/óra). Tehát a vízfolyás sebes-}$$

sege 2 km/h.

Figyeld meg!

- 1) A csónak sebessége a vízfolyás irányában egyenlő a csónak saját sebességének és a vízfolyás sebességének összegével;
- 2) a csónak sebessége a vízfolyással szemben egyenlő a csónak saját sebességének és a vízfolyás sebességének különbségével.

**Tudj meg többet!**

Az egyik legismertebb matematika-tankönyv Leontyij Filipovics Magnyickij (1669–1739) *Aritmetika* című műve, melyből kétszáz évig számos nemzedék sajátította el a feladatok megoldását. Ez a könyv 1703-ban jelent meg 2400 példányban, az egyéb tantárgyak mellett matematikát is tanuló szárazföldi- és tengerésztisztek részére. A könyv nyelvezete könnyed, jól érthető, egyszerű a fogalmazásmódja. Az alapismeretek elsajátítása után akár önállóan is lehetett belőle tanulni. A több mint 600 oldalas könyvben a szerző részletesen tárgyalja az egész és törtszámokkal végzett számítási műveleteket, a pénzügyi számításokat, és nagyon sok gyakorlati feladatot is bemutat. Magnyickij szemléletesen oldotta meg a matematikai fogalmak, szabályok bemutatását, és a matematika iránti érdeklődés felkeltésére törekedett. A bonyolult feladatokat igyekezett úgy megfogalmazni, hogy vidám történetekre emlékeztesse az olvasót.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Magyarázd meg, hogyan kell számtani módszerrel megoldani a feladatot!
2. Magyarázd meg, hogyan kell algebrai módszerrel megoldani a feladatot!
3. Magyarázd meg, hogyan kell megoldani a fizetendő összegről szóló feladatokat!
4. Magyarázd meg, hogyan kell megoldani a munkáról szóló feladatokat!
5. Magyarázd meg, hogyan kell megoldani a mozgásról szóló feladatokat!
6. Magyarázd meg, hogyan kell megoldani a vízfolyás irányában és a vízfolyással szemben történő mozgásról szóló feladatokat!

**OLDD MEG A FELADATOKAT!**

- 587.** Oldd meg fejben a feladatot! Sanyi gondolt egy számot. Ha ezt a számot megszorozzuk 8-cal, és a szorzathoz hozzáadunk 10-et, akkor az eredmény 34 lesz. Melyik számra gondolt Sanyi?
- 588.** Határozd meg a csoki árát, ha:
- 1) 2 kg-ért 40 hrvnyát;
 - 2) 3 kg-ért 36 hrvnyát;
 - 3) 4 kg-ért 100 hrvnyát fizettek!
- 589.** Határozd meg a lakatos teljesítményét, ha:
- 1) 2 óra alatt 8 alkatrészt;
 - 2) 4 óra alatt 40 alkatrészt;
 - 3) 2 nap alatt 60 alkatrészt készített!
- 590.** Határozd meg az autóbusz sebességét, ha:
- 1) 1 óra alatt 60 km-t;
 - 2) 2 óra alatt 130 km-t;
 - 3) 6 óra alatt 240 km-t tett meg!
- 591.** Határozd meg a csónak sebességét a vízfolyás irányában, illetve a vízfolyással szemben ha:
- 1) a csónak saját sebessége 12 km/óra, a vízfolyás sebessége pedig 4 km/óra;
 - 2) a csónak saját sebessége 14 km/óra, a vízfolyás sebessége pedig 5 km/óra;
 - 3) a csónak saját sebessége 15 km/óra, a vízfolyás sebessége pedig 2 km/óra!
- 592.** Állítsd fel a feladat egyenletét!
- 1) A kosárban almák voltak. Miután a kosárba beletettek még 8 db almát, 19 db lett benne. Hány alma volt a kosárban eredetileg?

- 2) A kosárban almák voltak. Miután a kosárból kivettek 7 db almát, 12 db maradt benne. Hány alma volt a kosárban eredetileg?
- 3) A kosárban almák voltak. Miután a kosárba még 2-szer több almát tettek, mint amennyi benne volt, 18 db lett benne. Hány alma volt a kosárban eredetileg?
- 4) A kosárban almák voltak. Miután a kosárba még 3 almával kevesebbet tettek, mint amennyi benne volt, 19 lett benne. Hány alma volt a kosárban eredetileg?

593°. A 23. és 24. táblázatok alapján állíts fel egyenleteket!

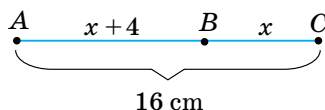
23. táblázat

Polc	Könyvek száma	Összesen
1	x	} 36
2	$2x$	

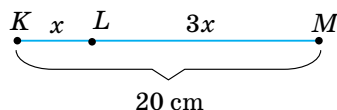
24. táblázat

Kosár	Almák száma	Összehasonlítás
1	$3x$	↕ 8-cal több
2	x	

594°. A 146. és 147. ábrák alapján állíts fel egyenleteket!



146. ábra



147. ábra

595°. Az 5. B osztály tanulói algebrai módszerrel oldották meg a következő feladatot: „Mrika gondolt egy számot. Ha ehhez a számhoz hozzáadunk 12-t, majd az összeget 3-mal megszorozzuk, akkor az eredmény 63 lesz. Melyik számra gondolt Mrika?” Sanyi az $x + 12 \cdot 3 = 63$ egyenletet kapta, Peti pedig az $(x + 12) \cdot 3 = 63$ egyenletet. A fiúk közül ki állította fel helyesen az egyenletet? A feleletet magyarázd meg!

596°. A gondolt számból kivontak 16-ot, a különbséget 7-tel megszorozták, az eredményhez 40-et adtak hozzá és a végeredmény 103 lett. Melyik számra gondoltak?

 **597°.** A gondolt számot 4-gyel megszorozták, hozzáadtak 18-at, az összeget pedig 3-mal elosztották, és 22 lett az végeredmény. Melyik számra gondoltak?

598°. Határozd meg azt a két egymást követő számot, melyeknek összege 283!

599°. Az egyik szám 5-ször nagyobb, mint a másik. Határozd meg a számokat, ha az összegük 366!

600°. Két szám összege 167. Az egyik szám 27-tel nagyobb, mint a másik. Határozd meg a számokat!



601°. Az egyik szám 7-szer kisebb, mint a másik. Határozd meg a számokat, ha az összegük 224!

602°. Két szám különbsége 189. Határozd meg a számokat, ha az egyik 10-szer kisebb, mint a másik!



603°. Az egyik szám 12-szer nagyobb, mint a másik. Határozd meg a számokat, ha a különbségük 132!

604°. Határozd meg azt a négy egymást követő természetes számot, melyeknek összege 306!

605°. A turista négy napos túrázás során 92 km-t haladt, miközben mindennap 2 km-rel kevesebbet tett meg, mint az előző napon. Hány kilométert tett meg a turista az utolsó napon?



606°. Határozd meg a három egymást követő természetes számot, ha összegük 210!

607°. Három természetes szám összege 825. Határozd meg a számokat, ha az első közülük a legnagyobb kétjegyű szám, a második pedig 5-ször nagyobb a harmadiknál!

608°. A három ötödik osztályba 103 tanuló jár. Az 5. A osztályba 6 tanulóval több van, mint az 5. B-ben, és 1 tanulóval kevesebb, mint az 5. C osztályban. Hány tanuló jár mindegyik osztályba?



609°. Három polcon 96 könyv áll. A második polcon 3-szor több könyv van, mint az elsőn, a harmadik polcon 2-vel kevesebb, mint a másodikon. Hány könyv van mindegyik polcon?

610°. 5 füzetért és 3 tollért 17 forint 50 kopijkát fizettek. Mennyibe kerül egy füzet és egy toll, ha a füzet 50 kopijkával olcsóbb, mint a toll?



611°. 3 kg keksz és 2 kg cukorkát vásároltak, ezért 95 forintot fizettek. Mennyibe kerül a keksz és a cukorka kilogrammjára, ha a cukorka 10 forinttal drágább a keksznél?

612°. A gyümölcsösben el kell ültetni 12 fát. Az egyik munkás ezt a feladatot 6 óra alatt hajtja végre. Mennyi idő alatt végzi el ezt a feladatot a másik munkás, ha 1 óra alatt 1 fával többet ültet el, mint az első?



613°. A szalonnak 60 ruhát kell elkészíteni. Az egyik varrónő 20 nap alatt végez a feladattal. Hány nap alatt tudja elvégezni ezt a feladatot a másik varrónő, ha naponta 1-gyel több ruhát varr meg?

614°. Két város között 260 km a távolság. A városokból egyidejűleg két gépkocsi indult el egymás felé, és 2 óra múlva találkoztak. Határozd meg mindkét gépkocsi sebességét, ha az egyik sebessége 10 km/óra-val nagyobb, mint a másiké!

 **615°.** Az A és B pontok között a távolság 435 km. Ezekből egyidejűleg két gépkocsi indult el egymás felé, és 3 óra múlva találkoztak. Határozd meg mindkét gépkocsi sebességét, ha az egyik sebessége 5 km/óra-val kisebb, mint a másiké!

616°. A gépkocsik az A pontból egyszerre indultak el ellentétes irányban. Az első gépkocsi 70 km/óra sebességgel haladt, a másik sebessége 10 km/óra-val kisebb volt, mint az elsőé. Mekkora távolságra lesznek egymástól indulásuk után 2 órával?

 **617°.** Két autóbusz egyszerre indult el ellentétes irányban az egymástól 30 km távolságra lévő községekből. Az első sebessége 60 km/óra, a másiké 10 km/óra-val nagyobb, mint az első sebessége. Mekkora távolságra lesznek egymástól az autóbuszok indulásuk után 3 órával?

618°. Két kikötő között a távolság 48 km. A folyó sebessége 4 km/óra. Mennyi idő alatt teszi meg ezt távolságot egy hajó, melynek saját sebessége 12 km/óra: 1) a vízfolyás irányában; 2) a vízfolyással szemben?

 **619°.** A csónak két város között közlekedik oda-vissza, melyek között a távolság 63 km. A csónak saját sebessége 15 km/óra, a vízfolyás sebessége pedig 6 km/óra. Mennyi idő alatt teszi meg a csónak az oda-vissza utat?

620. Két szám összege 246, különbsége pedig 32. Határozd meg a számokat!

621. Az 1086 számot fel kell bontani három összeadandó összegeként úgy, hogy az első összeadandó 267-tel nagyobb, mint a második, a harmadik pedig az első kettő összegével egyenlő. Határozd meg az összeadandókat!

622. Három szám összege 92. Az első és a második különbsége 5, a második és a harmadik szám különbsége pedig 18. Határozd meg a számokat!



623. Két szám összege 10. Ha az egyik számot 4-szeresére növelik, a másodikat pedig 2-szeresére, akkor a kapott számok összege 28 lesz. Határozd meg a számokat!

624. Négy szám összege 136. A második szám 8-cal nagyobb, mint az első, a harmadik szám 4-szer nagyobb a másodiknál, a negyedik pedig 24-gyel nagyobb a harmadiknál. Határozd meg a számokat!

625. Két szám összege 450, a hányadosuk pedig 8. Határozd meg a számokat!



626. Két szám különbsége 150, a hányadosuk pedig 4. Határozd meg a számokat!

627. A tanuló valamely számot 8-cal és 12-vel szorozta meg. A kapott szorzatokat összeadva 500-at kapott. Határozd meg a számot!

628. Az édesanya kétféle cukorkából összesen 6 kg-ot vásárolt. Az egyik 18, a másik pedig 15 hrivnyába kerül kilogrammonként. Hány kilogramm cukorkát vett mindegyikből, ha a vásárlásért 96 hrivnyát fizetett?



629. Összesen 20 füzetet vásároltak. A vonalas füzetek ára 3 hrivnya, a négyzetrácsosoké pedig 2 hrivnya. Hány vonalas, illetve négyzetrácsos füzetet vettek, ha a vásárlás 45 hrivnyába került?

630. A terv szerint a munkásnak 96 alkatrészt kellett 12 nap alatt elkészíteni, de naponta 4 alkatrésszel többet készített a tervezettnél. Hány nappal hamarabb fejezte be a feladatát?



631. A varrónőnek 15 nap alatt 30 kosztümmöt kellett elkészíteni, de naponta 1 kosztümmel többet varrt a tervezettnél. Hány nappal hamarabb fejezte be a feladatát?

632. A városból elindult egy motorkerékpáros 40 km/óra sebességgel. Két óra múlva utána eredt egy gépkocsi, amelynek sebessége 80 km/óra volt. Indulása után hány óra múlva éri utol a gépkocsi a motorkerékpárost? A várostól mekkora távolságra fog ez bekövetkezni?

633. Két kerékpáros két városból egyidejűleg ugyanabba az irányba indult el. A városok közötti távolság 30 km. Az első 12 km/óra sebességgel haladt, a második 2 km/óra-val gyorsabban. Mekkora távolságra lesznek egymástól a kerékpárosok indulásuk után 2 órával?



634. A városból egy gyalogos indult el 4 km/óra sebességgel. Egy óra múlva egy kerékpáros indult utána, akinek sebessége 2-szerese volt a gyalogosénak. Hány óra múlva éri utol a kerékpáros a gyalogost?

635. Két kikötő között a távolság 72 km. A hajó a vízfolyás irányában 6 óra alatt teszi meg ezt a távolságot, a vízfolyással szemben pedig 9 óra alatt. Határozd meg a folyó és a hajó saját sebességét!

-  **636.** Két kikötő között a távolság 60 km. A motorcsónak a vízfolyás irányában 3 óra alatt teszi meg ezt a távolságot, a vízfolyással szemben pedig 6 óra alatt. Határozd meg a motorcsónak saját sebességét, és a folyó sebességét!
- 637.** Az egyenesen adottak az A , B és C pontok. Az AB szakasz 2-szer nagyobb, mint a BC . Határozd meg az AB és BC szakaszok hosszát, ha az AC szakasz 12 cm! Hány megoldása van a feladatnak?
- 638.** A téglalap egyik oldala háromszor hosszabb, mint a másik. Határozd meg a téglalap oldalait, ha a területe 64 cm!
-  **639.** A téglalap területe 80 cm. Határozd meg a téglalap oldalait, ha az egyik oldala 4 cm-rel nagyobb, mint a másik!
- 640.** Az egyenlő szárú háromszög szára 2-szer nagyobb, mint az alapja, a területe pedig 55 cm-rel egyenlő. Határozd meg a háromszög oldalait!
-  **641.** Az egyenlő szárú háromszög alapja 10 cm-rel kisebb, mint a szára, a területe pedig 44 cm-rel egyenlő. Határozd meg a háromszög oldalait!
- 642.** Andriska megkérdezi az édesapjától: „Hány óra van?” Az apja ezt válaszolta: „Számold ki: a nap végéig háromszor kevesebb idő maradt, mint amennyi a kezdetétől eltelt”. Mi a válasz Andriska kérdésére?
- 643.** 18 év múlva Peti 3-szor idősebb lesz, mint most. Hány éves most Peti?
-  **644.** Tamás felköszöntötte Bettit a születésnapján. Amikor megkérdezték tőle, hány éves most Betti, Tamás ezt válaszolta: „Három év múlva Betti kétszer annyi idős lesz, mint három évvel ezelőtt volt.” Hány éves most Betti?
- 645.** *Ősrégi feladat.* A tanuló arra a kérdésre, hogy hány éves, azt válaszolta: „Háromszor vagyok fiatalabb az édesanyámnál, és négyszer fiatalabb vagyok, mint édesapám. Ha családtagjaink életkorát összeadnánk, és még 12 évet hozzáadnánk, akkor pontosan 100 jönne ki.” Hány éves a tanuló, az édesanyja és az édesapja?
-  **646.** A kislány 4 évvel fiatalabb a bátyjánál és 4-szer fiatalabb az édesanyjánál, a bátyja pedig 4-szer fiatalabb az édesapjuknál. Hány éves mindegyikük, ha összesen 100 évesek?
- 647.** Két szobában 76 fő van. Ha az egyik szobából kimegy 30, a másikból pedig 40 személy, akkor a két helyiségben egyenlő lesz az emberek száma. Hányan voltak a két helyiségben eredetileg?
- 648.** Két polcon 106 könyv van. Ha az egyik polcról levesznek 18 könyvet, akkor a két polcon a könyvek száma megegyezik. Hány könyv volt a két polcon eredetileg?

- 649*.** *Ősrégi feladat.* A földesúr 200 karbovanecet vitt magával a piacra, mivel tudta, hogy a tehén négyszer drágább, mint a kutya, a ló pedig négyszer drágább, mint a tehén. Ezért a pénzért vett egy kutyát, két tehenet és egy lovat. Mennyibe kerül egy-egy állat?
- 650*.** Katinka kiszámolta, hogyha minden vendégének 4 süteményt ad, akkor 3 sütemény megmarad, ha mindenkinek 5 süteményt adna, akkor 3 darab hiányozna. Hány vendéget hívott meg Katin-ka?
- 651*.** Peti és Miki dámajátékot játszanak. Mialatt Peti a következı lépésén gondolkozott, addig Miki kiszámolta, hogy a táblán (64 mezı) 3-szor több üres mezı van, mint foglalt, és neki 2 bábúval több van, mint Petinek. Hány bábúja van mindkét fiúnak?
- 652*.** *Ősrégi feladat.* Nagypapa azt mondta az unokáinak: „Adok nektek 130 diót. Osszátok el két részre úgy, hogy a kisebbik rész négyszerese egyenlı legyen a nagyobbik rész harmadával.” Hogyan kell elosztani a diókat?
- 653*.** *Ősrégi feladat.* Az édesapa egyenlıen osztotta el a diókat az 5 fia között. Miután három fiú mindegyike 5 diót megevett a sajátjai közül, észrevették, hogy mindegyiküknek most annyi diójuk maradt, mint a másik két testvérüknek. Hány diót osztott szét az apa?
- 654.** A matematikaverseny résztvevıinek 7 feladatot kellett megoldani. Mindegyik feladat megoldásáért 5 pont jár, és mindegyik rossz- szul megoldott feladatért 3 pontot levonnak. Hány feladatot oldott meg helyesen Sanyi, ha a versenyen 19 pontot szerzett?
- 655*.** Az egyik háziasszony 3 kg paradicsomot és 2 kg uborkát vásá- rolt. A paradicsom kilogrammja a hrvnya, az uborkaé pedig b hrv- nya volt. A másik háziasszony 6 kg burgonyáért annyit fizetett, mint az elsı az egész vásárlásáért. Állíts fel olyan kifejezést, amely egy kilogramm burgonya árát adja meg!
- 656*.** A kerékpáros a m/perc sebességgel haladt. Szembe jött vele egy autóbusz. 10 perc alatt a köztük lévı távolság b m-rel csök- kent. Állíts fel kifejezést az autóbusz sebességének meghatározá- sára!
- 657*.** A faluból egyszerre és egy irányban indult el két lovas. 30 perc múlva a köztük lévı távolság m m lett. A gyorsabban haladó lovas sebessége n m/perc. Állíts fel kifejezést a másik lovas sebességé- nek meghatározására!
- 658*.** A csónak 2 órán át a km/óra sebességgel haladt, majd egy ideig b km/óra-val. Mennyi ideig volt úton a csónak, ha összesen c km-t tett meg? Állíts fel kifejezést!

**GYAKORLATI PÉLDÁK**

- 659.** Készíts feladatot, amely a te és családtagjaid életkora közötti kapcsolatról szól! Oldd meg a feladatot!
- 660.** Készíts az osztályodban lévő fiúk és lányok számáról szóló feladatot! Oldd meg a feladatot!
- 661.** Állíts össze, és oldd is meg azt a feladatot, amely keksz és cukorka vásárlásáról szól, ha a keksz kilogrammonkénti ára 15 hrn, a cukorkáé pedig 32 hrn!
- 662.** Állíts össze, és oldd is meg azt a feladatot, amely tanszerek vásárlásáról szól!

**ISMÉTLŐ FELADATOK**

- 663.** Számítsd ki:

1) $19 + 21;$	2) $10 \cdot 9;$	3) $12 \cdot 2 \cdot 5;$
$42 + 58;$	$3 \cdot 12;$	$4 \cdot 7 \cdot 25;$
$22 + 48;$	$16 \cdot 4;$	$128 : 4 \cdot 0;$
$75 - 25;$	$81 : 3;$	$34 \cdot 8 \cdot 125;$
$100 - 36;$	$55 : 5;$	$24 \cdot 2 \cdot 50!$

- 664.** Állítsd össze a műveletek végrehajtásának algoritmusát, rajzolj folyamatábrát, és határozd meg a kifejezés értékét:

1) $(424 - 25 \cdot 12) - 156 : 4;$ 2) $360 : 15 + 5 \cdot (500 - 34 \cdot 12)!$

- 665.** Rajzolj egy számegyeneset! Egységül válaszd a füzeted egy négyzetének oldalát. Jelöld rajta a következő pontokat: $A(0)$, $B(4)$, $C(2)$, $D(12)$, $K(7)$, $E(12)$!

- 666.** Határozd meg a pontok közötti távolságot: 1) $A(23)$ és $B(28)$; 2) $C(31)$ és $D(41)$; 3) $M(55)$ és $N(77)$!

- 667.** Az OK félegyenes az AOB szög szögfelezője. Határozd meg az AOK szög fokmértékét, ha $AOB\angle = 62^\circ$!

- 668.** Az OB félegyenes az AOC szög belső félegyenesese. Határozd meg az AOK szög fokmértékét, ha $AOB\angle = 42^\circ$ és a $BOC\angle = 85^\circ$!

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Nevezd meg a szorzás elemeit!
2. Hogyan nevezzük szorzáskor az eredményét?
3. Fogalmazd meg, és írd le a szorzás felcserélhetőségi tulajdonságát!
4. Fogalmazd meg, és írd le a szorzás csoportosítási tulajdonságát!
5. Magyarázd meg, mit lehet meghatározni (milyen feladatokat lehet megoldani) a szorzás segítségével!
6. Fogalmazd meg, és írd le a szorzás széttagolhatósági tulajdonságát!
7. Nevezd meg az osztás elemeit!
8. Hogyan nevezzük osztáskor az eredményét?
9. Magyarázd meg, mit lehet meghatározni (milyen feladatokat lehet megoldani) az osztás segítségével!
10. Magyarázd meg, hogyan kell végrehajtani a maradékos osztást!
11. Írd fel az osztandó kiszámításának képletét!
12. Hogyan lehet meghatározni az osztandót a nem teljes hányados, az osztó és a maradék ismeretében?
13. Milyen sorrendben kell elvégezni a műveleteket az olyan számkifejezésekben, melyek csak összeadást és kivonást tartalmaznak?
14. Milyen sorrendben kell elvégezni a műveleteket az olyan számkifejezésekben, melyek csak szorzást és osztást tartalmaznak?
15. Milyen sorrendben kell elvégezni a műveleteket az olyan számkifejezésekben, melyek vegyesen tartalmazzák a négy alapműveletet?
16. Milyen sorrendben kell elvégezni a műveleteket az olyan számkifejezésekben, melyek zárójeleket is tartalmaznak?
17. Mi az egyenlet?
18. Mi az egyenlet gyöke?
19. Mit jelent megoldani az egyenletet?
20. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen összeadandót?
21. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen kisebbítendőt? Ismeretlen kivonandót?
22. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen tényezőt?
23. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen osztandót? Ismeretlen osztót?
24. Magyarázd meg, hogyan kell a feladatot számtani módszerrel megoldani?
25. Magyarázd meg, hogyan kell a feladatot algebrai módszerrel megoldani?

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

TESZTFELADATOK

Figyelmesen olvasd el a feladatokat, és a felajánlott válaszok közül válaszd ki a helyeset! A tesztfeladatok végrehajtására 10–15 perc áll rendelkezésedre.

1. változat

- Határozd meg a $33 + 88 : 11 \cdot (27 - 19)$ kifejezés értékét!
A. 34. B. 88. C. 97. D. 107.
- A cukorka kilogrammjára 24 hrvnyába kerül, a keksz pedig 2-szer olcsóbb a cukorkánál. Mennyibe kerül 6 kg keksz?
A. 12 hrn. B. 36 hrn. C. 48 hrn. D. 72 hrn.
- Hány adag 4 hrvnyás fagyaltot tud Lacika vásárolni, ha 15 hrvnyája van?
A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.
- Egyszerűsítsd a $6 \cdot (a + 5) + 4 \cdot (a + 8)$ kifejezést!
A. $10a + 13$. B. $23a$. C. $10a + 62$. D. $72a$.
- Számítsd ki a lehető legegyszerűbben:
 $45 \cdot 63 + 13 \cdot 20 + 45 \cdot 37 + 87 \cdot 20$.
A. 65. B. 550. C. 6500. D. 470.

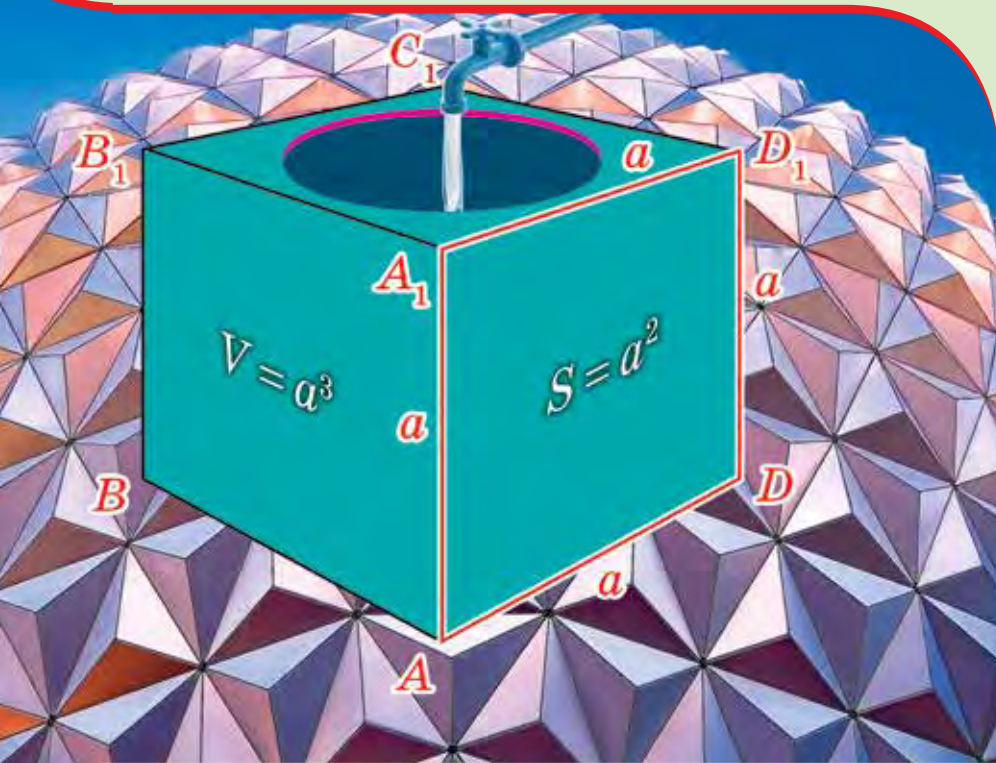
2. változat

- Oldd meg a $2x - 12 = 36$ egyenletet!
A. 96. B. 48. C. 24. D. 12.
- Oldd meg a $144 : (x + 5) = 9$ egyenletet!
A. 21. B. 1291. C. 1301. D. 11.
- Két szám összege 108. Határozd meg ezeket a számokat, ha a második 8-cal nagyobb, mint az első!
A. 12 és 96. B. 14 és 94. C. 50 és 58. D. 52 és 56.
- A munkásnak a terv szerint 9 nap alatt 72 alkatrészt kell elkészítenie. De ő mindennap a tervezettnél 1 alkatrésszel többet készített. Hány nappal hamarabb fejezni be a feladatát?
A. 8. B. 4. C. 2. D. 1.
- A városból B város felé elindult egy autóbusz 60 km/óra sebességgel. Két óra múlva az A városból ugyanabba az irányba utána indult egy gépkocsi. Az indulás után mennyi idő múlva éri utol a gépkocsi az autóbuszt, ha egy óra alatt 30 km-rel többet tesz meg, mint a busz?
A. 4 óra. B. 5 óra. C. 6 óra. D. 8 óra.

TERMÉSZETES SZÁM TERMÉSZETES KITEVŐJŰ HATVÁNYA. AZ ALAKZA- TOK TERÜLETE ÉS TÉRFOGATA

A fejezetből választ kaptok az alábbiakra:

- ☀ mi a hatvány, és milyen összefüggés van a szám hatványra emelése és a szorzás között;
- ☀ mi a hatványra emelés és milyen tulajdonságai vannak;
- ☀ mit nevezünk a szám négyzetének és köbének;
- ☀ milyen a műveletek sorrendje a hatványt tartalmazó kifejezésekben;
- ☀ mi a sokszög, és milyen sokszögek léteznek;
- ☀ hogyan számítjuk ki a téglalap és a négyzet területét;
- ☀ mi a téglatest, kocka és hasáb;
- ☀ hogyan számítjuk ki a téglatest és a kocka térfogatát;
- ☀ mit nevezünk kombinatorikai feladatoknak, és hogyan oldjuk meg őket;
- ☀ hogyan alkalmazható a gyakorlatban az elsajátított tananyag.



18. §. A SZÁM HATVÁNYA

Már tudjátok, hogy néhány azonos tagból álló összeget fel lehet írni szorzatként. Például:

$$\underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4}_{10 \text{ összeadandó}} = 4 \cdot 10.$$

10 összeadandó

Az ilyen számegyenlőségről azt mondják, hogy az egyenlő összeadandókból álló összeget szorzattá *alakították*. És fordítva, ha ezt az egyenlőséget jobbról balra olvassuk, akkor azt kapjuk, hogy a $4 \cdot 10$ szorzatot egyenlő összeadandókra *bontották* szét.

☀ Le lehet-e írni az azonos tényezőkből álló szorzatot rövidbben? Igen. Például a $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ kifejezéshez egy különleges jelölést használnak a 4^{10} , melyet *hatványnak* neveznek.

☀ A 4^{10} kifejezést így olvassuk: négy a tízedik hatványon vagy a 4 tízedik hatványa.

A 4^{10} kifejezésben a 4-et a *hatvány alapjának* nevezzük, amely azt mutatja, melyik számot szorozták önmagával. A 10-et a *hatvány kitevőjének* nevezzük, amely azt mutatja, hány azonos tényező van a szorzatban. Tehát az azonos tényezők szorzata hatvánnyá alakítható:

$$\underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}_{10 \text{ tényező}} = 4^{10}.$$

10 tényező

Azt a műveletet, amely segítségével az azonos tényezőkből álló szorzatot hatvánnyá alakítjuk, *hatványra emelésnek* nevezzük. Ez az ötödik számtani művelet.

Jegyezd meg!

Az a szám n -edik hatványa azt jelenti, hogy meghatározzuk n tényező szorzatát, mely mindegyike a -val egyenlő.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tényező}}$$



Feladat. Hasonlítsd össze a 4^{10} és a 10^4 hatványokat!



Megoldás. Emeljük 4-et a 10-dik hatványra:

$$4^{10} = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 1\,048\,576.$$

Emeljük 10-et a 4-edik hatványra:

$$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000.$$

Mivel $1\,048\,576 > 10\,000$, ezért $4^{10} > 10^4$.



Figyeld meg!

A hatvány értéke megváltozhat, ha felcseréljük a hatvány alapját a kitevőjével.



Létezik-e olyan hatvány, melynek értéke nem változik, ha az alapját és a kitevőjét felcseréljük? Igen. Például 3^3 , 25^{25} , 428^{428} .

Ha a hatvány alapja 1-gyel egyenlő, akkor bármilyen természetes n hatványkitevő esetén a hatvány értéke 1-gyel lesz egyenlő:

$$1^n = 1.$$

Például: $1^2 = 1$, $1^{25} = 1$, $1^{257} = 1$.

Ha a hatványkitevő 1-gyel egyenlő, akkor bármilyen természetes a esetén a hatvány értéke a lesz.

$$a^1 = a.$$

Például: $2^1 = 2$, $25^1 = 25$, $257^1 = 257$.

Az új számtani művelet – a hatványra emelés – megváltoztatja a műveletek elvégzésének sorrendjét. Ez a művelet *harmadrendű*, ezért legelőször ezt hajtjuk végre.



Feladat. Számítsd ki a kifejezés értékét: $3^6 + 2 \cdot 13^2 - 8 : 4$.



Megoldás.

Meghatározzuk az adott kifejezésben a műveletek sorrendjét:

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 5 & 3 & 2 & 6 & 4 \\ 3^6 & + & 2 \cdot & 13^2 & - & 8 : 4. \end{array}$$

Ezután a megadott sorrendben végrehajtjuk a műveleteket:

$$3^6 + 2 \cdot 13^2 - 8 : 4 = 729 + 2 \cdot 169 - 8 : 4 = 729 + 338 - 2 = 1065.$$



Figyeld meg!

A hatványt tartalmazó kifejezésekben először elvégezzük a hatványra emelést, aztán a szorzást és osztást, majd az összeadást és kivonást.

A szám második és harmadik hatványát különlegesnek tekintik. Ezeknek még külön nevet is kigondoltak: a második hatványt a *szám négyzetének* nevezik, a harmadikat pedig a *szám köbének*.

 Az a^2 hatványt így olvassuk: a a *négyzeten*, az a^3 hatványt pedig így: a a *köbön*.

A számolás megkönnyítéséhez érdemes megjegyezni az egyjegyű számok négyzetét és köbét. A megfelelő táblázatot a könyv előzékén találhatók.



Tudj meg többet!

Létezik egy érdekes összefüggés a természetes szám négyzete és az előtte álló természetes szám négyzete között. A 148. ábrán azt figyelheted meg, hogy a piros négyzetek és a fekete köröcskék között a következő számegyenlőségeket lehet felírni:

$$2^2 = 1 + 3, \quad 3^2 = 1 + 3 + 5, \quad 4^2 = 1 + 3 + 5 + 7 \text{ stb.}$$

Innen:

$$2^2 = 1^2 + 3,$$

○	○
○	○

$$3^2 = 2^2 + 5,$$

○	○	○
○	○	○
○	○	○

$$4^2 = 3^2 + 7.$$

○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○
○	○	○	○

148. ábra

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Mi a szám hatványa? Mi a hatvány alapja? Hatványkitevője?
2. Mit értünk az a szám n -edik hatványra emelésén?
3. Mivel egyenlő 1 az n -edik hatványon?
4. Mivel egyenlő a az 1-ső hatványon?
5. Milyen a műveletek sorrendje a hatványt tartalmazó kifejezésekben?
6. Mit nevezünk a szám négyzetének? Hozz fel példákat!
7. Mit nevezünk a szám köbének? Hozz fel példákat!



OLDD MEG A FELADATOKAT!

- 669.** Olvasd el a kifejezéseket: 1) 2^2 ; 2) 2^5 ; 3) 3^2 ; 4) 4^3 ; 5) 67^4 ; 6) 100^2 !
Nevezd meg a hatvány alapját és kitevőjét! Mit mutatnak ezek?
- 670.** Hányszor vették az 5-öt szorozótényezőként, ha ezeket a hatványokat kapták:
1) 5^2 ; 2) 5^5 ; 3) 5^{45} ; 4) 5^n ; 5) 5^m ?
- 671.** A 2 mely hatványának felel meg a szorzat:
1) $2 \cdot 2 \cdot 2$; 3) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;
2) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; 4) $2^?$
- 672.** Töltsd ki a 25. táblázatot!

25. táblázat

Hatvány	2 ²		7 ⁸		5 ³		4 ⁴			
Hatvány alapja		5		34		1		9	2	9
Hatvány kitevője		6		3		100		2	9	9

- 673°.** Helyesen van-e feltüntetve a műveletek sorrendje a következő kifejezéseknél:
- 1 2 1 2 1 2 3 1 2
- 1) $4^3 + 9$; 2) $23 - 2^3$; 3) $5 \cdot 3^2 \cdot 7$; 4) $8^2 : 4?$
- 674°.** Írd fel hatványként:
- 1) három a négyzetén; 2) tizenhat a köbön!
- 675°.** Melyik igaz az alábbi egyenlőségek közül:
- 1) $5 + 5 + 5 = 5^3$; 2) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$; 3) $5 \cdot 3 = 5^3?$
- 676°.** Írd fel hatványként:
- 1) $37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37$; 3) $m \cdot m \cdot m$;
- 2) $24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24$; 4) $n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n$!
- 677°.** Írd fel szorzatként:
- 1) 27^5 ; 2) 539^4 ; 3) m^6 ; 4) n^{12} !
- 678°.** A 26. táblázat adatai alapján határozd meg a 10 hatványait!
Milyen szabály figyelhető meg?

26. táblázat

[illegible]



679°. Hasonlítsd össze a kifejezések értékeit:

- 1) $3 + 3 + 3$ és $3 \cdot 3 \cdot 3$; 2) $3 \cdot 2$ és 3^2 !

680°. Tedd ki következő „<”, „>”, „=” jeleket a kifejezések közé:

- 1) 2^3 és 3^2 ; 3) 1^2 és 1^3 ; 5) 23^1 és 32^1 ; 7) 2^6 és 134 ;
2) 2^5 és 5^2 ; 4) 1^{23} és 1^{32} ; 6) 123^1 és 132^1 ; 8) 80 és 3^4 !



681°. Számítsd ki:

- 1) $11^1 \cdot 1^{11}$; 2) $5^4 + 75$; 3) $12^2 : 6$; 4) $2^3 \cdot 5^2$!

682°. Számítsd ki:

- 1) $350 - 6^2 \cdot 3$; 3) $(350 - 6)^2 \cdot 3$;
2) $(350 - 6^2) \cdot 3$; 4) $350 - (6 \cdot 3)^2$!

683°. Határozd meg a kifejezésekben a műveletek sorrendjét:

- 1) $2^6 + 2 \cdot 5^2 \cdot 7$; 2) $(2^6 + 2) \cdot 5^2 \cdot 7$; 3) $34^2 + 5^2 \cdot 3^2 \cdot 7$!

684°. Számítsd ki az a^2 -et, ha a egyenlő: 1) 12; 2) 25; 3) 100!



685°. Számítsd ki az m^3 -t, ha m egyenlő: 1) 8; 2) 15; 3) 100!

686°. A 27. táblázat adatai alapján határozd meg az a szám négyzetét és köbét! Jegyezd meg a kapott értékeket!

27. táblázat

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2										
a^3										

687°. Melyik szám négyzete egyenlő: 1) 100-zal; 2) 64-gyel; 3) 49-cel?



688°. Melyik szám köbe egyenlő: 1) 8-cal; 2) 125-tel; 3) 64-gyel?

689°. Írd fel kifejezésként:

- 1) 3 négyzetének és 6-nak az összege;
2) 5 köbének és 100-nak a különbsége!

690°. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $2^4 - x = 10$; 3) $5^4 + x = 625$;
2) $300 - x = 6^3$; 4) $4x = 8^2$!



691°. Írd fel 2-es alapú hatványként a kifejezést:

- 1) $8 \cdot 4$; 2) $2 \cdot 4 \cdot 16$; 3) $32 \cdot 2 \cdot 64$!

692°. Írd fel hatványként a kifejezést:

- 1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; 2) $25 \cdot 25 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 25$!

693°. Írd fel a kifejezést szorzatként, és számítsd ki az értékét:

- 1) $3^1 \cdot 3^2$; 2) $6^3 \cdot 6^2$; 3) $5^2 \cdot 5^2$!



694°. Írd fel hatványként a kifejezést:

- 1) $2^6 \cdot 2^4$; 2) $8^8 \cdot 8^2$; 3) $a^2 \cdot a^8$; 4) $p^3 \cdot p^{27}$!

695. Számítsd ki:

1) $2 \cdot 5^4 + 12 \cdot 6^3 + 12 \cdot 3^2$;

3) $15^2 : (6^3 + 3^2)$;

2) $(2 \cdot 5^4 - 2) : 2^3$;

4) $(2^3 \cdot 3^3) : (2^2 \cdot 3^2)!$



696. Számítsd ki:

1) $5^4 - 2^2 \cdot 6 + 4^3$;

3) $(5^4 - 2^2) \cdot 6 + 4^3$;

2) $(5^4 - 2^2 \cdot 6) + 4^3$;

4) $5^4 - 2^2 \cdot (6 + 4^3)!$

697. Számítsd ki az $a + b^2$ kifejezés értékét, ha $b = 8$, a pedig:

1) 1;

2) 6;

3) 100!

698. Számítsd ki az $(a + b)^2$ kifejezés értékét, ha $a = 2$, b pedig:

1) 12;

2) 5;

3) 10!



699. Számítsd ki az $a^2 + b^2$ kifejezés értékét, ha $a = 2$, b pedig:

1) 12;

2) 5;

3) 10!

700. Határozd meg:

1) a 3 és a 4 számok négyzetei összegének a köbét;

2) a 6 és az 5 számok köbei különbségének a négyzetét!

701. Oldd meg az egyenleteket:

1) $2^3 \cdot x = 6^4$;

2) $3^2 + x = 2^5$;

3) $2^7 - x = 5^3!$

702. A 7065 szám felírható számjegyeik valódi értékének összegeként: $7065 = 7 \cdot 1000 + 6 \cdot 10 + 5 = 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 5$. Írd fel ilyen alakban a következő számokat: 1) 4567; 2) 30 003!

703*. Írd fel hatványként a kifejezést:

1) $4 \cdot 27 \cdot 9 \cdot 64 \cdot 3 \cdot 16$;

2) $11 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 21!$

704*. Oldd meg az egyenleteket:

1) $2^4 \cdot x = 6^3 - 40$;

3) $(54 - x^2) \cdot 2^3 = 6^3 + 2^4$;

2) $25(2^5 - x) = 5^3$;

4) $11^2 - x^2 = 10^2 - 2^2 \cdot 5^2!$

705*. Számítsd ki:

1) $4 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 4$;

2) $10^5 + 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6!$

Milyen szabályszerűség figyelhető meg?

706*. Határozd meg a számok összegét:

1) $2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7$ és $5 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^4 + 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 3$;

2) $4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 7$ és $5 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4 + 10^2 + 3!$

707*. Határozd meg a 2 és a 3 számok négyzetei összegének és köbei összegének különbségét!

708*. *Al-Khorezmi (kb.780–850) feladata:* Add meg a 10-es számot két olyan természetes szám összegeként, hogy ezek négyzeteinek összege 58 legyen!

**GYAKORLATI PÉLDÁK**

709*. A sakktábla első négyzetére 2 búzaszemet tettek, a másodikra 2-szer többet, mint az elsőre, a harmadikra 2-szer többet, mint a másodikra és így tovább. Hány búzaszem lesz: 1) a 10-dik négyzeten; 2) az utolsó négyzeten? A feleletet a 2 hatványaként írd fel!

**ISMÉTLŐ FELADATOK**

710. Számítsd ki szóban:

1) $125 : 5 + 24 \cdot 2 - 15$; 2) $56 : 7 + 52 + 4 \cdot 15!$

711. Oldd meg az egyenleteket:

1) $(25 - x) \cdot 11 = 169 : (67 - 54) - 458 : 229$;

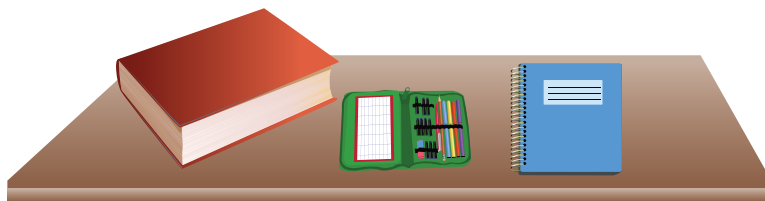
2) $16x - 34 = 405 : 5 - 153 : 3!$

712. Katinka 15 füzetet vásárolt, darabját 1 hrn 30 kopijkáért, és 4 albumot darabját 7 hrivnyáért. Mennyit fizetett Katinka a vásárláskor?

713. Sanyi 5 fagylaltot vásárolt, darabját 3 hrn 50 kopijkáért, és 6 doboz kekszet, amely 6 hrn 25 kopijkába kerül. Mennyit fizetett Sanyi a vásárláskor?

19. §. A TÉGLALAP ÉS A NÉGYZET TERÜLETE

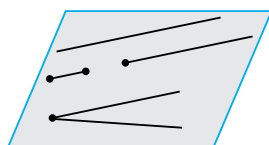
Figyeld meg a 149. ábrát! Az asztalon könyvet, füzetet és tolltartót látsz. Mindegyik tárgy az asztalnak egy bizonyos részét foglalja el, és össze lehet hasonlítani, hogy melyik foglal el több helyet és melyik kevesebbet. A matematikusok azt mondanák, hogy a tárgyakat az asztalon elfoglalt *területük* alapján hasonlítjuk össze.



149. ábra



150. ábra



151. ábra



152. ábra

Az asztal segítségével elképzelést alkothatunk egy mértani alakzatról, mely a *sík* (150. ábra). Ez az alakzat végtelen. Minden eddig tanult mértani alakzatot el lehet helyezni a síkon (151. ábra).

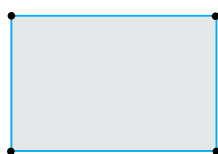
Már tudjátok, hogy a könyv, a füzet és a tolltartó téglalap alakú (lásd a 149. ábrát). Szintén ilyen alakja van a képkeretnek és az ablakkeretnek is (152. ábra).

Ugyanakkor a matematikusok megkülönböztetik ezeket a mértani alakzatokat egymástól. Az olyan téglalapokat, amilyen például a könyv, a füzet és a tolltartó (153. ábra) a *sík* egy részének tekintjük, azokat pedig, amilyen a képkeret, az ablakkeret vonalnak (154. ábra). Ha a keretbe képet helyezünk, az ablakkeretbe pedig üveget, akkor olyan téglalapot kapunk, amelyek a *sík* részét képezik.

Jegyezd meg!

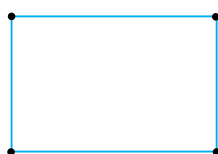
A téglalapot a síknak azzal a részével együtt, melyet határol, *síkbeli téglalapnak* nevezzük.

A többi sokszöghöz hasonlóan a síkbeli téglalapnak nemcsak a területét lehet meghatározni, hanem a területét is. A továbbiakban, ha az alakzat területéről lesz szó, akkor ezen síkbeli alakzatot fogunk érteni és egyszerűen alakzatnak (téglalapnak, négyzetnek, sokszögnek) fogjuk nevezni, elhagyva a síkbeli jelzőt.



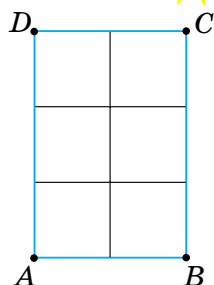
téglalap,
mint a sík része

153. ábra



téglalap,
mint vonal

154. ábra



155. ábra

A terület mértékegységéül az egységnyi oldalhosszúságú négyzet területét fogadták el. Az ilyen négyzetet *egységnyi négyzetnek* nevezzük. A 28. táblázatban a hosszegységeket és a nekik megfelelő területegységeket találjuk, melyeket a méterrendszerben alkalmaznak.

28. táblázat

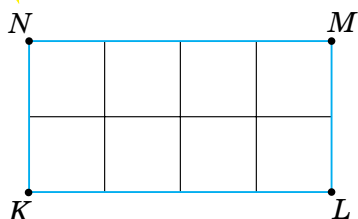
Hosszegység		1 cm	1 mm	1 dm	1 m
Területegység		1 cm ²	1 mm ²	1 dm ²	1 m ²

 Az 1 cm²-t így olvassuk: egy négyzetcentiméter.

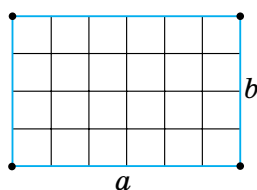
Az *alakzat területét megmérni* annyit jelent, mint meghatározni, hány négyzetegység van benne. A 155. ábrán látható, hogy az $ABCD$ téglalapnak az oldalai 2 cm és 3 cm, és 6 négyzetegység helyezhető bele, melyek mindegyike 1 cm². Ez azt jelenti, hogy az $ABCD$ téglalap területe 6 cm².

 Röviden ezt így írjuk fel: $S = 6 \text{ cm}^2$. Az S betűvel helyettesítjük a terület szót.

A téglalap területe a szomszédos oldalainak hosszától függ. Valóban, az $ABCD$ téglalap (155. ábra) AB oldala mentén 2 egységnyi oldalú négyzet fér el, a BC oldal mentén pedig 3 ilyen négyzet. Ezért a téglalapba $2 \cdot 3 = 6$ egységnyi oldalú négyzet helyezhető. Ha a téglalap szomszédos oldalainak hosszát változtatjuk, akkor az egységnyi olda-



156. ábra



157. ábra

lú négyzetek száma is változni fog. Például, ha az egyik oldalát 2 cm-rel növeljük, a másikat 1 cm-rel csökkentjük (156. ábra), akkor azt kapjuk, hogy a téglalap területe $4 \cdot 2 = 8$ négyzetegység.

Általánosan, ha a téglalap oldalai a és b , akkor ab egy-
ségegy négyzetet lehet elhelyezni rajta (157. ábra). A fentiek
alapján leírhatjuk a *téglalap területének képletét*.

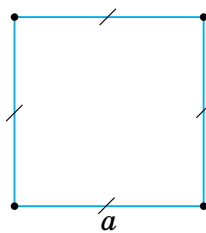
Jegyezd meg!

A téglalap területének képlete.

Az a és b oldalú téglalap területe egyenlő az oldalak szorzatával.

$$S = ab$$

☀ A téglalap területének képletével ki lehet-e számolni a négyzet területét? Igen, mivel a négyzet egy olyan téglalap, melynek minden oldala egyenlő (158. ábra). Ha a négyzet oldala a -val egyenlő, akkor a területe $a \cdot a = a^2$ lesz. Tehát, megkaptuk a négyzet területének képletét.



158. ábra

Jegyezd meg!

A négyzet területének képlete.

Az a oldalhosszúságú négyzet területe az oldalának négyzetével egyenlő.

$$S = a^2$$

 Van-e kapcsolat a négyzet területe és a szám második hatványa között? Igen. Innen ered a neve – a szám négyzete.

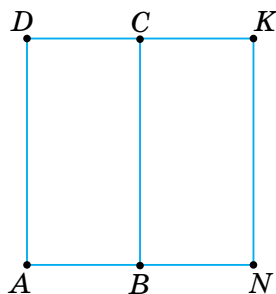
Alkalmazva a négyzet területének képletét, megkapjuk a terület mértékegységei közötti összefüggést:

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2.$$



Feladat. Az $ABCD$ és $BNKC$ téglalapok egyenlők, közös a BC oldaluk, és négyzetet alkotnak (159. ábra). Határozd meg mindkét téglalap területét, ha a négyzet területe 16 cm^2 .

 **Megoldás.** Az egyenlő téglalapoknak egyenlők lesznek a megfelelő oldalai is, ezért egyenlők a területeik. Tehát mindegyik téglalap területe az adott négyzet területének a fele lesz és egyenlő: $16 : 2 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$. Meghatározzuk a téglalapok oldalait. Mivel az adott téglalapok olyan négyzetet alkotnak, melynek területe 16 cm^2 , ezért $AD = AN = 4 \text{ cm}$. A téglalapok egyenlőségéből következik, hogy $AB = BN$, vagyis $AN = 2AB$. Innen $AB = AN : 2 = 4 : 2 = 2 \text{ (cm)}$. Tehát a téglalapok oldalai: 4 cm és 2 cm .



159. ábra

Jegyezd meg!

1. Egyenlő alakzatoknak a területeik is egyenlők lesznek.
2. Az alakzat területe egyenlő a részei területeinek összegével.



Tudj meg többet!

A földrészegek területeinek meghatározására az *ár* és a *hektár* terület egységeket használják. Rövid jelölésük a *és* ha.
Az *ár* kifejezés a latin *area* (terület) szóból ered. Az *ár* és a m^2 közötti összefüggés:

$$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2.$$

A hektár szó két szóból tevődik össze: hekt (görög *hekatón*, amely százat jelent) és az *ár* szavakból. A névből következik:

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a} = 10\,000 \text{ m}^2.$$

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Milyen téglalapot nevezünk síkbeli téglalapnak?
2. Mi az egységnyi oldalú négyzet?
3. Sorold fel a terület mértékegységeit!
4. Hogy határozzák meg az alakzat területét?
5. Mi a téglalap területének képlete?
6. Mi a négyzet területének képlete?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

714°. A téglalap hossza 7 cm, szélessége pedig 5 cm. A téglalap területe egyenlő:

- 1) $7 \cdot 5 \text{ (cm}^2\text{)}$; 2) $(7 + 5) \cdot 2 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Melyik a helyes megoldás?

715°. A téglalap hossza m , szélessége pedig n . Az adott kifejezéssel meg lehet-e határozni a téglalap területét:

- 1) $m + n$; 2) $2m + 2n$; 3) $2mn$; 4) mn ?

716°. Hány darab 1 cm^2 -es négyzet helyezhető el egy: 1) 6 cm^2 ; 2) 5 cm^2 ; 3) 10 cm^2 területű téglalapon?

717°. Az 5 cm oldalú négyzet területe egyenlő:

- 1) 5^2 (cm) ; 2) $5 \cdot 2 \text{ (cm)}$; 3) $5^2 \text{ (cm}^2\text{)}$; 4) $5 \cdot 2 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Melyik a helyes megoldás?

718°. Fejezd ki a 2 dm^2 -t:

- 1) négyzetcentiméterekben; 2) négyzetmilliméterekben!



719°. Fejezd ki a 650 m^2 -t:

- 1) négyzetdeciméterekben; 2) négyzetcentiméterekben!

720°. Fejezd ki négyzetméterekben:

- 1) $1\,000\,000 \text{ mm}^2$; 2) 1 km^2 ; 3) 6 dm^2 !



721°. Fejezd ki négyzetcentiméterekben:

- 1) 4 km^2 ; 2) $1\,000\,000 \text{ mm}^2$; 3) 25 m^2 !

722°. Hány 1 cm oldalhosszúságú négyzet fér el egy olyan téglalapon, melynek oldalai: 1) 4 cm és 5 cm; 2) 10 cm és 2 cm?

723°. A téglalap egyik oldalának hossza 10 cm, a másik pedig 3-szor nagyobb. Számítsd ki a téglalap területét!



724°. A téglalap egyik oldala 9 cm, a másik pedig 5 cm-rel rövidebb. Számítsd ki a téglalap területét!

725°. A téglalap oldalai a és b . S a területe, P pedig a kerülete. Töltsd ki a 29. táblázatot!

29. táblázat

a	4 cm	11 m	6 dm	5 m		12 m	
b	9 cm	7 m			4 mm		10 km
S				35 m ²	16 mm ²		60 km ²
P			14 dm			34 m	



726°. Határozd meg a négyzet területét, ha az oldala:

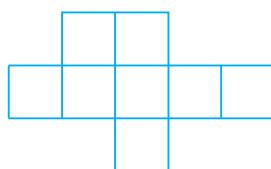
- 1) 5 m; 2) 11 cm; 3) 100 dm!

727°. Határozd meg az alakzat területét (160. ábra), ha a négyzet oldala:

- 1) 3 cm; 2) 4 dm!

728°. Hogyan változik meg a négyzet területe, ha az oldalát:

- 1) 2-szeresére növeljük;
2) harmadára csökkentjük?



160. ábra



729°. Hogyan változik meg a négyzet oldala, ha a területét:

- 1) 4-szeresére növeljük; 2) 25-ére csökkentjük?

730°. Határozd meg a 161. és a 162. ábrán látható alakzatok területét, ha egy 1 négyzetrács területe 1 cm²!

731. Hány darab 1 cm-es oldalhosszúságú négyzet fér el egy olyan téglalapban, melynek oldalai:

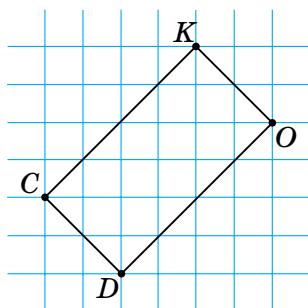
- 1) 30 mm és 4 cm; 2) a cm és 6 cm; 3) a cm és b cm?

732. Hogyan változik meg a téglalap területe, ha:

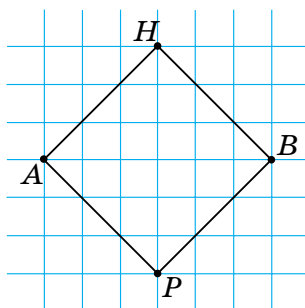
- 1) az egyik oldalát 6-szorosára növeljük, a másikat pedig 6-odára csökkentjük;
2) mindegyik oldalát 10-szeresére növeljük?

733. A téglalap egyik oldala m , a másik ennél n -nel nagyobb. Határozd meg a téglalap területét! Számítsd ki a terület értékét, ha:

- 1) $m = 6$ cm, $n = 20$ mm; 2) $m = 8$ dm, $n = 4$ cm!



161. ábra



162. ábra

734. A téglalap kerülete 126 m. Határozd meg a területét, ha a téglalap hosszúsága 6-szor nagyobb, mint a szélessége!



735. A téglalap kerülete 312 cm. Határozd meg a területét, ha az egyik oldala 11-szer rövidebb, mint a másik!

736. Határozd meg a téglalap kerületét, ha a területe 18 cm^2 , az egyik oldala pedig 90 mm!

737. Határozd meg a négyzet területét, ha a kerülete:

- 1) 64 m; 2) 144 cm!

738. Hogyan változik meg a négyzet területe, ha a kerületét 8-ára csökkentjük?



739. Hogyan változik meg a négyzet kerülete, ha a területét 100-ra csökkentjük?

740. A négyzet területe 36 dm^2 . A négyzet minden oldalát 2 dm-rel növeltük. Számítsd ki a keletkezett négyzet területét!



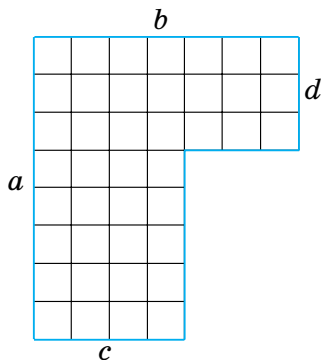
741. Ha a négyzet oldalát 4 cm-rel növeltük, akkor az így kapott új négyzet területe 196 cm^2 . Határozd meg az eredeti négyzet területét!



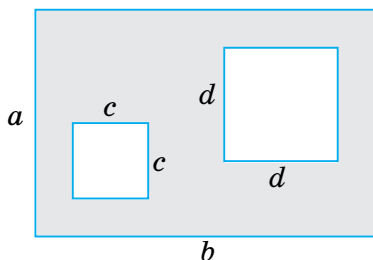
742. Írj fel olyan kifejezéseket, melyekkel meghatározható a 163., 164. ábrákon látható alakzatok területei!

743*. A négyzet területe megegyezik egy olyan téglalap területével, melynek oldalai 60 mm és 24 cm. Mivel lesz egyenlő annak az egyenlő oldalú háromszögnek a területe, melynek kerülete kétszer kisebb a négyzet kerületénél?

744*. Milyen hosszú az a szalag, amely szorosan egymás mellé helyezett 1 mm oldalhosszúságú négyzetekből áll, és 1 m^2 négyzet szétDarabolásával kaptuk őket?



163. ábra



164. ábra

**GYAKORLATI PÉLDÁK**

- 745.** Az 1 m^2 linóleum ára 90 hrvinya. Mennyit kell fizetned akkor, ha a szobád padlózatát linóleummal szeretnéd burkolni?
- 746.** Hány négyzetméter gyeptégla szükséges a futballpálya felújításához, ha méretei 100 m és 75 m ?
- 747.** Burkolni kell egy $250 \text{ cm} \times 4 \text{ m}$ méretű falrészét. Hány csempére van szükségünk, ha egy csempe mérete $20 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$?
- 748.** A ház területe 68 m^2 . A konyha területe 12 m^2 , mely 4-szer nagyobb a folyosónál. A gyerekszoba területe megegyezik a konyha és a folyosó területének az összegével. Határozd meg a többi szoba területét!

**ISMÉTLŐ FELADATOK**

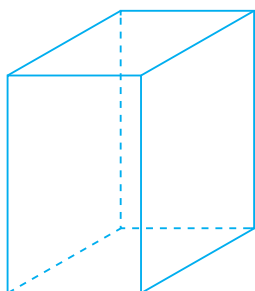
- 749.** Oldd meg az egyenleteket:
1) $(25 + 35x) : 15 = 4$; 2) $3x + 2x + 145 = 282 : 3 + 53 \cdot 2!$
- 750.** Az osztályba 35 tanuló jár. Lányokból 9-cel kevesebb van, mint fiúkból. Hány fiú jár ebbe az osztályba?
- 751.** Az osztályba m tanuló jár. A fiúkból p -vel kevesebb van, mint lányból. Hány lány jár ebbe az osztályba?

20. §. TÉGLATEST. KOCKA. GÚLA

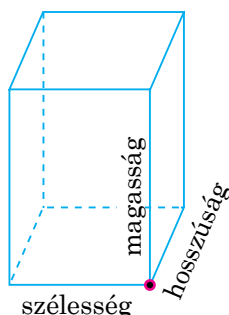
Figyeld meg a 165. ábrát. Különböző tárgyakat látsz rajta, melyeket a háztartásban alkalmaznak. Mindegyiknek ugyanolyan – *téglatest* – alakja van (166. ábra).



165. ábra



166. ábra



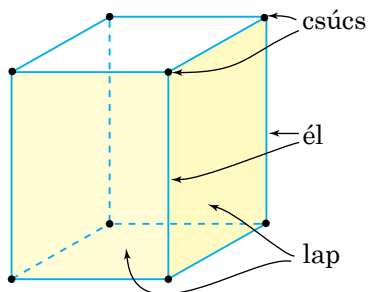
167. ábra

A téglatest (vagy egy másik elnevezése derékszögű paralelepipedon) egy térbeli alakzat. Három *mérete* van – szélessége, hosszúsága és magassága (167. ábra). Ezek a téglatest három olyan *élének* a hosszai, melyek egy *csúcsból* indulnak ki. A téglatestnek összesen 8 csúcsa és 12 éle van. Felszínét 6 téglalap alkotja, melyeket *lapoknak* nevezünk (168. ábra).

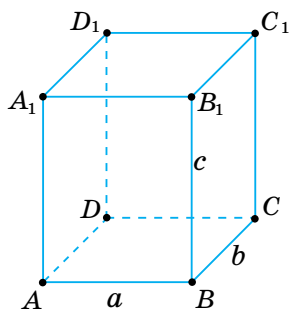


A téglatestet a csúcsait jelölő betűkkel jelöljük, például: $ABCD_1B_1C_1D_1$ (169. ábra).

A téglatest szemközti lapjai páronként egyenlő téglalapok. Például a 169. ábrán látható $ABCD_1B_1C_1D_1$ téglatestnek az $ABCD$ és $A_1B_1C_1D_1$ lapjai egyenlők egymással, valamint az ABB_1A_1 lap a DCC_1D_1 -gyel, a BCC_1B_1 lap pedig az ADD_1A_1 lappal egyenlők. Innen következik, hogy a téglatest 4–4 élének hossza megegyezik, és ilyen négyesekből



168. ábra



169. ábra

három van. Például a 169. ábrán látható $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatestnek az $AB = CD = A_1 B_1 = C_1 D_1 = a$, $AD = BC = A_1 D_1 = B_1 C_1 = b$, $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = c$.

Röviden ezt így mondják: az a , b , c élű téglatest.



1. feladat. Határozd meg a téglatest összes élének összegét, ha szélessége 3 cm, magassága 2 cm-rel hosszabb, mint a szélessége, hossza pedig 1 cm-rel rövidebb, mint a magassága!

▶ **Megoldás.** Megjelöljük az adott téglatest szélességét a -val, hosszát b -vel, magasságát pedig c -vel (170. ábra). Ekkor $a = 3$ cm, $c = 3 + 2 = 5$ (cm), $b = 5 - 1 = 4$ (cm). Mivel a téglatestnek minden egymástól különböző éléből 4 db van, ezért élének összege egyenlő: $4a + 4b + 4c = 4(a + b + c) = 4(3 + 4 + 5) = 4 \cdot 12 = 48$ (cm).

Jegyezd meg!

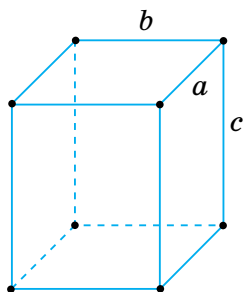
Az a , b , c élű téglatest teljes élhossza

$$4(a + b + c).$$

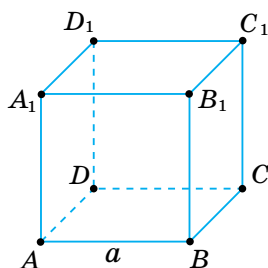
Az alsóbb osztályokból már ismeritek a *kockát*, mely a téglatest egyik megjelenési formája (171. ábra). Ennek a téglatesthez hasonlóan 8 csúcsa, 12 éle és 6 lapja van. De a kocka mindegyik lapja négyzet, tehát minden éle egyenlő. Azt is mondhatjuk, hogy a szélessége, hosszúsága és magassága egyenlők egymással, például a .



Röviden így mondjuk: a élű kocka.



170. ábra



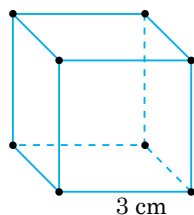
171. ábra

Minden téglatest kockának tekinthető-e? Nem, mert léteznek olyan téglatestek, melyeknek élei különböznek egymástól. Ilyen például a 169. ábrán lévő téglatest.



2. feladat. Határozd meg a 3 cm élhosszúságú kocka lapjai területének összegét!

Megoldás. Jelöljük a kocka élét a -val (172. ábra). Ekkor $a = 3$ cm. Mivel az adott kocka minden lapja egy olyan négyzet, melynek oldala a , ezért a lap területe a^2 . Mivel a kockának 6 lapja van, ezért a lapok területének az összege: $6a^2 = 6 \cdot 3^2 = 6 \cdot 9 = 54$ (cm²).



172. ábra

Jegyezd meg!

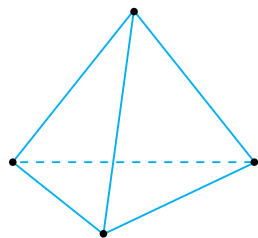
Az a élű kocka összes lapja területének összege $6a^2$.

Figyeld meg a 173. ábrát. Egy térbeli puzzle-t és Rubik-féle fejtörőt látsz rajta. Ezeknek a tárgyaknak különleges formájuk van, melyet *gúlának* neveznek. A Rubik-féle fejtörő egy *háromoldalú gúla*, a térbeli puzzle pedig egy *négyszögoldalú gúla* (175. ábra).

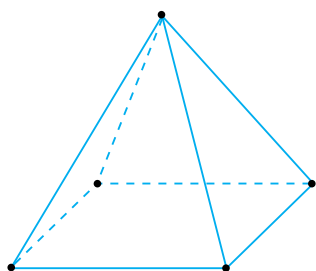
A gúlát a lapjai határolják. Látjátok, hogy a háromszögű gúlának minden lapja háromszög, a négyszögoldalú gúlának ugyanakkor egyik lapja téglalap, a többi pedig háromszög alakú. Általánosan igaz, hogy a gúlának egyik lapja bármilyen sokszög lehet. Ezt a lapot a *gúla alapjának* nevezzük (176. ábra). A többi lapjának kötelezően háromszögnek kell



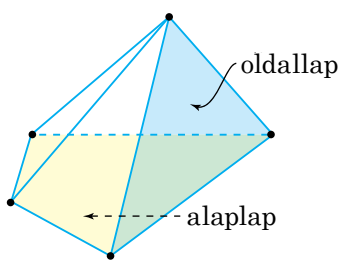
173. ábra



174. ábra



175. ábra



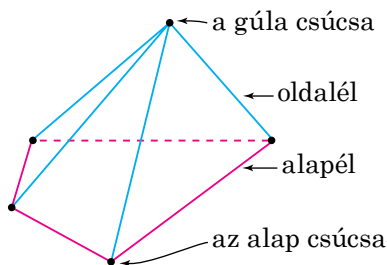
176. ábra

lennie. Ezeket a lapokat a gúla *oldallapjainak* nevezzük. A gúla nevét az alapját alkotó sokszögről kapta. Ha az alap háromszög, akkor a gúlát háromoldalú gúlának, ha négyszög, akkor négyoldalú gúlának, ha pedig n szög, akkor n -oldalú gúlának nevezzük.

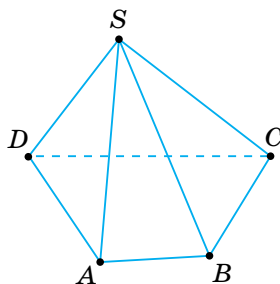
A lapjaihoz hasonlóan, a gúla csúcsait is megkülönböztetjük. Azt a csúcsot, melyben az oldallapok találkoznak, a *gúla csúcsának* nevezzük, a többit pedig az *alaplaphoz tartozó csúcsnak*. A gúla csúcsa mindig a gúla alapjával szemben helyezkedik el. Hasonlóképpen gondolkozva megkaphatjuk, hogy a gúlának vannak *alapélei* és *oldalélei* is (177. ábra). Az oldalélek, az oldallapokhoz hasonlóan, a gúla csúcsában találkoznak. Ezek kötik össze a gúla csúcsát alapjának csúcsaival.



A gúlát a csúcsainál lévő betűkkel jelölik, például $SABCD$ (178. ábra). Az első betű mindig a gúla csúcsa lesz.



177. ábra



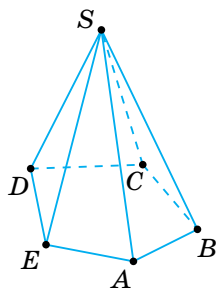
178. ábra

A téglatesttől és a kockától eltérően a gúlánál a csúcsok, az élek és a lapok száma nem egyezik meg, hanem az alakjától függ.



3. feladat. Hány csúcsa, éle és lapja van az $SABCDE$ ötoldalú gúlának (179. ábra)?

▶ **Megoldás.** A gúla alapja az $ABCDE$ ötszög, melynek 5 csúcsa, 5 oldala van. Ahhoz, hogy meghatározzuk a gúla csúcsainak számát, az alaplapon öt csúcsához hozzá kell adni a gúla csúcsát is. Eredményül 6-ot kapunk. A gúla oldaléle összeköti a csúcsot az alap csúcsával. Tehát az alakzatnak 5 oldaléle van. Ahhoz, hogy meghatározzuk a gúla összes éleinek számát, az oldalélek számához hozzáadjuk az alapélek számát. Eredményül 10-et kapunk. Mivel az alaplapon 5 oldala van, ezért az oldallapok száma is 5 lesz. Hozzáadva az alaplapon megkapjuk, hogy az adott gúlának 6 lapja van.



179. ábra



Tudj meg többet!

1. A kocka egy másik neve: hexaéder. Az ókori görögök nevezték el így, lapjainak száma alapján. A *Hexa* hatot, *hedra* pedig lapot jelent. Hexaéder, azaz hatlapú.
2. Az egyiptomi piramisok az ókori Egyiptom emlékei, melyek közül az egyik a világ hét csodája közé tartozik. Ez a Kheopsz-piramis (180. ábra). A piramisok az ókori Egyiptomban a fáraók temetkezési helyül szolgáltak.
3. Érdekes, hogy Ukrajnában is vannak piramisok Poltava környékén. Ezeket az egyiptomi piramisok hatására építették. A 181. ábrán Berezovij Rudci környékén található piramis látható, amely már több mint 100 éves (1898–1899). Magassága 9 méter.



180. ábra



181. ábra

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mit értünk téglatesten?
2. Milyen mértékei vannak a téglatestnek?
3. Milyen alakúak a téglatest lapjai?
4. Mivel egyenlő a téglatest összes élének az összege?
5. Mi a kocka?
6. Milyen alakúak a kocka lapjai?
7. Mivel egyenlő a kocka összes lapja területének összege?
8. Mi a gúla?
9. Magyarázd meg: mi a gúla csúcsa; alapja; oldaléle; alapéle!
10. Milyen alakú a gúla oldallapja?
11. Milyen alakú lehet a gúla alaplappja?
12. Magyarázd meg, mitől függ a gúla elnevezése!



OLDD MEG A FELADATOKAT!

752. Adott egy $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest (182. ábra). Nevezd meg a téglatest:

- 1) csúcsait; éleit; lapjait;
- 2) a B csúcsán áthaladó éleit;
- 3) a B csúcsán áthaladó lapjait!

753. Lehetnek-e a téglatest élei:

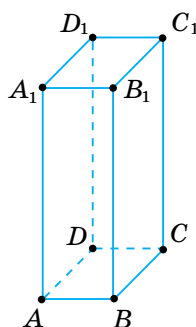
- 1) 3 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm;
- 2) 5 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm;
- 3) 3 cm, 3 cm, 3 cm, 3 cm?

754. Adott egy $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ kocka (183. ábra). Nevezd meg a kocka:

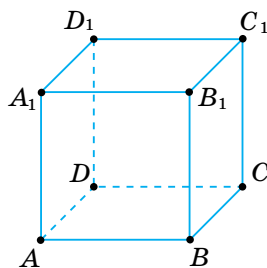
- 1) csúcsait; éleit; lapjait;
- 2) a D_1 csúcsán áthaladó éleit;
- 3) a D_1 csúcsán áthaladó lapjait!

755. Lehetnek-e a kocka élei:

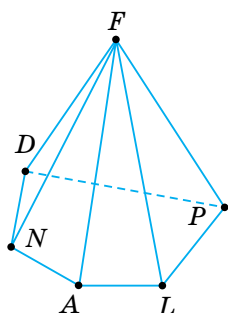
- 1) 3 cm, 5 cm, 6 cm;
- 2) 6 cm, 6 cm, 60 mm;
- 3) 3 cm, 3 cm, 3 cm?



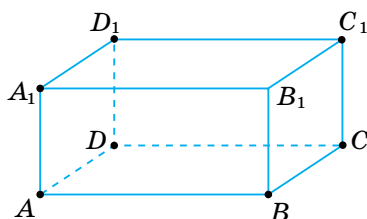
182. ábra



183. ábra



184. ábra



185. ábra

756°. Milyen gúla látható a 184. ábrán? Nevezd meg a gúla:

- 1) csúcsait;
- 2) oldaléleit és az alaplapp élleit;
- 3) oldallapjait és az alaplappját;
- 4) a csúcsában összefutó élleit;
- 5) a csúcsában összefutó lapjait!

757°. Adott egy $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest (185. ábra). Nevezd meg a téglatest:

- 1) AB éllel egyenlő élleit;
- 2) $ABCD$ lappal egyenlő lapját!

758°. Egy téglatest méretei: n , m , p . Töltsd ki a 30. táblázatot!

30. táblázat

n	4 cm	7 cm	8 m	2 m	6 m	10 m
m	6 cm	3 cm	10 m	8 m	6 m	2 m
p	5 cm	3 cm	6 m	4 m	4 m	2 m
Teljes élhossza						

759°. A 31. táblázat több kocka adatait tartalmazza. Töltsd ki a táblázatot!

31. táblázat

A kocka éle	4 cm		3 cm		6 cm	
A kocka éleinek összege		48 m		60 dm		120 m
A kocka lapjainak területe						

760°. Írd fel azt a képletet, amellyel meghatározható a kocka élei hosszának az összege!

761°. Az egyik kocka éle 5 cm-rel nagyobb egy másik kocka élénél. Mennyivel nagyobb az első kocka éleinek összege a második kocka éleinek összegénél?

 **762°.** Az egyik kocka éle 4-szer rövidebb egy másik kocka élénél. Hányszor rövidebb az első kocka éleinek összege a második kocka éleinek összegénél?

763°. Határozd meg a $DABC$ gúla éleinek összegét, ha $DA = DB = DC = 4$ cm, $BC = AB = AC = 6$ cm!

 **764°.** Határozd meg a $PABCD$ gúla éleinek összegét, ha $PA = PB = PC = PD = 17$ cm, $BC = AB = CD = AD = 14$ cm!

765. Milyen képlettel határozható meg az a, b, c élű téglatest lapjainak összterülete?

766. Adott egy $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest. A DA éle 8 cm, amely 2-szer hosszabb, mint a DD_1 és 10 cm-rel rövidebb a DC -nél. Számítsd ki a téglatest éleinek összegét!

767. Számítsd ki az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest éleinek összegét, ha:
1) $AB + BC + BB_1 = 14$ cm; 2) $DA + A_1 B_1 + CC_1 = 64$ cm!

768. Az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest $ABCD$ és $ABB_1 A_1$ lapjainak területe rendre 20 m² és 60 m². $CC_1 = 6$ m. Számítsd ki éleinek összegét!

 **769.** Az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest $ABCD$, $ABB_1 A_1$, $ADD_1 A_1$ lapjainak területe rendre 20 m, 36 m és 32 m. Számítsd ki éleinek összegét!

770. Az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest DA éle 2-szer hosszabb, mint a DD_1 , és 11 cm-rel rövidebb a DC -nél. Számítsd ki a téglatest éleinek hosszát, ha éleinek összege 64 cm!

 **771.** Az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest éleinek hossza 80 m. Határozd meg éleinek hosszát, ha az egyik 3 cm-rel hosszabb a másikonál és 20 cm-rel rövidebb a harmadikonál!

772. Számítsd ki a kocka éleinek hosszát, ha teljes felületének területe 216 cm²!



773. Számítsd ki a kocka teljes felületének területét, ha éleinek összege 144 cm!

774. Az n oldalú gúla mindegyik alapélének hossza c cm. Mindegyik oldalélének hossza pedig a cm. Határozd meg a gúla összes éle hosszának összegét!

775*. A téglatest hossza 8 m, szélessége 2 m, lapjainak összterülete pedig 132 m^2 . Határozd meg a téglatest éleinek összegét!

776*. Egy téglatest alakú fahasábot, melynek méretei 12 cm, 8 cm, 6 cm befestették, majd 2 cm élű kis kockákra darabolták fel. Hány olyan kockát kaptak, melynek:

- 1) minden lapja festett;
- 2) három lapja festett;
- 3) két lapja festett;
- 4) egy lapja festett?

777*. Számítsd ki a $DABC$ gúla éleinek összegét, ha lapjainak kerülete 16 m, 20 m, 24 m és 32 m!



GYAKORLATI PÉLDÁK

778. Egy 4 cm élű kocka lefestéséhez 1 g festék szükséges. Hány gramm festékre van szükségünk egy 12 cm-es élhosszúságú kocka lefestéséhez?

779. Hány méter drótra lesz szükségünk egy olyan téglatest alakú keret elkészítéséhez, melynek méretei 5 m, 6 m és 8 m?

780. Egy téglalap alakú papírlap méretei 210×297 mm. Elegendő-e egy ilyen lap egy 6 cm-es élű kocka teljes felületének leragasztásához?



ISMÉTLŐ FELADATOK

781. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $250 - (x + 2) : 15 = 242$;
- 2) $12 \cdot (x + 40) : 4 + 144 = 282$!

782. Kati édesanyja edényeket vásárolt: 6 csészét, 6 tányért és egy teafőzőt. A csésze 8, a tányér pedig darabonként 10 hrvnyába került. Mennyibe került a teafőző, ha az egész vásárlásért 202 hrvnyát fizetett?

783. Apa két labdát, 4 horgászhorogot és egy sátrat vásárolt. A labda m , a horog pedig darabonként p hrvnyába kerül. Mennyi a sátor ára, ha az egész bevásárlás n hrvnyába került?

21. §. A TÉGLATEST ÉS A KOCKA TÉRFOGATA

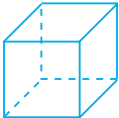
Figyeld meg a 168. ábrát. A szobában egy ruhás- és egy éjjeliszekrényt látsz. Az alapján, hogy a két tárgy közül melyik foglal el nagyobb teret a szobából, meg tudjuk állapítani, melyikük nagyobb. A matematikusok azt mondanák, hogy mi a tárgyakat a szobában elfoglalt *térfogatuk* alapján hasonlítjuk össze. Már tudjátok, hogy a ruhásszekrény és az éjjeliszekrény téglatest alakú. Ahhoz, hogy meghatározzuk a térfogatát, meg kell választani a térfogategységet, és meghatározni, milyen módszerrel számítható ki ez a térfogat.



186. ábra

A térfogat egységéül az egységnyi élű kocka térfogatát fogadták el. Az ilyen kockát *egységkockának* nevezzük. A 32. táblázatban látható a méterrendszerben alkalmazott hosszegységek és a hozzájuk tartozó térfogategységek közötti kapcsolat.

32. táblázat

Hosszegység	 1 cm	1 mm	1 dm	1 m
Térfogategység	 1 cm ³	1 mm ³	1 dm ³	1 m ³



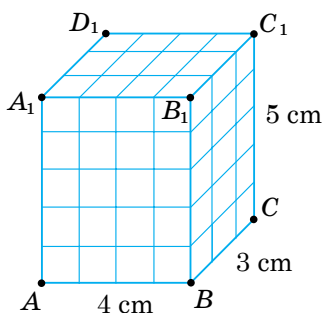
Az 1 cm^3 -t így olvassák: egy köbcentiméter.

A téglatest térfogatát meghatározni annyit jelent, mint megállapítani, hány darab egységkocka fér bele. A 187. ábrán látható, hogy a 3 cm, 4 cm és 5 cm méretű $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatestbe 60 db olyan egységkocka fér el, melyek térfogata egyenként 1 cm^3 . Ez azt jelenti, hogy az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest térfogata 60 cm^3 .

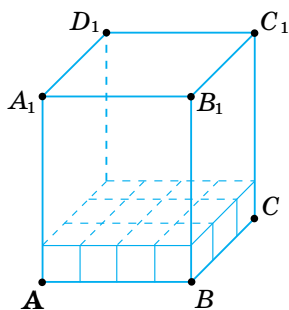


Röviden ezt így írjuk le: $V = 60 \text{ cm}^3$. V betűvel helyettesítjük a térfogat szót.

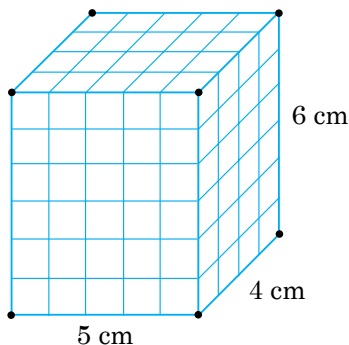
A téglalap területe az oldalainak hosszától, a téglatest térfogata pedig az éleinek hosszától függ. Valóban az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatestben (188. ábra) az $ABCD$ lapra $3 \cdot 4 = 12$ egységkocka fér. Mivel $AA_1 = 5 \text{ cm}$, ezért az adott téglatestben 5 ilyen réteg van. Tehát a téglatestbe $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ egységkocka fér. Ha megváltoztatjuk a téglatest méreteit, akkor a benne elhelyezhető egységkockák



187. ábra

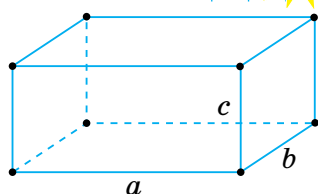


188. ábra



189. ábra

száma is változni fog. Például, ha minden élét 1 cm-rel növeljük (189. ábra), akkor azt kapjuk, hogy a kapott téglatestbe $4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$ egységkocka fér el.



190. ábra

Az a , b , c élű téglatestbe abc egységkocka fér (190. ábra). Ez alapján fel tudjuk írni a *téglatest térfogatának képletét*.

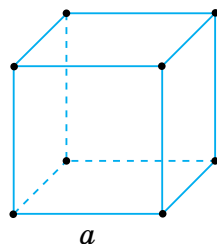
Jegyezd meg!

A téglatest térfogatának képlete.

A téglatest térfogata egyenlő az egy csúcsból kiinduló a , b , c élek szorzatával.

$$V = abc$$

🌟 Ki lehet-e számítani a kocka térfogatát a fenti képlettel? Igen, mivel a kocka egy olyan téglatest, melynek minden éle egyenlő (191. ábra). Ha a kocka éle a , akkor a kocka térfogata $a \cdot a \cdot a = a^3$. Tehát megkaptuk a *kocka térfogatának képletét*.



191. ábra

Jegyezd meg!

A kocka térfogatának képlete.

A kocka térfogata egyenlő a élének köbével.

$$V = a^3$$

🌟 Van-e kapcsolat a kocka térfogata (köbtartalma) és a harmadik hatvány elnevezése között? Igen. Innen ered a szám köbe név.

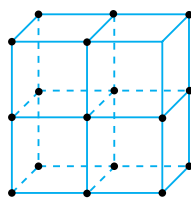
A kocka térfogatának képletét alkalmazva megkapjuk a térfogat mértékegységei közötti átváltást:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ mm}^3.$$



Feladat. Négy egyforma kockából egy olyan téglatestet raktak össze, melynek térfogata 32 cm^3 (192. ábra). Határozd meg mindegyik kocka élét és térfogatát!

▶ **Megoldás.** Az egyforma kockáknak az élei is egyenlők, ezért a térfogatai is megegyeznek. A feladat feltétele alapján a téglatest 4 egyforma kockából tevődik össze. Tehát az adott téglatest térfogata 4-szer nagyobb az egyes kockák térfogatánál. Innen a kocka térfogata: $32 : 4 = 8 \text{ (cm}^3\text{)}$. A térfogat alapján meghatározhatjuk az élét: $8 \text{ cm}^3 = 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$. Tehát a kocka éle 2 cm .



192. ábra

Jegyezd meg!

1. Egyenlő nagyságú téglatesteknek a térfogataik is egyenlők.
2. A téglatest térfogata egyenlő a részei térfogatainak összegével.



Tudj meg többet!

A térfogat alapegységéül a köbdecimétert fogadták el. A folyadék térfogatának mérésére leggyakrabban a litert használják, mivel a liter:

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3.$$

Érdekes, hogy 1 liter víz tömege 1 kg.

A nagyobb térfogatot dekaliterben (dal) mérik:

$$1 \text{ dal} = 10 \text{ l}, 100 \text{ dal} = 1 \text{ m}^3.$$

Az ennél kisebb térfogategység a milliliter (ml):

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}, 1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3.$$

Bizonyára hallottatok már arról, hogy az USA-ban a kőolaj térfogatának mérésére a barrelt használják. Ennek térfogata 159 l. Az angol gallon körülbelül 5 l.

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mi az egységnyi kocka?
2. Milyen térfogategységeket ismersz?
3. Hogyan határozható meg a test térfogata?
4. Mi a téglatest térfogatának képlete?
5. Írd fel a kocka térfogatának képletét!
6. Mit mondhatunk az egyenlő nagyságú téglatestek térfogatáról?

**OLDD MEG A FELADATOKAT!**

784°. A téglatest méretei: m , n és p . Az alábbi képletek közül melyikkel lehet meghatározni a térfogatát:

- 1) $m + n + p$; 2) $2m + 2n + 2p$; 3) pmn ; 4) mn ?

785°. Hány 1 cm-es élű kocka fér el egy olyan téglatestben, melynek térfogata: 1) 25 cm^3 ; 2) 7 cm^3 ; 3) 100 cm^3 ?

786°. Melyik esetben határozták meg helyesen a 4 dm élhosszúságú kocka térfogatát:

- 1) 4^3 dm ; 2) $4 \cdot 3 \text{ dm}$; 3) 4^2 dm^2 ; 4) 4^3 dm^3 ?

787°. A téglatest méretei: n , m és p . Töltsd ki a 33. táblázatot!

33. táblázat

n	4 cm	7 cm	8 m	2 m	6 m	10 m
m	6 cm	3 cm	10 m	8 m	6 m	2 m
p	5 cm	3 cm	6 m	4 m	4 m	2 m
A téglatest térfogata						
A téglatest lapjai területének összege						

788°. A téglatest térfogata 124 cm^3 . Lehetnek-e az élei a következőkkel egyenlők:

- 1) 2 cm, 12 cm, 100 cm;
2) 2 cm, 31 cm és 2 cm;
3) 4 cm, 31 cm és 1 cm?

 **789°.** Hány darab 1 cm élű kocka fér abba a téglatestbe, melynek élei:

- 1) 3 cm, 4 cm, 6 cm; 2) 10 cm, 5 cm, 2 cm?

 **790°.** A téglatest egyik éle 10 cm, a másik 3-szor hosszabb az elsőnél, a harmadik pedig 15 cm-rel hosszabb, mint az első. Határozd meg a téglatest térfogatát!

791°. A téglatest hossza $(a + 22)$ cm-rel egyenlő, szélessége $(a + 8)$ cm, magassága pedig $(a + 2)$ cm. Írd fel a téglatest térfogatának meghatározására szolgáló képletet! Számítsd ki a térfogatát, ha:

- 1) $a = 2$; 2) $a = 8$!

 **792°.** Határozd meg a kocka térfogatát, ha élének hossza egyenlő:

- 1) 2 m; 2) 3 cm; 3) 10 dm!

793°. A kocka éle $(a - 3)$ cm-rel egyenlő. Írd fel a kocka térfogatának meghatározására szolgáló képletet! Számítsd ki a térfogatát, ha:

- 1) $a = 5$; 2) $a = 18$!

794°. Hogyan változik meg a kocka térfogata, ha az élet:

- 1) 2-szeresére növeljük; 2) 3-adára csökkentjük?

795°. Írd fel a 2 dm^3 -t:

- 1) köbcentiméterekben; 2) köbmilliméterekben!



796°. Írd fel a 77 m^3 -t:

- 1) köbdeciméterekben;
2) köbcentiméterekben;
3) köbmilliméterekben!

797°. Fejezd ki köbméterekben:

- 1) $500\,000\,000 \text{ cm}^3$; 2) 1 km^3 ; 3) $10\,000 \text{ dm}^3$!



798. Határozd meg annak a téglatestnek a térfogatát, melynek élei 2 cm , 5 m és 10 dm !

799. Hány darab 1 cm élhosszúságú kocka fér el abban a téglatestben, melynek élei:

- 1) 30 mm , 6 cm , 4 cm ; 2) $a \text{ cm}$, 6 cm , $p \text{ cm}$?

800. A téglatest magassága $m \text{ cm}$, hossza p -szer nagyobb, mint a magassága, szélessége pedig $n \text{ cm}$ -rel rövidebb a hosszánál. Írd fel a téglatest térfogatának képletét! Számítsd ki a térfogatát, ha:

- 1) $m = 6$, $p = 4$, $n = 14$; 2) $m = 135$, $p = 2$, $n = 70$!

801. Határozd meg a téglatest éleinek összegét, ha a térfogata 1000 cm^3 , két éle pedig 125 cm és 8 cm !



802. Határozd meg a téglatest felszínének területét, ha a térfogata 720 cm^3 , két éle pedig 15 cm és 24 cm !

803. Töltsd ki a 34. táblázatot a kocka adatai alapján!

34. táblázat

A kocka térfogata	125 m^3		216 mm^3			
Éleinek összege		48 km		60 dm		
Teljes felszínének területe					150 m^2	96 cm^2

804. Hogyan változik meg a kocka éle, ha a térfogatát:

- 1) 64-szeresére növeljük; 2) 125-ödére csökkentjük?



805. Határozd meg a kocka térfogatát, ha a lapjának területe:

- 1) 16 cm^2 ; 2) 144 dm^2 ; 3) 400 m^2 !

806. Hányszor nagyobb a 2 cm-es élű kocka térfogata a 10 mm-es élű kocka térfogatánál?



807. Hány köbcentiméterrel nagyobb a 12 cm élhosszúságú kocka térfogata a 20 mm élhosszúságú kocka térfogatánál?

808. Határozd meg a kocka élét, ha a térfogata egy olyan téglatest térfogatával egyenlő, melynek méretei:

- 1) 2 cm, 4 cm, 64 cm; 2) 3 cm, 12 cm, 6 cm!

809. Írd fel az 1 m^3 2 dm^3 15 cm^3 -t:

- 1) köbmilliméterekben; 2) köbcentiméterekben!

810*. A téglatest hossza 2-szer nagyobb a szélességénél és 10 cm-rel rövidebb a magasságánál. Határozd meg a téglatest térfogatát, ha az éleinek összege 160 cm!

811*. A téglatest méretei 2 cm, 8 cm, 3 dm 2 cm. Határozd meg annak a kockának az élét, melynek térfogata egyenlő az adott téglatest térfogatával!

812*. Határozd meg az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest $A_1 B_1 C_1 D_1$ lapjának területét, ha a térfogata 30 cm^3 , és $AA_1 = 6 \text{ mm}$!

813*. Egy 1 m^3 -es kockát 1 mm élhosszúságú kockákra darabolták fel. Milyen magas lesz az az oszlop, amelyet a kis kockákból építünk meg?



GYAKORLATI PÉLDÁK

814. Sándor akváriumának alapja egy 50 cm oldalhosszúságú négyzet. Benne a víz magassága 32 cm. A kisfiúnak új akváriumot vettek, melynek alapja 80 cm hosszú és 40 cm széles volt. Sándor átöntötte az új akváriumba a vizet. Milyen magasan lesz a víz az új akváriumban, miután a fiú átöntötte bele a régi akvárium vizét?

815. A csokoládégyár egy bemutatóra két nagy tábla csokoládét készített. Az első tábla fekete, a másik pedig fehér csokoládéból készült. Az első mérete $150 \text{ cm} \times 65 \text{ cm} \times 70 \text{ cm}$ volt, a második pedig $250 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} \times 120 \text{ cm}$. Melyik csokoládé térfogata nagyobb és mennyivel?



ISMÉTLŐ FELADATOK

816. Hasonlítsd össze a kifejezések értékeit:

1) $78 \cdot 9670$ és $49 \cdot 6500$; 2) $209\,223 : 567$ és $8834 : 631$!

817. Oldd meg az egyenleteket:

1) $(25 + x) : 15 = 4 + 136$; 2) $5x + 145 = 282 : 3 + 53 \cdot 2$!

818. Kijevből és Lembergől egyidejűleg két vonat indult el egymás felé. Az egyik sebessége 90 km/óra, a másiké pedig 110 km/óra volt. Mennyivel lesznek közelebb egymáshoz ezek a vonatok egy óra múlva?

819. Kijevből Lemberg felé egyidejűleg két vonat indult el. Az egyik sebessége 140 km/óra, a másiké pedig 90 km/óra volt. Mekkora távolságra lesznek egymástól két óra múlva?

22. §. KOMBINATORIKAI FELADATOK

A mindennapi életben gyakran kell különböző kombinatorikai feladatot alkotni, például: egy adott pénzösszeg leszámolása különböző bankjegyek segítségével; az ebédhez valók összeválogatása; a javításhoz szükséges alapanyagok kiszámítása és kiválasztása stb. Eközben felmerül a kérdés: Hányféleképpen lehet megalkotni ezt vagy azt a kombinációt? A válasz keresése közben egy olyan kombinatorikai feladatot oldunk meg, amiben adottak a kombinációk elemei, és meg kell határozni a lehetséges kombinációk számát. Az ilyen feladatokat *kombinatorikai* feladatoknak nevezzük. Megoldásukkor különböző módszereket alkalmazunk. Közülük kettővel fogunk megismerkedni.

1. Válogatás módszere.



1. feladat. Hányféleképpen lehet összeállítani az első három óra órarendjét az 5. osztályban, ha a tantárgyak matematika, ukrán nyelv, történelem lesznek?

▶ **Megoldás.** Bevezetjük a következő jelöléseket: matematika – M, ukrán nyelv – U, történelem – T. Ha az első órára matematikát teszünk, akkor a második órára ukrán nyelvet vagy történelmet kell tenni, a harmadikra pedig történelmet vagy ukrán nyelvet tehetünk. Kaptunk két kombinációt: MUT és MTU. Hasonlóképpen gondolkozva kapunk még 4 kombinációt: UMT és UTM, TMU és TUM. Tehát az órarendet hatféleképpen lehet elkészíteni.

Legyen a matematika – M , ukrán nyelv – U , történelem – T . Akkor:

MUT	MTU
UMT	UTM
TMU	TUM

Felelet: Az órarendet hatféleképpen készíthetjük el.



Figyeld meg!

Ahhoz, hogy az összes lehetséges kombinációt megvizsgáljuk, és közben ne hagyjunk ki egyet sem, ajánlatos a közbülső eredményeket, például táblázatba foglalni.

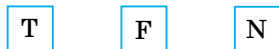
A feladat megoldása közben az adott elemek összes lehetséges kombinációit megvizsgáltuk. Ez a *lényege a válogatási módszernek*.

A válogatási módszer alkalmazásakor a táblázaton kívül alkalmazható a *lehetséges esetek fája*. Ez egy olyan séma, amely segít az adott elemek összes lehetséges kombinációjának bemutatására.



2. feladat. Hányféleképpen helyezhető el az asztalon egy sorban a tankönyv, füzet és a napló?

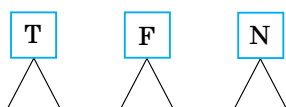
Megoldás. Bevezetjük a következő jelöléseket: tankönyv – T , füzet – F , napló – N . Ezzel már ki is alakult az első kombináció. Egy sorba felírjuk a betűket, és mindegyik köré egy kis négyzetet rajzolunk (193. ábra). Minden kis négyzetből 2 ágot húzunk



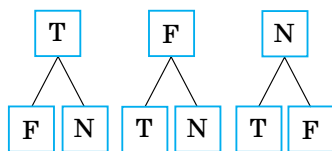
193. ábra

(194. ábra), melyek azt mutatják, hogy még két elemből válogathatunk. Az ágak végére négyzeteket rajzolunk, melyekbe az elemek jelölését írjuk (195. ábra). Már csak egy elemet választhatunk, ezért már csak egy ágot húzunk mindegyik négyzet alá, amihez négyzetet rajzolunk és beírjuk a megfelelő elemeket (196. ábra). Most megszámláljuk a négyzetek számát a legelső, a harmadik szinten. 6-ot kaptunk. Tehát a tankönyv, füzet és a napló hatféleképpen helyezhető az asztalra.

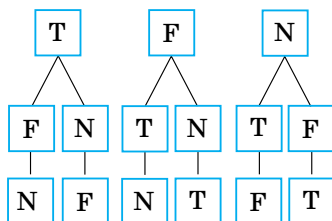
Ahhoz, hogy felírjuk ezeket a kombinációkat, az összes láncszemen végig kell menni a legfelsőktől le egészen a legalsó szintre: TFN, TNF, FTN, FNT, NTF, NFT.



194. ábra



195. ábra



196. ábra



Figyeld meg!

A lehetséges esetek fáján:

- 1) annyi szint van, ahány eleme a kombinációnak;
- 2) mindegyik szintről annyi ágot kell húzni, ahány elem maradt még a válogatásra.

2. Szorzási szabály.



3. feladat. A távolugrás versenyre Oleg, Igor, Maxim és Andris nevezett be. Hányféleképpen osztható szét az első négy hely a versenyen?



Megoldás. Az első helyet a négy közül egy fiú tudja kiharcolni. Ezután a második helyet egy kisfiú szerzi meg a három közül, a harmadikat – egy a kettő közül, és az utolsónak marad a negyedik hely. Tehát a lehetséges esetek száma: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Írjátok fel önállóan ezeket az eseteket!

Megfogalmazzuk a *kombinatorikai feladatokra alkalmazható szorzási szabályt*.

Jegyezd meg!

A kombinatorikai feladatokra alkalmazható szorzási szabály.
Ahhoz, hogy meghatározzuk az n elem összes kombinációját, össze kell szorozni a természetes számokat n -től kezdve és az 1-gyel befejezve.



Tudj meg többet!

Jadrenko Mihajlo Joszipovics (1932–2004) – kimagasló ukrán matematikus. A Csernyihiv területi Drimajlivci faluban született. Nagyon sok energiát fordított az iskolai matematikaoktatás fejlesztésére, matematikai versenyek szervezésére, modern elemi matematikai és kombinatorikai tankönyvek kiadására, valamint matematikai olimpiák példatárainak megjelentetésére.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

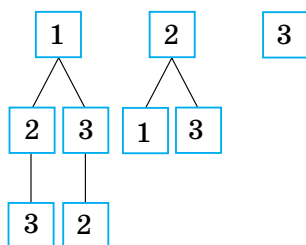
1. Mit értünk kombinatorikai feladatokon?
2. Hogyan oldunk meg kombinatorikai feladatokat a válogatás módszerével?
3. Magyarázd meg, hogyan oldunk meg kombinatorikai feladatokat a lehetséges esetek fája módszerével!
4. Magyarázd meg, hogyan alkalmazzuk a szorzási szabályt a kombinatorikai feladatok megoldása során!



OLDD MEG A FELADATOKAT!

- 820.** A moziba Oleg, Igor, Maxim, Andris és Péter a hatodik sor 1–5. sorszámú jegyeit kapta. Hányféle sorrendben ülhet le egymás mellé az öt barát?
- 821.** Hányféleképpen lehet sorba rakni az A és B betűket?
- 822.** Hányféleképpen lehet kifesteni a kontúrtérkép két országát, ha csak kék és piros színű ceruzánk van?

823°. A 197. ábrán elkezdtük az 1, 2 és 3 számjegyek lehetséges esetek fája-ként történő felírását. Hány szintűek ezek a fák? Mindegyik szinten be van-e fejezve a szerkesztése? Fejezzétek be a szerkesztést! Hányféle kombinációs esetet kaptunk?



197. ábra

824°. Helyesen vannak-e leírva a 35. táblázatban a P, A és K betűk lehetséges kombinációi?

35. táblázat

PAK	KAP
AKP	PA
PK	AK

825°. Egészítsd ki a 36. táblázatot úgy, hogy tartalmazza a 3, 6 és 9 számjegyek lehetséges kombinációit!

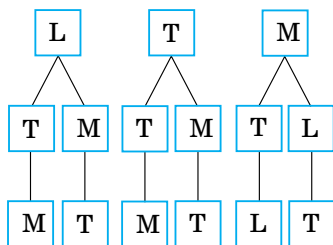
36. táblázat

369	396
693	
963	

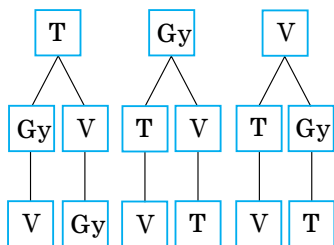
826°. A nyuszi Micimackónak adott egy üveg lekvárt, tortát és egy üveg mézet. Hányféleképpen tudja Micimackó megenni a kapott édességeket? Helyesen van-e felrajzolva a feladathoz a 198. ábrán a lehetséges esetek fája?



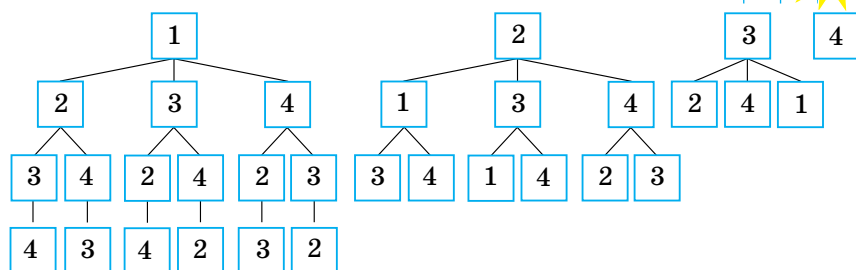
827°. A kislány három adag fagyaltot vásárolt: tejszínest, gyümölcsös-
set és vaníliásat. Helyesen van-e felrajzolva a feladathoz a 199.
ábrán a lehetséges esetek fája?



198. ábra



199. ábra



200. ábra

828°. Írd fel az 1, 2, 3, 4 számokat az összes lehetséges sorrendben! Fejezd be a 200. ábrán lévő lehetséges esetek fáját!

829°. Írd fel az A, O, I betűk kombinációs eseteit! Szerkeszd meg a lehetséges esetek fáját!

830°. Egy hegy csúcsára három ösvény vezet. Péter, Miki és Laci elhatározzák, hogy különböző úton jutnak fel a csúcsra. Hányféleképpen tudják megtenni ezt?

831°. Hányféleképpen lehet egy sorba elhelyezni három képet?

832°. Hány különböző háromjegyű szám írható le a következő számjegyekkel:

- 1) 1, 2, 3;
- 2) 7, 5, 8?

833. Az I, K, T, M betűket hányféle sorrendben rakhatjuk sorba?

834. A NAP, HAJNAL, ÉGBOLT szavakból hányféle sorrendet alkotunk?

835. Helyesen vannak-e felírva az 5, 6, 9 és 3 számjegyek különböző kombinációi a 37. táblázatban?

37. táblázat

5369	5936	5963	5693	5639
6593	6953	6539	6935	6359
9563	9653	9635	9356	9365
3569	3596	3695	3659	3956

836. Hányféleképpen lehet egy sorba rakni négy különböző pénzérmét?

837. Írd fel az A, O, I, Y betűk összes lehetséges kombinációs eseteit! Szerkeszd meg a lehetséges esetek fáját!

838. A négyszintes iskola mindegyik szintjén 1–1 személy ügyel. Írd fel a lehetséges esetek fáját a következő tanulók ügyeletességére: Péter, Sándor, László, Sári!

839. Hány háromjegyű szám írható le az 1, 2, 0 számjegyekkel?



840. Hány háromjegyű számot lehet alkotni a 4, 2, 5 számjegyekből úgy, hogy az első számjegy 5 legyen?

841. Hány különböző számjegyekből álló kétjegyű szám létezik?



842. Hány különböző számjegyekből álló háromjegyű szám létezik?

843. Egy hegy csúcsára három ösvény vezet. Hányféle útvonalon mehetnek a turisták fel és jöhetnek le a csúcsról, ha felfelé és lefelé különböző ösvényeken haladnak?



844. Adott egy négyszög. Hány olyan szakasz létezik, amely összeköti a négyszög csúcsait?

845. Egy versenyen 4 csapat vett részt. Mindegyik csapat mindegyik csapattal játszott. Hány találkozó volt?



846. Hányféleképpen tudjuk sorba rakni az asztalra a matematika, történelem, természetrajz, ukrán nyelv tankönyveket úgy, hogy az első a matematika könyv legyen?

847. Katinka, Marika, Ilona, Andris és Laci jegyet vettek egy koncertre. Hányféleképpen tudnak leülni, ha a lányok egymás mellett szeretnének ülni?

848. A 38. táblázat alapján állapítsd meg, milyen tagjai lesznek ennek a kombinációnak! A feleletet rajzold be a füzetedbe!

38. táblázat

ДЗВОНИК	ДИКЗВОН	ДИКОНЗВ	ДОНИКЗВ	ДОНЗВИК	ДЗВИКОН
ОНДИКЗВ					
ИКДОНЗВ					
ЗВДОНИК					

849*. Hányféle kombinációt alkothatunk az M, A, I, K, R betűkből?

850*. Hányféle kombinációt alkothatunk az У, СНІЖИНКИ, ТАНКУ, КРУЖЛЯЛИ szavakból? Ezek közül hány fog mondatot alkotni?

851*. Hányféleképpen lehet a polcon elhelyezni öt különböző könyvet?

852*. Hány ötjegyű szám készíthető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből?

853*. Hány ötjegyű szám készíthető a 4, 2, 3, 8, 0 számjegyekből, ha az ezresek csoportjában a 2-es vagy a 3-as állhat, a tízesek csoportjában pedig a 8-as vagy a 4-es?



GYAKORLATI PÉLDÁK

854. Marika elfelejtette a barátja mobiltelefonszámának két utolsó számjegyét. Hány kombinációt kell neki beütni a sikeres híváshoz?

855. Meg akarsz látogatni a múzeumot, a színházat és a kiállítást. A kulturális programodat hányféle sorrendben tudod megtervezni?

856. A 201. ábrán három motívumrész látható. Hányféleképpen lehet ezekből díszítést készíteni?



201. ábra



ISMÉTLŐ FELADATOK

857. Végezzétek el a műveleteket:

1) $1976 - 1452$;

3) $39\,898 - 154$;

2) $2875 - 545$;

4) $573\,431 - 321\,220$!

858. Két szám összege 3678, különbsége pedig 104. Határozd meg ezeket a számokat!

859. Két szám különbsége 25, összege pedig 180 341. Határozd meg ezeket a számokat!

860. Hogyan változik meg a négyzet kerülete, ha az oldalát:

1) 2-szeresére növeljük;

2) 3-adára csökkentjük?

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mi a szám hatványa? Mi a hatvány alapja? Mi a hatvány kitevője?
2. Mit értünk azon, hogy az a számot az n -edik hatványra emeljük?
3. Mivel egyenlő 1 az n -ediken?
4. Mivel egyenlő a az első hatványon?
5. Mit nevezünk a szám négyzetének? Köbének?
6. Mi a terület mértékegysége?
7. Mit jelent meghatározni az alakzat területét?
8. Mi a téglalap területének képlete? És a négyzet területének?
9. Mi a téglatest, kocka és gúla?
10. Mivel egyenlő a téglatest éleinek összege? A kockának?
11. Hány éle, csúcса, lapja van a téglatestnek? A kockának? A háromoldalú gúlának?
12. Hány egyenlő lapja van a kockának? Éle?
13. Mi a gúla csúcса? Az oldaléle? Az alapéle?
14. Mi az egységnyi kocka?
15. Mi a térfogat mértékegysége?
16. Mit értünk a test térfogatának meghatározásán?
17. Milyen képlettel számoljuk ki a téglatest térfogatát? A kockáét?
18. Magyarázd meg, milyenek a kombinatorikai feladatok?
19. Miben rejlik a kombinatorikai feladatok megoldásának válogatási módszere?
20. Magyarázd meg a kombinatorikai feladatoknál alkalmazott szorzási szabályt!

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

TESZTFELADATOK

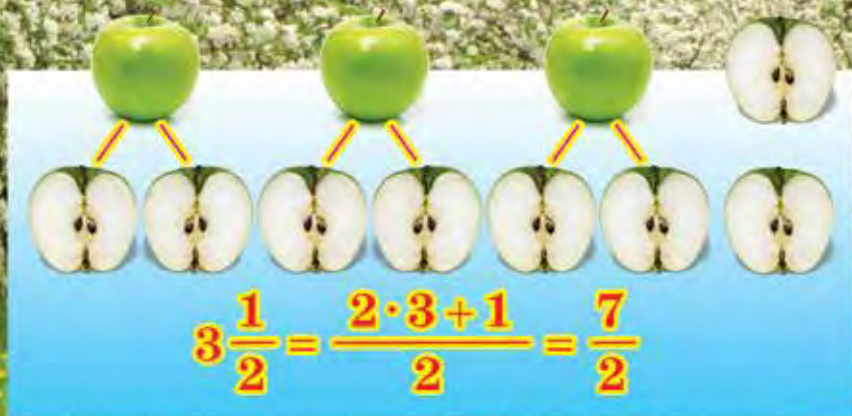
Figyelmesen olvasd el a feladatokat, és a felajánlott válaszok közül válaszd ki a helyeset! A tesztfeladatok végrehajtásához 10–15 perc áll rendelkezésedre.

- 1°. Számítsd ki: $4^3 + 1^3$!
- A. 125. B. 13. C. 15. D. 65.
- 2°. Számítsd ki a kocka éleinek összegét, ha a lapjának kerülete 8 cm!
- A. 24 cm. B. 48 cm. C. 16 cm. D. 32 cm.
- 3°. Hányféleképpen nevezhető a háromszög az A , B , C betűk alkalmazásával?
- A. 6. B. 3. C. 2. D. 1.
4. Hány négyzetcentiméterrel nagyobb a 12 cm oldalhosszúságú négyzet területe a 9 cm és 1 cm oldalhosszúságú téglalap területénél?
- A. 3 cm^2 . B. 134 cm^2 . C. 28 cm^2 . D. 135 cm^2 .
- 5*. Határozd meg a téglatest legnagyobb lapjának területét, ha a térfogata 480 cm^3 , két élének hossza pedig 8 cm és 20 mm!
- A. 384 cm^2 . B. 240 cm^2 . C. 600 cm^2 . D. 60 cm^2 .

KÖZÖNSÉGES TÖRTEK

A fejezetből választ kaptok az alábbiakra:

- ☀ mi a közösleges tört, és milyen fajtái vannak;
- ☀ hogyan hasonlíthatók össze az egyenlő nevezőjű törték;
- ☀ hogyan kapcsolódnak a törték az osztás műveletéhez;
- ☀ mi a vegyes szám;
- ☀ hogyan határozható meg a szám törtresze, és törtresze alapján maga a szám;
- ☀ hogyan alkalmazható a gyakorlatban az elsajátított tananyag.



23. §. KÖZÖNSÉGES TÖRTEK. A TÖRTEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

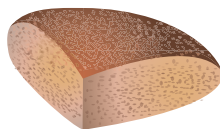
Már tudod, hogy nemcsak a különálló tárgyakat lehet megszámolni, hanem azok részeit is: a dió felét (202. ábra), az alma harmadát (203. ábra), a kenyér negyedét (204. ábra) stb. A tárgy részeinek számolásához a *közönséges törtet*et használjuk. Ahhoz, hogy felírjuk a törtet, tudnunk kell, hány részre van felosztva az egész, és hány ilyen részből van szó. Már tudod, hogy a fél, a harmad, a negyed rendre az egy ketted, az egy harmad, az egy negyed nevű törtnek felel meg.



202. ábra



203. ábra



204. ábra

✿ Röviden így írható fel: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$.

Itt a *törtvonal* alatt álló 2, 3, 4 számok azt mutatják, hány részre van felosztva az egész. Ezek jelölik az egész részekre való felosztásának módját, és ezért *nevezőnek* nevezik őket. Az 1-es szám, amely a *törtvonal felett* áll mindegyik törtnél azt mutatja, hány darabot vettünk az egészből, ezért nevezik *számlálónak*.

1. **feladat.** Andris a születésnapjára négy legjobb barátját hívta meg. Az ünnepi tortát 8 egyenlő részre vágták fel (205. ábra). A torta hányad részét ette meg Andris a barátaival, ha mindegyikük csak egy szeletet evett?



205. ábra

▶ **Megoldás.** Ahhoz, hogy feleljünk a feladat kérdésére, egy közönséges törtet kell találni, vagyis meg kell állapítani, milyen szám lesz a tört nevezője, és milyen lesz a számlálója. Mivel a torta 8 szeletre van felvágva, ebből az következik, hogy a nevező 8 lesz. Andris a

4 barátjával együtt 5 szelet tortát evett meg, tehát a számlálónak 5-nek kell lennie. Innen következik, hogy a gyerekek $\frac{5}{8}$ szeletet ettek meg.

 Megehetik-e a gyerekek a torta $\frac{10}{8}$ részét? Nem, mivel csak egy torta van. És $\frac{8}{8}$ -át? Igen. Ekkor az egész tortát megeszik.

Jegyezd meg!

Ha a tört számlálója kisebb, mint a nevezője, akkor a törtet valódi törtnek nevezzük.

Ha a tört számlálója nagyobb, mint a nevezője, akkor a törtet áltörtnek nevezzük.

Például az $\frac{5}{8}$ tört valódi, a $\frac{10}{8}$, $\frac{8}{8}$ pedig áltört.

A tört számlálóját és nevezőjét betűkkel is lehet helyettesíteni, például a -val és b -vel. Az $\frac{a}{b}$ -t akkor tekintjük valódi törtnek, ha $a < b$, és áltörtnek, ha $a \geq b$.

 A $\geq$ jelet így olvassuk: nagyobb vagy egyenlő. A $\leq$ jelet pedig így: kisebb vagy egyenlő. Ezért ezeket a jeleket nem szigorú egyenlőtlenségi (relációs) jelnek nevezzük.

Figyeld meg a 206. ábrát, mely az iskolai tanszereidhez hasonló vonalzót szemléltet. Ezen a centiméteres beosztás 1 cm-nek felel meg, a milliméteres pedig $\frac{1}{10}$ cm-nek. Azok a

szakaszok, melyeknek hossza $\frac{1}{10}$ cm-től $\frac{9}{10}$ -ig terjed, ki-

sebbek, mint 1 cm. A $\frac{10}{10}$ cm-es szakasz hossza 1 cm.

A $\frac{12}{10}$ cm, $\frac{15}{10}$ cm, $\frac{23}{10}$ cm-es szakaszok hosszabbak, mint

1 cm. A fentebbiekből arra a következtetésre jutunk, hogy **a valódi tört mindig kisebb 1-nél, az áltört pedig nagyobb 1-nél vagy egyenlő vele.**



206. ábra

 Melyek azok az áltörtek, amelyek 1-gyel egyenlők? Azok a törtek, melyben a számláló egyenlő a nevezővel. Például:

$$\frac{10}{10} = 1, \quad \frac{8}{8} = 1, \quad \frac{1\,000\,000}{1\,000\,000} = 1.$$

A felsorolt példákból következik, hogy az 1-et mindig megadhatjuk áltörteként, melyben a számláló egyenlő a nevezőjével. Például: $1 = \frac{15}{15}$, $1 = \frac{234}{234}$, $1 = \frac{123\,456\,789}{123\,456\,789}$ stb.

A természetes számokhoz hasonlóan a törteket is össze lehet hasonlítani. Térjünk vissza a tortás feladathoz. Nyilvánvaló, hogy a 8 egyenlő részre osztott torta esetén 4 tortaszelet több, mint 3, de kevesebb, mint 5 ilyen szelet.

Felírhatjuk: $\frac{4}{8} > \frac{3}{8}$ és $\frac{4}{8} < \frac{5}{8}$ vagy kettős egyenlőtlenség-

ként $\frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{5}{8}$.

Jegyezd meg!

Két egyenlő nevezőjű tört közül az a nagyobb, melynek a számlálója nagyobb, és az a kisebb, melynek a számlálója kisebb.



Feladat. Hasonlítsd össze a törtet: $\frac{100}{158}$ és $\frac{99}{158}$!



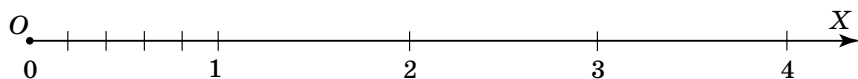
Megoldás. A két tört nevezői megegyeznek, ezért a számlálók kell összehasonlítani. Mivel $100 > 99$, ezért $\frac{100}{158} > \frac{99}{158}$.

A természetes számokhoz hasonlóan a törtet is ábrázolhatjuk a számegyenesen. A 207. ábrán látható, hogy az egységnyi szakasz 5 egyenlő részből áll. Ezért a keletkezett kisebb beosztás értéke $\frac{1}{5}$ lesz. Ha ezt a skálabeosztást a

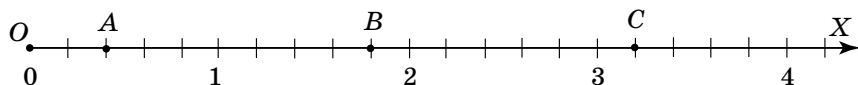
teljes számegyenesre kiterjesztjük, akkor meghatározhatók a pontok törtben kifejezett koordinátái is. Például a 208.

ábrán az A , B , C pontoknak a koordinátái: $A\left(\frac{2}{5}\right)$, $B\left(\frac{9}{5}\right)$,

$C\left(\frac{16}{5}\right)$.



207. ábra



208. ábra



Figyeld meg!

Minél nagyobb az adott pont koordinátája, annál távolabb helyezkedik el a kezdőponttól.



Tudj meg többet!

A tört legelső említése még az ókori egyiptomiaknál volt. Azonban ők csak az olyan törtekkel végeztek számításokat, melyek számlálója 1. A többi törtet az ilyen tört összegeivel helyettesítették. Az ókori Babilonban már ismerték a 60-as nevezőjű törtet, Ró-

mában pedig a 12-es nevezőjűt. Csak Alexandriai Héron görög matematikus, időszámításunk előtti I. évszázadban kezdett különböző nevezőjű törtekkel műveleteket végezni. Ezeknek a törteknek a számlálója és nevezője bármilyen természetes szám lehetett.

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mi a közös nevező?
2. Mit mutat a tört nevezője?
3. Mit mutat a tört számlálója?
4. Mit nevezünk valódi törtnek?
5. Mit nevezünk áltörtnek?
6. Milyen tört lesz mindig kisebb 1-nél? Nagyobb 1-nél? Egyenlő 1-gyel?
7. Hogyan hasonlíthatók össze az egyenlő nevezőjű törtek?
8. Hogyan helyezkednek el a törtszámként felírt pontok koordinátái a számegyenesen?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

861. Olvasd el a törteket: $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{21}$, $\frac{13}{125}$, $\frac{49}{925}$, $\frac{20}{100}$!

- a) Nevezd meg a tört nevezőjét! Mit mutatnak ezek a számok?
- b) Nevezd meg a tört számlálóját! Mit mutatnak ezek a számok?

862. Mondj olyan tizedes törteket, melyek nevezője: 1) 3; 2) 33; 3) 333!

863. Hasonlítsd össze a $\frac{15}{23}$ tört számlálóját és nevezőjét! Állapítsd meg a tört típusát!

864. Hasonlítsd össze az $\frac{51}{32}$ tört számlálóját és nevezőjét! Állapítsd meg a tört típusát!

865. Olvasd el a törteket: $\frac{12}{13}$, $\frac{12}{11}$, $\frac{13}{11}$, $\frac{11}{13}$, $\frac{11}{11}$! Nevezd meg ezek közül: 1) a valódi törteket; 2) az áltörteket! Magyarázd meg a feleletet!

866. Melyik törtnek nagyobb a számlálója:

- 1) $\frac{3}{7}$ vagy $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{9}{21}$ vagy $\frac{8}{21}$; 3) $\frac{126}{11}$ vagy $\frac{123}{11}$; 4) $\frac{8}{3}$ vagy $\frac{11}{3}$?

Melyik tört nagyobb?

867°. Lehet-e a valódi tört: 1) 1-nél nagyobb; 2) 1-nél kisebb; 3) eggyel egyenlő?

868°. Lehet-e az áltört: 1-nél nagyobb; 2) 1-nél kisebb; 3) eggyel egyenlő?

869°. Vannak-e egyenlő nevezőjük a következő törték között:

1) $\frac{2}{7}, \frac{2}{77}, \frac{5}{7}, \frac{7}{2}, \frac{22}{7};$

2) $\frac{4}{9}, \frac{9}{4}, \frac{4}{19}, \frac{4}{99}, \frac{14}{9}?$

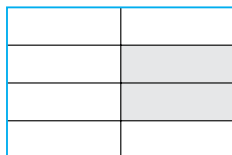
Nevezd meg őket!

870°. Írd fel a törtet: 1) kilenc tizenhatod; 2) nyolc tizennegyed; 3) kilenc negyed; 4) huszonhárom harmad; 5) negyvenhárom nyolcvanegyed; 6) harminchárom huszonötöd!

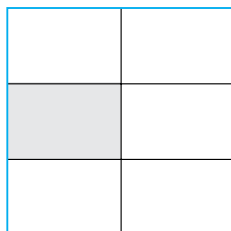
871°. Írd le törtszámmal a 209. ábra besatírozott részét!



872°. Írd le törtszámmal a 210. ábra besatírozott részét!



209. ábra



210. ábra

873°. Hányad része az évnek:

- 1) 1 hónap; 2) 2 hónap; 3) 6 hónap; 4) 11 hónap?



874°. Hányad része a méternek:

- 1) 1 cm; 2) 16 cm; 3) 54 cm; 4) 4 dm; 5) 16 dm; 6) 58 dm?

875°. Hányad része az órának a tanóra?

876°. Hányad része a kilogrammnak:

- 1) 100 g; 2) 235 g; 3) 546 g; 4) 900 g; 5) 300 g; 6) 500 g?

877°. Az ábécé hányad része áll magánhangzókból? Mássalhangzókból?

878°. A következő törték közül nevezd meg a valódi törtet:

1) $\frac{2}{9}, \frac{9}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{9}, \frac{8}{9};$

3) $\frac{10}{19}, \frac{19}{11}, \frac{11}{11}, \frac{1}{19}, \frac{118}{119};$

2) $\frac{4}{5}, \frac{5}{4}, \frac{4}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9};$

4) $\frac{45}{50}, \frac{50}{45}, \frac{55}{45}, \frac{45}{55}, \frac{55}{55}!$

879°. A következő törtek közül nevezd meg az áltörteteket:

1) $\frac{7}{17}, \frac{77}{77}, \frac{17}{7}, \frac{7}{12}, \frac{17}{17};$

3) $\frac{99}{111}, \frac{110}{111}, \frac{119}{111}, \frac{111}{110}, \frac{111}{99};$

2) $\frac{15}{14}, \frac{14}{15}, \frac{15}{15}, \frac{5}{15}, \frac{15}{5};$

4) $\frac{99}{999}, \frac{999}{99}, \frac{9}{99}, \frac{99}{99}, \frac{99}{9}!$

 **880°.** A $\frac{2}{13}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{13}{13}, \frac{12}{6}, \frac{2}{6}, \frac{133}{155}, \frac{1458}{1546}, \frac{145}{144}, \frac{10}{9}, \frac{4}{4}, \frac{51}{52}, \frac{2}{6},$
 $\frac{6}{2}$ törtek közül nevezd meg: 1) a valódi törteteket; 2) az áltörteteket!**881°.** Írd fel az összes olyan valódi törtet, melynek nevezője 5! **882°.** Írd fel az összes olyan áltörtet, melynek számlálója 9!**883°.** Valódi vagy áltört-e a $\frac{c}{d}$ tört, ha:1) $c < d$; 2) $c \geq d$? Hozz fel rá példát!**884°.** A $\frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{11}{15}, \frac{15}{11}, \frac{11}{11}, \frac{10}{9}, \frac{9}{10}, \frac{19}{20}, \frac{5}{9}$ törtek közül írd ki

azokat, amelyek: 1) 1-nél kisebbek; 2) 1-nél nagyobbak; 3) 1-gyel egyenlők!

 **885°.** Az $\frac{5}{2}, \frac{4}{9}, \frac{7}{7}, \frac{3}{15}, \frac{15}{3}, \frac{15}{15}, \frac{9}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{9}, \frac{7}{6}$ törtek közül írd ki

azokat, amelyek: 1) 1-nél kisebbek; 2) 1-nél nagyobbak; 3) 1-gyel egyenlők!

886°. Az a mely értékeinél kapunk igaz egyenlőséget:

1) $\frac{10}{a} = 1$; 2) $\frac{5}{a} = 1$; 3) $\frac{451}{a} = 1$; 4) $\frac{a}{15} = 1$; 5) $\frac{a}{63} = 1$; 6) $\frac{a}{10} = 1$?

 **887°.** Az x mely értékeinél kapunk igaz egyenlőséget:

1) $\frac{25}{x} = 1$; 2) $\frac{11}{x} = 1$; 3) $\frac{56}{x} = 1$; 4) $\frac{x}{100} = 1$; 5) $\frac{x}{11} = 1$; 6) $\frac{x}{1} = 1$?

888°. Hasonlítsd össze a törteteket:

1) $\frac{1}{5}$ és $\frac{3}{5};$

3) $\frac{28}{28}$ és $\frac{21}{28};$

5) $\frac{18}{25}$ és 1;

2) $\frac{19}{20}$ és $\frac{21}{20};$

4) $\frac{28}{25}$ és 1;

6) $\frac{25}{25}$ és 1!



889°. Hasonlítsd össze a törtket:

1) $\frac{4}{9}$ és $\frac{14}{9}$;

3) $\frac{31}{31}$ és $\frac{30}{31}$;

5) $\frac{40}{41}$ és 1;

2) $\frac{49}{20}$ és $\frac{48}{20}$;

4) $\frac{43}{41}$ és 1;

6) $\frac{41}{41}$ és 1!

890°. Írd fel a $\frac{9}{11}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{11}{11}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{13}{11}$ törtket növekvő sorrendben! Nevezd meg a legnagyobbat és a legkisebbet!



891°. Írd fel az $\frac{5}{17}$, $\frac{7}{17}$, $\frac{2}{17}$, $\frac{9}{17}$, $\frac{11}{17}$, $\frac{19}{17}$, $\frac{17}{17}$ törtket csökkenő sorrendben! Nevezd meg a legnagyobbat és a legkisebbet!

892°. Az x mely értékeinél lesz az $\frac{x}{7}$ nagyobb, mint $\frac{3}{7}$ és kisebb, mint $\frac{5}{7}$?

893°. Az y mely értékeinél lesz az $\frac{y}{9}$ kisebb, mint $\frac{7}{9}$ és nagyobb, mint $\frac{5}{9}$?

894°. Írd fel azt a legnagyobb valódi törtet, melynek nevezője:

1) 4;

2) 19;

3) 200;

4) 1111!

895°. Rajzolj a füzetedbe egy olyan számegeyenest, amelynek egysége 9 négyzetoldal. Jelöld meg azokat a pontokat, melyek megfelelnek a következő törtnek: 1) $\frac{2}{9}$; 2) $-\frac{1}{9}$; 3) $\frac{5}{9}$; 4) $\frac{1}{9}$; 5) $\frac{8}{9}$; 6) $\frac{9}{9}$!

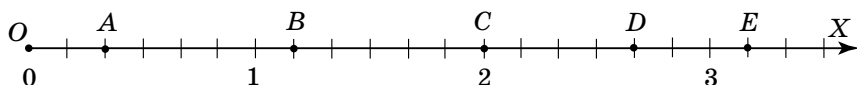
Melyik pont lesz legtávolabb a számegeyenes kezdőpontjától, és melyik a legközelebb?



896°. Rajzolj a füzetedbe egy olyan számegeyenest, amelynek egysége 11 négyzetoldal. Jelöld meg azokat a pontokat, melyek megfelelnek a következő törtnek: 1) $\frac{2}{11}$; 2) $\frac{8}{11}$; 3) $\frac{5}{11}$; 4) $\frac{11}{11}$; 5) $\frac{9}{11}$;

6) $\frac{10}{11}$! Melyik pont lesz legtávolabb a számegeyenes kezdőpontjától, és melyik lesz legközelebb?

897°. A 211. ábrán mely törtnek felelnek meg az A , B , C , D és E pontok? Melyik pontnak legnagyobb a koordinátája? Melyiknek a legkisebb?



211. ábra

898°. A *Shrek* című filmet az 5. A osztályból 18-an, az 5. B-ből 22-en, az 5. C-ből pedig 20-an tekintették meg. Az ülőhelyek hányad részét foglalták el az 5. A, 5. B és 5. C osztály tanulói, ha az ülőhelyek száma 160?

 **899°.** A görögdinnyét 15 egyenlő cikkekre vágta szét. Ebéd után az édesanya megevett 3 cikket, az apa 6-ot, Jancsi pedig 4-et. A dinnye hányad részét fogyasztotta el a család?

900°. Ukrajna 46 milliós lakossága közül a fővárosban él 3 millió. Kijev lakossága hányad részét alkotja Ukrajna lakosságának?

901. Írd fel a 2, 5, 7, 15 számokból alkotott összes valódi törtet!

 **902.** Írd fel a 2, 5, 7, 15 számokból alkotott összes áltörtet!

903. Két sütemény elkészítéséhez édesanya 12 tojást vásárolt. A zserbószelet elkészítéséhez az édesanya 5 tojást, a Rákóczi-túróshoz pedig 3-at használt fel. A tojások hányad részét használta fel a zserbószelet elkészítéséhez? A Rákóczi-túróshoz? Ha a 12 tojást egészenek vesszük, akkor melyik rész a több: a zserbószelet-hez használt vagy a megmaradt tojásrész?

904. A 3, 7 és 9 számjegyek felhasználásával írd fel az összes lehetséges törtszámot, melyek közül mindegyik:

1) eggyel egyenlő; 2) kisebb, mint 1; 3) nagyobb, mint 1!

 **905.** Az 5, 9 és 11 számjegyek alkalmazásával írd fel az összes lehetséges törtszámot, melyek közül mindegyik:

1) eggyel egyenlő; 2) kisebb, mint 1; 3) nagyobb, mint 1!

906*. Katica kiöntötte a vizet a teafőzőből. Ha 2-szer több vizet önt ki, akkor a teafőzőben 2-szer kevesebb maradt volna, mint amennyi most maradt. A víz hányad részét öntötte ki Katica?

907. Az édesanya a 15 őszibarackot úgy osztotta el a két fia között, hogy az idősebb annyszor kapott 3 őszibarackot, mint ahányszor a másik két őszibarackot. A barackok hányad részét kapta meg mindegyik fiú?

908*. Az Artek gyerektábor 2. számú rajába az 5. B osztályból 6 tanuló érkezett, akik a felét képezik a raj harmadának. Az 5. B osztályos tanulók hányad részét alkotják a 2. számú rajnak?



GYAKORLATI PÉLDÁK

- 909.** Az osztályod hányad része fiú? És hányad része lány?
- 910.** A nagymama szobájának tapétázásához édesanya 12 tekercs tapétát vásárolt. Két fal átragasztásához 4, a harmadikra 2, a negyedike pedig 1 tekercs szükséges. A 12 tekercs hányad része szükséges egy-egy fal letapétázásához? A tekercsek hányad része marad meg?
- 911.** Rajzolj egy 4 cm oldalhosszúságú négyzetet! Oszd fel 16 egyenlő részre! 5 részt fess pirosra, 7 részt pedig kékre! Írd fel tört alakban, a négyzet hányad része: 1) piros; 2) kék; 3) nincs kifestve! Melyik ezek közül a legnagyobb rész? Melyik a legkisebb?



ISMÉTLŐ FELADATOK

- 912.** Számítsd ki: 1) $15^2 \cdot 64 - 8400$; 2) $(36 + 16 \cdot 4) : 10 - 5!$
- 913.** Oldd meg az egyenleteket:
1) $144 - (x : 11 + 21) \cdot 5 = 14$; 2) $120 : (x - 19) = 6!$
- 914.** Az iskolai vásárra 15 kislány 270 kekszét sütött, melynek darabját 2 hrivnyáért sikerült eladniuk. Mennyit keresett mindegyik kislány, ha a kapott pénzt egyenlően osztották el egymás között?
- 915.** A téglalap alakú játszótér területe 21 ha, szélessége pedig 250 m. Számítsd ki a játszótér kerületét!

24. §. TÖRTEK ÉS AZ OSZTÁS



212. ábra

A 212. ábrán 3 egész diót látunk. Ha mindegyiket kettétörjük, akkor 6 fél diót vagy $\frac{6}{2}$ diót kapunk. Arra jutottunk, hogy a 3 természetes számmal és a $\frac{6}{2}$ törtszámmal ugyanannyi diónak a szá-

mát fejeztük ki, vagyis $3 = \frac{6}{2}$. Másrészt 3 egyenlő a 6 és a 2 hányadosával, vagyis $6 : 2 = \frac{6}{2}$.

Két természetes szám hányadosa felírható közösleges törtként is. A tört számlálója egyenlő az osztandóval, nevezője pedig az osztóval, a törtvonal az osztás jelét helyettesíti. Például $2 : 5 = \frac{2}{5}$; $7 : 7 = \frac{7}{7}$; $16 : 3 = \frac{16}{3}$. Láthatjuk, hogy amikor az osztandó kisebb az osztónál, akkor valódi törtet kapunk. Ha az osztandó nagyobb vagy egyenlő az osztóval, akkor áltörtet kapunk.

Már tudod, hogy egy természetes számot el lehet osztani egy másikkal maradék nélkül vagy maradékosan. Például: $30 : 6 = 5$, és $30 : 7 = 4$ (maradék 2). Ha az osztást törtként adjuk meg, akkor ezeket az egyenlőségeket így írhatjuk fel: $\frac{30}{6} = 5$ és $\frac{30}{7} = 4 + \frac{2}{7}$.

Az első példából az következik, hogy bármely természetes számot felírhatjuk tört alakban is: $5 = \frac{30}{6} = \frac{25}{5} = \frac{20}{4}$.

 A $4 + \frac{2}{7}$ összeg röviden így írható fel: $4\frac{2}{7}$, és így olvasuk: négy egész két heted.

A $4\frac{2}{7}$ alakban felírt számot *vegyes számnak* nevezzük.

Ebben a felírásban a 4 a tört *egész része*, a $\frac{2}{7}$ pedig a szám *törtrésze*.



Figyeld meg!

A vegyes szám egyenlő egész részének és törtrészének összegével; a vegyes szám törtrésze mindig valódi tört.

Áltörtet úgy alakítunk át vegyes számmá (vagy természetes számmá), hogy az *áltört egész részét kiemeljük a vegyes számból*.

Jegyezd meg!

Az áltört egész része kiemelésének szabálya.

Ahhoz, hogy kiemeljük az áltört egész részét, a következőket kell végrehajtani:

- 1) az adott tört számlálóját el kell osztani a nevezővel;
- 2) a nem teljes hányadost kiírjuk, mint a vegyes szám egész részét;
- 3) a törtrész nevezőjének az adott tört nevezőjét vesszük;
- 4) a törtrész számlálója pedig az osztás maradéka lesz.

☀ Mindig ki lehet-e emelni az áltört egész részét? Igen, mivel az áltört mindig nagyobb vagy egyenlő 1-gyel.



1. feladat. Emeld ki a $\frac{32}{5}$ tört egész részét!



Megoldás. Az adott tört számlálóját elosztuk a tört nevezőjével. A nem teljes hányados 6, a maradék pedig 2. Ezért a vegyes szám egész része 6, törtrészének számlálója pedig 2 lesz. Felírhatjuk $\frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$.

☀ Milyen szabály szerint lehet a vegyes számot áltörté alakítani? A következőképpen gondolkodunk.

Az előbbi feladatban a $6\frac{2}{5}$ vegyes számot 32-nek az 5-tel

való osztásakor kaptuk meg. Tehát a keresett áltört nevezője 5 lesz. Mivel a 32 maradék nélkül nem osztható 5-tel, ezért $32 : 5 = 6$ (maradék 2). A maradékos osztás képlete alapján $32 = 6 \cdot 5 + 2$. A $6\frac{2}{5}$ vegyes tört esetén ez azt jelen-

ti, hogy először az egész részét, a 6-ot megszorozzuk a

nevezővel, azaz 5-tel, majd ezután hozzáadjuk a 2-t, vagyis a törtrészét. Ezzel a módszerrel megkaptuk a keresett tört számlálóját. Tehát $6\frac{2}{5} = \frac{32}{5}$. A feladat megoldása alapján az alábbi általános szabályt fogalmazhatjuk meg.

Jegyezd meg!

A vegyes szám áltörtté való átalakításának szabálya.

Ahhoz, hogy átalakítsuk a vegyes számot áltörtté, a következőket kell végrehajtani:

- 1) a keresett szám nevezője a törtrész nevezője lesz;
- 2) a szám egész részét megszorozzuk a törtrész nevezőjével;
- 3) a kapott szorzathoz hozzáadjuk a törtrész számlálóját;
- 4) a kapott összeg lesz a keresett tört számlálója.



2. feladat. Alakítsd áltörtté a $8\frac{5}{6}$ számot!

Megoldás.

$$8\frac{5}{6} = \frac{8 \cdot 6 + 5}{6} = \frac{48 + 5}{6} = \frac{53}{6}$$



Tudj meg többet!

A törtek felírása számlálója és nevezője alapján már az ókori Görögországban megjelent. De a görögök a tört nevezőjét felülre, a számlálót pedig alulra írták. A törtek mostanihoz hasonló felírását a hinduk kb. 1500 évvel ezelőtt már használták, de nem írtak törtvonalat a számláló és a nevező közé. A törtvonal csupán 300 évvel ezelőtt jelent meg. Az első



európai tudós, aki a törtek korszerű jelölését használta és terjesztette, az itáliai kereskedő és utazó, **Fibonacci** (Leonardo di Pisa) volt.

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Hogyan írható fel két szám osztása törtként? Mi lesz az így kapott tört számlálója? Nevezője?
2. Hogyan írható fel a tört hányadosként?
3. Mi a vegyes szám? Hozzá fel példát!
4. Milyen tört lesz a vegyes szám törtrésze?
5. Hogyan emeljük ki az áltört egész részét?
6. Hogyan alakítható át a vegyes tört áltörtté?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

916°. Igaz-e, hogy $\frac{2}{5}$ egyenlő:

- 1) $2 + 5$; 2) $5 - 2$; 3) $2 \cdot 5$; 4) $2 : 5$?

917°. Igaz-e, hogy $3 : 4$ egyenlő:

- 1) $3 + 4$; 2) $4 - 3$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $3 \cdot 4$?

918°. Olvasd el a számokat:

- 1) $6\frac{3}{7}$; 2) $4\frac{1}{5}$; 3) $12\frac{13}{14}$; 4) $7\frac{1}{4}$!

Nevezd meg: a) a vegyes szám egész részét; b) a vegyes szám tört részét!

919°. Lehet-e a vegyes szám törtrésze egyenlő:

- 1) $\frac{4}{9}$; 2) $\frac{9}{4}$; 3) $\frac{4}{19}$; 4) $\frac{100}{99}$?

920°. Írd fel törtként:

- 1) $4 : 5$; 2) $12 : 4$; 3) $15 : 12$; 4) $7 : 7$!

A kapott törtek közül írd ki:

a) a valódi törteket; b) az áltörteket!



921°. Írd fel törtként:

- 1) $3 : 7$; 2) $15 : 5$; 3) $21 : 5$; 4) $1 : 4$!

A kapott törtek közül írd ki:

a) a valódi törteket; b) az áltörteket!

922°. Írd fel vegyes számként:

- 1) $5 + \frac{3}{4}$; 2) $7 + \frac{3}{5}$; 3) $12 + \frac{12}{19}$; 4) $111 + \frac{112}{114}$!



923°. Írd fel vegyes számként:

- 1) $8 + \frac{2}{5}$; 2) $11 + \frac{10}{13}$; 3) $15 + \frac{22}{27}$; 4) $222 + \frac{1125}{1265}$!

924°. Milyen adatokkal kell kitölteni a 39. táblázat üres celláit?

39. táblázat

Hányados	Tört	Osztandó	Osztó	Számláló	Nevező
3 : 5					
	$\frac{13}{7}$				
		5	15		
				5	17

925°. Írd fel az 1-et olyan tört alakjában, melynek a nevezője:

- 1) 5; 2) 25; 3) 44; 4) 77; 5) 555; 6) 10!



926°. Írd fel az 1-et olyan tört alakjában, melynek a számlálója:

- 1) 7; 2) 111; 3) 56; 4) 13; 5) 2369; 6) 100!

927°. Írd fel a 3-at olyan tört alakjában, melynek a nevezője:

- 1) 10; 2) 2; 3) 3; 4) 5; 5) 6; 6) 11!



928°. Írd fel az 5-öt olyan tört alakjában, melynek a számlálója:

- 1) 5; 2) 10; 3) 50; 4) 25; 5) 40; 6) 100!

929°. Írj fel négy olyan számot, amely:

- 1) nagyobb, mint 3, de kisebb, mint 4;
2) nagyobb, mint 5, de kisebb, mint 6;
3) nagyobb, mint 15, de kisebb, mint 16!



930°. Írj fel négy olyan számot, amely:

- 1) kisebb, mint 7, de nagyobb, mint 6;
2) kisebb, mint 12, de nagyobb, mint 11;
3) kisebb, mint 45, de nagyobb, mint 44!

931°. Hasonlítsd össze:

- 1) $6 : 5$ és $\frac{8}{5}$; 2) $17 : 8$ és $\frac{21}{8}$;
3) $125 : 4$ és $\frac{81}{4}$; 4) $145 : 12$ és $\frac{78}{12}$!

 **932°.** Hasonlítsd össze:

- 1) $8 : 3$ és $\frac{11}{3}$; 2) $25 : 12$ és $\frac{49}{12}$; 3) $125 : 15$ és $\frac{75}{15}$; 4) $124 : 17$ és $\frac{45}{17}$!

933°. Emeld ki az áltörtek egész részét:

- 1) $\frac{10}{9}$; 2) $\frac{15}{4}$; 3) $\frac{21}{2}$; 4) $\frac{110}{13}$; 5) $\frac{53}{4}$; 6) $\frac{99}{3}$!

 **934°.** Emeld ki az áltörtek egész részét:

- 1) $\frac{12}{11}$; 2) $\frac{17}{3}$; 3) $\frac{23}{2}$; 4) $\frac{112}{5}$; 5) $\frac{65}{4}$; 6) $\frac{77}{7}$!

935°. Írd fel vegyes számként az áltörteket:

- 1) $\frac{13}{9}$; 2) $\frac{78}{5}$; 3) $\frac{154}{13}$; 4) $\frac{145}{5}$; 5) $\frac{123}{3}$; 6) $\frac{125}{23}$!

 **936°.** Írd fel vegyes számként az áltörteket:

- 1) $\frac{23}{11}$; 2) $\frac{45}{4}$; 3) $\frac{111}{13}$; 4) $\frac{147}{27}$!

937°. Írd fel hányadosokként a vegyes számokat:

- 1) $1\frac{2}{5}$; 2) $4\frac{6}{7}$; 3) $3\frac{5}{11}$; 4) $10\frac{4}{9}$!

 **938°.** Írd fel hányadosokként a vegyes számokat:

- 1) $1\frac{2}{9}$; 2) $5\frac{3}{8}$; 3) $7\frac{5}{12}$; 4) $11\frac{5}{9}$!

939°. Írd fel áltörtekként a vegyes számokat:

- 1) —; 2) $9\frac{2}{7}$; 3) $12\frac{2}{9}$; 4) $5\frac{3}{4}$!

 **940°.** Írd fel áltörtekként a vegyes számokat:

- 1) $31\frac{2}{5}$; 2) $4\frac{1}{6}$; 3) $44\frac{2}{7}$; 4) $3\frac{1}{4}$!

941°. Egy darab szövetet 12 egyenlő részre szabtak. Háromból nadrágot, a többiből pedig dzsekiket varrtak. A szövet hányad részét használták fel nadrágok, illetve dzsekik varrására?

 **942°.** Az elvégzett munkájáért Sanyi 112 hrvnyát, Jancsi pedig 109 hrvnyát kapott. Otthon elhatározták, hogy egyenlően osszák szét a megkeresett összeget maguk, édesanyjuk és édesapjuk között. Mennyi pénz jutott egy-egy családtagnak?

943°. Emeld ki a következő áltörtek egész részeit: $\frac{23}{7}$, $\frac{17}{3}$, $\frac{19}{2}$, $\frac{125}{125}$!

Írd fel a kapott számokat növekvő sorrendben! Melyik lesz a legnagyobb?

 **944°.** Emeld ki a következő áltörtek egész részeit: $\frac{33}{5}$, $\frac{45}{4}$, $\frac{17}{2}$,

$\frac{625}{625}$! Írd fel a kapott számokat csökkenő sorrendben! Melyik lesz a legkisebb?

945°. Rajzolj egy számegyeneset, és jelöld meg rajta a következő számoknak megfelelő pontokat: 1) $\frac{5}{4}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{7}{4}$; 4) $\frac{9}{4}$!

Melyik szám van legközelebb a számegyenes kezdőpontjához?

 **946°.** Rajzolj egy számegyeneset, és jelöld meg rajta a következő számoknak megfelelő pontokat: 1) $\frac{5}{3}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{8}{3}$; 4) $\frac{10}{3}$!

Melyik szám van legtávolabb a számegyenes kezdőpontjához?

947. Hasonlítsd össze:

1) $3\frac{1}{4}$ és $\frac{15}{4}$; 2) $7\frac{5}{6}$ és $\frac{51}{6}$; 3) $15\frac{3}{5}$ és $\frac{153}{5}$; 4) $124\frac{1}{3}$ és $\frac{124}{3}$!

 **948.** Hasonlítsd össze:

1) $2\frac{1}{8}$ és $\frac{13}{8}$; 2) $12\frac{1}{6}$ és $\frac{43}{6}$; 3) $45\frac{2}{5}$ és $\frac{100}{5}$; 4) $145\frac{2}{3}$ és $\frac{145}{3}$!

949. Az $\frac{a}{b}$ alakú törtet írd át vegyes számként, ha:

- 1) $b = 5$ és az a számláló 3-mal nagyobb, mint a nevező;
- 2) $b = 9$ és az a számláló 8-cal nagyobb, mint a nevező;
- 3) $a = 85$ és a nevező 4-gyel kisebb, mint a számláló!

 **950.** Az $\frac{a}{b}$ alakú törtet írd át vegyes számként, ha:

- 1) $a = 46$ és a nevező 7-tel kisebb, mint a számláló;
- 2) $a = 235$ és a nevező 13-mal kisebb, mint a számláló;
- 3) $b = 8$ és a számláló 8-cal nagyobb, mint a nevező!

951. Írd fel áltörtként az $a\frac{2}{5}$ vegyes számot, ha: 1) $a = 1$; 2) $a = 10$;

3) $a = 21$; 4) $a = 24$; 5) $a = 100$!



952. Írd fel áltörtként a $b\frac{12}{13}$ vegyes számot, ha: 1) $b = 2$; 2) $b = 20$;

3) $b = 19$; 4) $b = 145$; 5) $b = 101$!

953. Három egyforma tanterem felújításához 25 tekercs tapétára van szükség. Elegendő-e 17 ilyen tekercs két tanterem felújításához?



954. Az 5 egyforma veteményeskert locsolásához 345 l vízre van szükség. Elegendő-e 196 l víz 3 ugyanilyen veteményeskert meglocsolásához?

955. Az x mely értékével fog teljesülni az egyenlőség:

1) $\frac{x}{8} = \frac{3}{3}$; 2) $\frac{x}{8} = 2\frac{3}{8}$; 3) $\frac{x}{8} = 1 + \frac{7}{8}$?



956. Az y mely értékével fog teljesülni az egyenlőség:

1) $\frac{y}{5} = \frac{8}{8}$; 2) $\frac{y}{5} = 3\frac{1}{5}$; 3) $\frac{y}{5} = 1 + \frac{4}{5}$?

957*. Határozd meg azt a legkisebb kétjegyű számot, melynek 19-cel történő osztásakor a maradék 9!

958*. Határozd meg azt a legnagyobb kétjegyű számot, melynek 11-gyel történő osztásakor a maradék 3!

959*. Nevezd meg 5 számpárt, melyekkel felcserélhető az x és y , hogy az $\frac{x}{10} = y + \frac{7}{10}$ egyenlőség igaz legyen!

960*. Valamelyik ismeretlen szám és 8 összegének kétszeres szorzatát 7-tel osztva a nem teljes hányados 4, a maradék pedig 2. Határozd meg az ismeretlen számot!



GYAKORLATI PÉLDÁK

961. Viktor szobájának javításához az édesapja $12\frac{1}{4}$ m szegőlécet

vásárolt. Elegendő lesz-e a szegőléc, ha a szoba hossza 3 m, szélessége pedig 4 m?

962. Édesanyjának a sütemény elkészítéséhez $\frac{17}{12}$ kg lisztre van

szüksége. Otthon 2 kg van belőle. Elegendő-e ez a mennyiség a sütéshez?



ISMÉTLŐ FELADATOK

963. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) 100 : (18 + (82 - 10x) : 6) = 5; 2) (105 - (25 + 6x) \cdot 4) \cdot 30 = 150!$$

964. A turista négy nap alatt 82 km-t tett meg, miközben minden nap 3 km-rel kevesebbet tett meg, mint az előző napon. Hány kilométert tett meg a turista az utolsó napon?

965. Hányféleképpen rakhatjuk egymás után a FŰ, VIRÁGOK, NAP szavakat?

25. §. A SZÁM TÖTRÉSZNÉK MEGHATÁROZÁSA. A SZÁM MEGHATÁROZÁSA TÖTRÉSZE ALAPJÁN

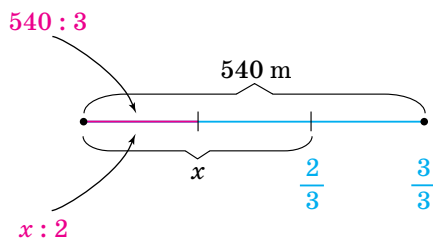
Az előző paragrafusokban megismerkedtünk a törtekkel, megtudtuk mit mutat a tört számlálója és nevezője. A gyakorlatban gyakran van szükség az adott szám törtresznének meghatározására, például $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{17}{25}$ stb. Az ilyen

feladatokat *a szám törtresznének meghatározására szolgáló feladatoknak* nevezzük. Ezeket megoldhatjuk számtani és algebrai módszerekkel is.



1. feladat. Andris házától az iskola 540 m távolságra van. A kisfiú megtette a távolság $\frac{2}{3}$ részét. Hány métert tett meg Andris?

▶ **Megoldás.** A feladat megoldásához rajzot (213. ábra) alkalmazunk.



213. ábra

Röviden leírjuk a feladat adatait.

A távolság az iskoláig – 540 m. Mivel a távolságot 3 részre osztottuk a rajzon, ezért emlékeztetőül felírjuk: $1 = \frac{3}{3}$.

Az Andris által megtett távolság – ?, amiről a feladat szövegéből tudjuk, hogy az egész táv $\frac{2}{3}$ része.

1. Számtani módszer.

1. Hány méternek felel meg az út $\frac{1}{3}$ része?

$$540 : 3 = 180 \text{ (m).}$$

2. Hány méter esik az út $\frac{2}{3}$ részére?

$$180 \cdot 2 = 360 \text{ (m).}$$

Tehát, Andris 360 m-t tett meg.

Jegyezd meg!

A szám törtrésze meghatározásának szabálya.

Ahhoz, hogy meghatározzuk a szám törtrészét, az adott számot elosztuk a tört nevezőjével, és a kapott eredményt megszorozzuk a számlálójával.

2. Algebrai módszer.

A távolság az iskoláig – 540 m – $1 = \frac{3}{3}$.

Az Andris által megtett távolság – ? – $\frac{2}{3}$.

Legyen x az Andris által megtett távolság.

$$\text{Ekkor: } x : 2 = 540 : 3,$$

$$x = (540 : 3) \cdot 2,$$

$$x = 180 \cdot 2,$$

$$x = 360.$$

Felelet: Andris 360 m-t tett meg.

**Figyeld meg!**

- 1) Azt a számot, melyet 1-nek tekintünk, kifejezzük egy olyan áltörtként, melynek nevezője ugyanolyan, mint az adott törté;
- 2) az egyenletet úgy állítjuk össze, hogy ugyanarra az egységre (213. ábra) felírunk egy-egy kifejezést a keresett számmal, illetve az adott számmal, majd egyenlőséget teszünk közéjük.

A gyakorlatban sokszor kerül sor fordított feladatok megoldására. Vagyis, amikor meg kell határozni egy számot a szám egy bizonyos részének ismeretében. Az ilyen feladatokat úgy nevezzük, hogy *a szám meghatározása törtrésze alapján*. Ezek is megoldhatók számtani és algebrai módszerrel.



2. feladat. Norvégia területe 384 000 km², mely Ukrajna területének $\frac{16}{25}$ -öd része. Mennyi Ukrajna területe?

**Megoldás.****1. Számtani módszer.**

1. Hány km² lesz Norvégia területének $\frac{1}{25}$ része?

$$384\,000 : 16 = 24\,000 \text{ (km}^2\text{)}.$$

2. Hány km² 25 ilyen rész?

$$24\,000 \cdot 25 = 600\,000 \text{ (km}^2\text{)}$$

Tehát Ukrajna területe 600 000 km².

**Jegyezd meg!****Szám meghatározása törtrésze alapján.**

Ahhoz, hogy meghatározzuk a számot törtrésze alapján, az adott számot el kell osztani a tört számlálójával, és a kapott eredményt megszorozni a tört nevezőjével.

2. Algebrai módszer.

Norvégia – 384 000 km² – $\frac{16}{25}$,

Ukrajna – ? – 1 = $\frac{25}{25}$.

Legyen x Ukrajna területe,

akkor:

$$x : 25 = 384\,000 : 16;$$

$$x = (384\,000 : 16) \cdot 25;$$

$$x = 24000 \cdot 25;$$

$$x = 600\,000.$$

Felelet: Ukrajna területe

600 000 km².

**Figyeld meg!**

- 1) A számot, melyet 1-nek fogadunk el, áltörtként ugyanolyan nevezővel fejezzük ki, amilyen az adott tört nevezője;
- 2) Az egyenlet felállításához kifejezéseket kell kialakítani az adott szám, illetve a keresett szám egy részének meghatározására, majd egyenlővé kell tenni őket.

**Tudj meg többet!**

Konforovics Andrij Hrihorovics ismert ukrán matematikus és pedagógus. 1923. december 21-én született a Kijevi terület Boro-gyanszkij járásához tartozó Buda-Babinecka községben. Konfo-

rovics legfontosabb módszertani és tudományos tevékenysége a matematikátörténet és a matematikai ismeretek népszerűsítése volt. Több mint 200 műve jelent meg nyomtatásban. Ezek többnyire a tanulók matematikai felkészültségének fejlesztésével, matematikai versenyfeladatokkal, tudományos-népszerűsítő matematikai és informatikai irodalommal, matematikátörténettel, matematikai játékokkal és fejtörőkkel foglalkoznak.

IDÉZ FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Magyarázd meg, mi van adva és mit kell meghatározni a szám törtrészének kiszámításáról szóló feladatokban!
2. Hogyan határozzuk meg a szám törtrészét?
3. Magyarázd meg, mi van adva és mit kell meghatározni azokban a feladatokban, melyekben a szám kiszámítása törtrésze alapján történik!
4. Hogyan határozzuk meg a számot törtrésze alapján?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

966. Fejezd be a szabályt!

Ahhoz, hogy meghatározzuk a szám törtrészét, az adott számot...:

- 1) megszorozzuk a tört nevezőjével és elosszuk a számlálójával;
- 2) elosszuk a tört nevezőjével és megszorozzuk a számlálójával.

967. A következő két eset közül mikor gondolkodik Andris helyesen?

Ahhoz, hogy meghatározzuk a $24 \frac{3}{4}$ -ét:

- 1) $24 : 4 = 6$, aztán $6 \cdot 3 = 18$;
- 2) $24 : 3 = 8$, aztán $8 \cdot 4 = 32$.

968. Fejezd be a szabályt!

Ahhoz, hogy meghatározzuk a számot törtrésze alapján, az adott számot...

- 1) megszorozzuk a tört számlálójával és elosszuk a nevezőjével;
- 2) elosszuk a tört számlálójával és megszorozzuk a nevezőjével.

969. A következő két eset közül mikor gondolkodik Andris helyesen?

Egy szám $\frac{8}{12}$ -e 48-cal egyenlő. Ahhoz, hogy meghatározzuk a számot:

- 1) $48 : 8 = 6$, aztán $6 \cdot 12 = 72$;
- 2) $48 : 12 = 4$, aztán $4 \cdot 8 = 32$.

970. Számítsd ki: 1) a $9 \frac{2}{3}$ -át; 3) a $20 \frac{4}{5}$ -ét; 5) a $80 \frac{21}{20}$ -át;

2) a $12 \frac{3}{4}$ -ét; 4) a $32 \frac{7}{4}$ -ét; 6) a $49 \frac{12}{7}$ -ét!

971°. Rajzolj egy 6 cm-es AB szakaszt és egy CD szakaszt, amelyek hossza:

1) $\frac{1}{3}$ -a az AB szakasznak; 3) $\frac{3}{2}$ -e az AB szakasznak;

1) $\frac{2}{3}$ -a az AB szakasznak; 4) $\frac{7}{6}$ -a az AB szakasznak!

972°. Mivel egyenlő annak a szögnek a fokmértéke, amely:

1) $\frac{2}{10}$ -e az egyenesszögnek; 3) $\frac{4}{9}$ -e a derékszögnek;

2) $\frac{5}{18}$ -a az egyenesszögnek; 4) $\frac{11}{9}$ -e a derékszögnek?

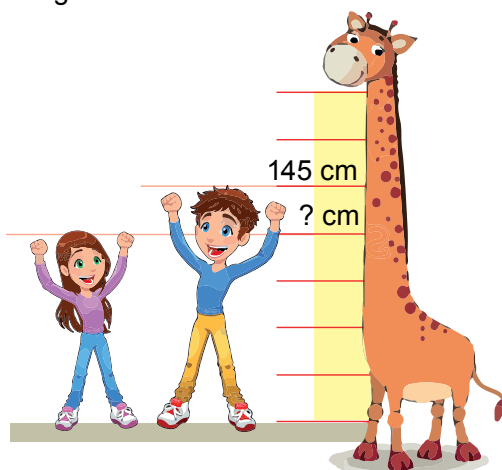


973°. Mivel egyenlő annak a szögnek a fokmértéke, amely:

1) $\frac{7}{10}$ -e az egyenesszögnek; 3) $\frac{8}{9}$ -e a derékszögnek;

2) $\frac{11}{18}$ -a az egyenesszögnek; 4) $\frac{13}{10}$ -e a derékszögnek?

974°. Sanyi 145 cm magas, Marika magassága pedig $\frac{4}{5}$ -e a Sanyié-nak. Milyen magas Marika?



975°. Az 5. A osztály 65 kg papírhulladékot gyűjtött, az 5. B pedig ennek a mennyiségnek a $\frac{14}{13}$ -át. Hány kilogramm papírhulladékot gyűjtött a két osztály együtt?

976°. Marika úgy tervezte, hogy a házi feladatát 45 perc alatt készíti el, de sikerült a tervezett idő $\frac{7}{9}$ -e alatt befejeznie. Hány perc alatt készítette el Marika a házi feladatát?

 **977°.** Sanyika a nagymamájához vezető utat 50 perc alatt akarta megtenni, de sikerült a tervezett idő $\frac{7}{5}$ -e alatt odaérnie. Hány perc alatt ért Sanyika a nagymamához?

978°. A dinnye tömege 12 kg. Hány kilogramm a dinnye $\frac{5}{6}$ része?

 **979°.** A novemberi napok $\frac{2}{3}$ -án esett az eső. Hány esős nap volt novemberben?

980°. Határozd meg a számot, ha:

- | | |
|--|--|
| 1) az $\frac{1}{3}$ -a 12-vel egyenlő; | 4) a $\frac{2}{7}$ -e 28-cal egyenlő; |
| 2) az $\frac{5}{6}$ -a 30-cal egyenlő; | 5) a $\frac{9}{5}$ -e 45-tel egyenlő; |
| 3) a $\frac{17}{4}$ -e 68-cal egyenlő; | 6) a $\frac{25}{12}$ -e 150-nel egyenlő! |

981°. Mivel egyenlő az AB szakasz, ha:

- 1) a hosszának $\frac{1}{2}$ -e 5 cm-rel egyenlő;
- 2) a hosszának $\frac{5}{7}$ -e 15 cm-rel egyenlő;
- 3) a hosszának $\frac{4}{3}$ -a 24 cm-rel egyenlő?

982°. Mivel egyenlő az a szög, melynek:

- 1) a —-a a derékszöggel egyenlő;
- 2) az $\frac{5}{9}$ -e a derékszöggel egyenlő;
- 3) a $\frac{9}{2}$ -e az egyenesszöggel egyenlő?



983°. Mivel egyenlő az a szög, amelyek:

- 1) az $\frac{5}{6}$ -a a derékszöggel egyenlő;
- 2) a $\frac{9}{10}$ -e a derékszöggel egyenlő;
- 3) a $\frac{9}{8}$ -a az egyenesszöggel egyenlő?

984°. Peti 20 feladatot oldott meg, ami házi feladatának $\frac{5}{7}$ -e. Hány feladatot kellett volna megoldania?



985°. A lemergi kirándulásra 24 tanuló jelentkezett, ami az osztály $\frac{4}{5}$ -e. Hány tanuló jár ebbe az osztályba?

986. Az üzletben 280 kg fagylalt van. Az első napon eladták az egésznek a $\frac{3}{7}$ -ét, a másodikon pedig az első napon eladott mennyiség $\frac{3}{4}$ -ét. Hány kilogramm fagylaltot adtak el a két nap alatt összesen?



987. A turisták 24 km utat tettek meg. Az első napon megtették az út $\frac{3}{8}$ -át, a másodikon pedig az első napon megtett út $\frac{2}{3}$ -át. A fennmaradt részt a harmadik napon tették meg. Hány kilométert tettek meg az első két nap összesen?

988. Egy 21 m hosszú szalagból levágtak egy darabot, melynek hossza $\frac{2}{3}$ -a volt az eredetinek, a maradékot pedig 7 egyenlő részre vágták szét. Mennyi az egyes részek hossza?



989. Egy 30 kg tömegű ládából zacskókba rakták a cukorka $\frac{3}{5}$ részét, a maradékot pedig 4 vásárló között egyenlően osztották szét. Hány kilogramm cukorkát kapott mindegyik vásárló?

990. A gyümölcsösben körte- és szilvafák nőnek. A szilvafák által elfoglalt terület $\frac{7}{3}$ -a a körtefákkal betelepített területnek. Mekkora a gyümölcsös területe, ha a körtefák 30 000 m²-en nőnek?

991. A tartályból kiöntötték a benne lévő benzin $\frac{1}{3}$ -át, ezután hozzáöntöttek annyit, ami a tartályban maradt benzin $\frac{1}{5}$ része. Több vagy kevesebb benzin lett a tartályban, ha eredetileg 120 liter volt benne?

 **992.** Sanyi a lottón $\frac{8}{5}$ -ét nyerte annak az összegnek, amit Alex. Ki nyert több pénzt, és mennyivel, ha Alex 400 hrvnyát nyert?

993. A káposztát két zsákba rakták. Az első zsák tömege $2\frac{1}{3}$ része a második zsák tömegének. Mennyi lesz a két zsák együttes tömege, ha az elsőben 70 kg káposzta van?

994. Andris januárban megtakarított 12 hrvnyát, ami $\frac{4}{3}$ -a annak, amit decemberben takarított meg és 3 hrvnyával kevesebb a februári megtakarításánál. Melyik hónapban takarított meg a legkevesebb pénzt, és mennyivel?

995. A pékségben 120 darab meggyes rétest sütöttek, ami $\frac{6}{5}$ -e a földiepres rétesnek. Melyik rétesből sütöttek többet, és mennyivel?

 **996.** Szeptember 1-jére az egyik varrodában 196 leányruhát varrtak, ami a fiúruhák $\frac{14}{9}$ része. Melyik ruhából varrtak kevesebbet, és mennyivel?

997. Az egyik farmergazda annyi burgonyát takarított be, mint a másik által betakarított burgonya tömegének $\frac{11}{9}$ része. Melyik farmergazda termelt többet és mennyivel, ha az első 121 000 kg burgonyát takarított be?



998. Édesanya télire meggy- és földieper lekvárt rakott be. A számócalekvár száma $\frac{11}{5}$ -e a meggylekvárénak. Hány üveg lekvárt rakott be összesen, ha számócából 121 üveg készült?

999. Shrek úgy döntött, hogy új életet kezd, ezért új napirendet állított össze magának. Elhatározta, hogy a nap $\frac{1}{6}$ -át olvasással tölti, $\frac{1}{12}$ -ében játékonypodik, $\frac{3}{8}$ -ában sportol, $\frac{2}{8}$ -ában eszik és 8 órát alszik. Segítsetek Shreknek kiszámolni, hogy megvalósítható-e az elképzelése?

1000*. Katinka 4 nap alatt elolvasott egy 240 oldalas könyvet. Az első nap elolvasta a könyv $\frac{1}{3}$ -át, a másodikon az első napinak a $\frac{3}{4}$ -ét, a harmadik napon pedig az első két napon elolvasottnak a $\frac{2}{7}$ -ét és még 10 oldalt. Hány oldalt olvasott el a kislány a negyedik napon?

1001*. Andrisnak kétszer több könyve van, mint Márknak. Kinek lenne több könyve, ha Andris Márknak ajándékozná könyveinek $\frac{1}{4}$ részét?

1002*. A halász fogott egy halat. A hal farka 1 kg-os, fejének tömege annyi, mint a farka és a testének a fele. Testének a tömege egyenlő a fejének és a farkának az össztömegével. Mekkora a hal tömege?

1003*. Arra a kérdésre, hogy: „Mennyi az idő?” Egy vicces ember így felelt: „Az éjféltől eltelt idő fele egyenlő a délig hátralévő idő $\frac{3}{4}$ -ével.” Hány óra volt ekkor?

1004*. Az osztály kitűnő tanulóinak egynegyede foglalkozik zenével is, a zenészek harmada pedig kitűnő tanuló is. Kikből van több az osztályban kitűnő tanulókból vagy zenészekből?



GYAKORLATI PÉLDÁK

1005. A szülők tanszerekre a $\frac{4}{16}$ részét költötték annak, mint amennyit a tanterem felújítására. Mennyit költöttek a szülők tanszerekre, ha a tanterem felújítására 1600 forintot költöttek?

1006. Ilona szobájának területe a $\frac{1}{4}$ része a Sanyiénak. Kinek nagyobb a szobája és mennyivel, ha Sanyi szobája 40 m^2 ?

1007. Hány napig tart az első félév, ha $\frac{3}{5}$ -e 72 nap?



ISMÉTLŐ FELADATOK

1008. Számítsd ki:

1) $1024 - 7^2 \cdot 2$; 2) $(1024 - 7^2) \cdot 2$!

1009. Oldd meg az egyenleteket:

1) $385 - (x + 124) = 198$; 2) $18 \cdot (x + 9) = 1854$!

1010. A téglalap egyik oldala háromszor hosszabb, mint a másik. Határozd meg a téglalap területét, ha a kerülete 64 cm !

1011. Határozd meg a kocka élét, ha térfogata egy olyan téglatest térfogatával egyenlő, melynek élei 4 cm , 3 cm és 144 cm !

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mi a közösleges tört? Mit mutat a tört számlálója? És a nevezője?
2. Milyen törtet nevezünk valódi törtnek?
3. Milyen törtet nevezünk áltörtnek?
4. Milyen tört lesz 1-gyel egyenlő?
5. Milyen tört lesz 1-nél nagyobb?
6. Milyen tört lesz 1-nél kisebb?
7. Magyarázd meg, hogyan kell két egyenlő nevezőjű törtet összehasonlítani?
8. Magyarázd meg, hogyan kell leírni a törtet osztásként?
9. Mi a vegyes szám?
10. Mit értünk a vegyes szám tört részén?
11. Hogyan emeljük ki az áltört egész részét?
12. Hogyan alakítjuk át a vegyes törtet áltörtté?
13. Magyarázd meg, hogyan kell a szám tört részét meghatározni!
14. Magyarázd meg, hogyan kell a számot meghatározni a tört része alapján!

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

TESZTFELADATOK

Figyelmesen olvasd el a feladatokat, és a felajánlott válaszok közül válaszd ki a helyeset! A tesztfeladatok végrehajtására 10–15 perc áll rendelkezésedre.

1°. A felsorolt törtek közül melyik lesz áltört?

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{10}{10}$.

D. $\frac{9}{10}$.

2°. Mivel egyenlő a $\frac{16}{5}$ egész része?

A. 1.

B. 16.

C. 5.

D. 3.

3°. A kertben 36 fa nő, melynek $\frac{7}{12}$ része almafa. Hány almafa van a kertben?

A. 18.

B. 21.

C. 12.

D. 16.

4. Az y mely értéke mellett teljesül az $\frac{y}{7} = 2\frac{2}{7}$ egyenlőség?

A. 14.

B. 11.

C. 16.

D. 4.

5*. Az 5. A osztály tantermének felújítására $2\frac{2}{5}$ részét költötték annak az összegnek, mint amennyit az 5. B felújítására. Mennyivel költött többet az 5. A osztály, ha az 5. B osztálytermének felújítása 2400 hrivnyába került?

A. 5760 hrn.

B. 1400 hrn.

C. 1000 hrn.

D. 3360 hrn.

AZ EGYENLŐ NEVEZŐJŰ KÖZÖN- SÉGES TÖRTEKKEL VÉGZETT EL- SŐRENDŰ MŰVELETEK

A fejezetből választ kaptok az alábbiakra:

- ☀ hogyan kell összeadni és kivonni közös nevezőjű törtet;
- ☀ mit értünk a valódi tört 1 egészre történő kiegészítésén;
- ☀ hogyan kell a természetes számból kivonni a valódi törtet;
- ☀ milyen szabályai vannak a vegyes törtek összeadásának és kivonásának;
- ☀ hogyan alkalmazható a gyakorlatban az elsajátított tananyag.



$$\frac{23}{32} + \frac{9}{32} = \frac{32}{32} = 1$$

26. §. KÖZÖS NEVEZŐJŰ TÖRTEK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

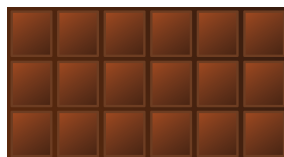
Már tudtok összeadni és kivonni természetes számokat. Az egyenlő nevezőjű törteteket szintén össze lehet adni és ki is lehet őket vonni egymásból.

A természetes számok összeadásához hasonlóan azokat a törteteket, melyeket összeadunk *összeadandóknak*, az eredményt pedig itt is *összegnek* nevezzük.

☀ Milyen szabály szerint adjuk össze az egyenlő nevezőjű törteteket? Vizsgáljuk meg egy példán.



1. feladat. Az édesanya gyerekeinek 18 kockából álló táblás csokoládét vásárolt. Tímea 5, Iván pedig 7 kockát megevett belőle (214. ábra). A csokoládé hányad részét ette meg a két gyerek együtt?



214. ábra

▶ **Megoldás.** Egy kocka csoki az egész táblának az $\frac{1}{18}$ része. Ezért Tímea a tábla $\frac{5}{18}$ részét ette meg, Iván pedig a $\frac{7}{18}$ -át. A két gyerek együtt 12 kockát evett meg, vagyis a tábla $\frac{12}{18}$ részét.

A feladat megoldása során a csokoládékockákkal hasonlóképpen jártunk el, mint a mennyiségekkel: összeadtuk a csokoládékockák darabszámát, egy kockának pedig a tábla $\frac{1}{18}$ részét vettük. Más szóval az $\frac{5}{18} + \frac{7}{18}$ összeget úgy ha-

tároztuk meg, hogy a törték nevezőjét változtatlanul hagyva, összeadtuk a törték számlálóját. Próbáljátok önállóan megfogalmazni az egyenlő nevezőjű törték összeadásának szabályát, és hasonlítsátok össze a tankönyvben lévőhöz.

Jegyezd meg!**Az egyenlő nevezőjű törtek összeadásának szabálya.**

Ahhoz, hogy meghatározzuk két egyenlő nevezőjű tört összegét, a következőket kell végrehajtani:

- 1) a közös nevezőt leírjuk, ez lesz az összeg nevezője;
- 2) összeadjuk a számlálókat és az így kapott eredmény lesz az összeg számlálója.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Például: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$.

 Lehet-e általánosítani az összeadási szabályt három vagy több egyenlő nevezőjű összeadandóra is? Igen. Például:

$$\frac{1}{21} + \frac{3}{21} + \frac{5}{21} + \frac{4}{21} + \frac{2}{21} = \frac{1+3+5+4+2}{21} = \frac{15}{21}.$$

A természetes számok összeadásához hasonlóan a törtek összeadásánál is érvényesek az összeadás szabályai.



2. feladat. Számítsd ki az összeget: $\left(\frac{9}{11} + \frac{5}{11}\right) + \frac{1}{11}$.

 **Megoldás.**

$$\left(\frac{9}{11} + \frac{5}{11}\right) + \frac{1}{11} = \left(\frac{9}{11} + \frac{1}{11}\right) + \frac{5}{11} = \frac{10}{11} + \frac{5}{11} = \frac{15}{11} = 1\frac{4}{11}$$

**Figyeld meg!**

Ha az egyenlő nevezőjű törtek összeadásánál áltörtet kapunk, akkor ki kell emelni az egész részét és a végeredményt vegyes számként kell megadni.



3. feladat. A 18 kockás táblás csokoládéból édesanya 11 kockát osztott szét a gyerekei között. Teri megevett 4 kockát, a maradékot pedig Sanyi ette meg. A tábla csokoládének hányad részével evett meg többet Sanyi, mint Teri?

▶ **Megoldás.** Egy kocka csokoládé az egész táblának az $\frac{1}{18}$ része.

Teri megette a tábla $\frac{4}{18}$ -át, Sanyi pedig $11 - 4 = 7$ kocka

csokoládét evett meg, vagyis a tábla $\frac{11}{18} - \frac{4}{18} = \frac{7}{18}$ részét. Ahhoz,

hogy meghatározzuk, a tábla hányad részével evett meg többet

Sanyi, mint Teri, a $\frac{7}{18}$ -ból ki kell vonni a $\frac{4}{18}$ -ot. Ezt kapjuk:

$$\frac{7}{18} - \frac{4}{18} = \frac{7-4}{18} = \frac{3}{18}.$$

Felelet. Sanyi a tábla $\frac{3}{18}$ részével többet evett meg, mint Teri.

Jegyezd meg!

Az egyenlő nevezőjű törtek kivonásának szabálya.

Ahhoz, hogy meghatározzuk két egyenlő nevezőjű tört különbségét, a következőket kell végrehajtani:

- 1) a közös nevezőt leírjuk, ez lesz a különbség nevezője;
- 2) kivonjuk egymásból a számlálókat, és az így kapott eredmény lesz a különbség számlálója.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Figyeld meg!

Ha két egyenlő nevezőjű tört számlálói is megegyeznek, akkor a két tört különbsége nullával lesz egyenlő.



Tudj meg többet!

Az ókori Rómában el voltak terjedve az úgynevezett tizenkettek. A rézérmeket, később a tömegegységet is, a rómaiak tizenkét egyenlő részre – unciákra – osztották. Az ókori Róma iskoláiban a törtekkel való számolásra nagy hangsúlyt fordítottak. Horatius *Költői hitvallás* című művében a következő – a tanító és a tanuló között zajló – párbeszédet írja le:

– Albino fiam! Ha nekünk van öt unciánk, és kivonunk belőle egyet, akkor mi fog maradni? – kérdezte a tanító.

– Egyharmad libra – felelte a tanuló.

– Csodálatos! És ha hozzáadunk az előző öt unciához még egyet, akkor mennyi lesz ez összesen? – kérdezte a tanító.

– Fél libra – válaszolt a tanuló.

Ezt a feladatot leírjuk a ma használatos matematikai jelekkel, figyelembe véve, hogy:

$$1 \text{ libra} = 12 \text{ uncia (kb. 327 g).}$$

Tehát:

$$\frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{5-1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3},$$

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5+1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$



1 libra



1 uncia

215. ábra

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Fogalmazd meg a két egyenlő nevezőjű tört összeadásának szabályát!
2. Fogalmazd meg a két egyenlő nevezőjű tört kivonásának szabályát!
3. Mivel lesz egyenlő két olyan egyenlő nevezőjű tört különbsége, melyeknek a számlálói is egyenlők?

**OLDD MEG A FELADATOKAT!**

1012. Össze kell adni az $\frac{1}{5}$ és $\frac{3}{5}$ törtet!

- 1) Milyen lesz az összeg nevezője:
a) 5; b) 10; c) 25; d) 4?
- 2) Milyen lesz az összeg számlálója:
a) 5; b) 4; c) 3; d) 10?
- 3) Nevezd meg az összeadás eredményeként kapott törtet!

1013. Ha a $\frac{3}{8}$ -hoz hozzáadjuk a $\frac{2}{8}$ -ot, akkor eredményül egy olyan

törtet kapunk, melynek:

- 1) számlálója egyenlő: a) 1; b) 2; c) 5; d) 8;
- 2) nevezője egyenlő: a) 5; b) 8; c) 16; d) 64.

1014. Igaz-e, hogy a $\frac{4}{17}$ és a $\frac{2}{17}$ törték összege:

- 1) $\frac{6}{34}$; 2) $\frac{8}{17}$; 3) $\frac{6}{17}$; 4) $\frac{2}{17}$?

1015. Ki kell vonni a $\frac{4}{5}$ és $\frac{1}{5}$ törtet!

- 1) Milyen lesz a különbség nevezője:
a) 5; b) 10; c) 25; d) 3?
- 2) Milyen lesz a különbség számlálója:
a) 5; b) 4; c) 3; d) 10?
- 3) Nevezd meg a kivonás eredményeként kapott törtet!

1016. Ha a $\frac{3}{8}$ -ból kivonjuk a $\frac{2}{8}$ -ot, akkor eredményül egy olyan törtet

kapunk, melynek:

- 1) számlálója egyenlő: a) 1; b) 8; c) 0; d) 16;
- 2) nevezője egyenlő: a) 8; b) 6; c) 5; d) 1.

1017. Igaz-e, hogy a $\frac{9}{13}$ és a $\frac{3}{13}$ törték különbsége:

- 1) $\frac{3}{13}$; 2) $\frac{6}{13}$; 3) $\frac{12}{13}$; 4) $\frac{6}{26}$?

1018°. Számítsd ki szóban:

$$1) \frac{2}{25} + \frac{4}{25};$$

$$3) \frac{11}{29} + \frac{4}{29};$$

$$5) \frac{9}{11} + \frac{1}{11};$$

$$2) \frac{7}{28} + \frac{3}{28};$$

$$4) \frac{16}{25} + \frac{3}{25};$$

$$6) \frac{4}{13} + \frac{7}{13}!$$

1019°. Határozd meg a törtek összegét:

$$1) \frac{35}{71} \text{ és } \frac{35}{71}; \quad 2) \frac{53}{69} \text{ és } \frac{14}{69}; \quad 3) \frac{45}{97} \text{ és } \frac{15}{97}; \quad 4) \frac{12}{49} \text{ és } \frac{25}{49}!$$

1020°. Számítsd ki:

$$1) \frac{12}{31} + \frac{14}{31};$$

$$3) \frac{24}{59} + \frac{17}{59};$$

$$5) \frac{39}{151} + \frac{106}{151};$$

$$2) \frac{22}{73} + \frac{39}{73};$$

$$4) \frac{216}{253} + \frac{19}{253};$$

$$6) \frac{240}{1237} + \frac{357}{1237}!$$



1021°. Számítsd ki:

$$1) \frac{23}{37} + \frac{14}{37};$$

$$3) \frac{25}{59} + \frac{27}{59};$$

$$5) \frac{116}{157} + \frac{26}{157};$$

$$2) \frac{22}{83} + \frac{39}{83};$$

$$4) \frac{26}{67} + \frac{17}{67};$$

$$6) \frac{44}{123} + \frac{37}{123}!$$

1022°. Határozd meg az $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} + \frac{d}{c}$ összeget, ha:

$$1) a = 1, b = 2, c = 5, d = 1;$$

$$2) a = 2, b = 5, c = 11, d = 3;$$

$$3) a = 7, b = 6, c = 23, d = 5!$$



1023°. Határozd meg az összegüket:

1) két heted és három heted;

2) tizenhét huszonheted és öt huszonheted;

3) kilenc huszonketted és öt huszonketted!

1024°. Hasonlítsd össze:

$$1) \frac{11}{35} + \frac{12}{35} \text{ és } \frac{21}{35};$$

$$3) \frac{27}{79} + \frac{28}{79} \text{ és } \frac{55}{79};$$

$$2) \frac{27}{67} + \frac{32}{67} \text{ és } \frac{50}{67};$$

$$4) \frac{25}{83} + \frac{35}{83} \text{ és } \frac{50}{83}!$$



1025°. Hasonlítsd össze:

$$1) \frac{12}{37} + \frac{19}{37} \text{ és } \frac{29}{37};$$

$$2) \frac{34}{61} + \frac{23}{61} \text{ és } \frac{60}{61}!$$

1026°. Add össze a törteket:

$$1) \frac{12}{30} + \frac{13}{30}; \quad 2) \frac{21}{55} + \frac{34}{55}; \quad 3) \frac{11}{56} + \frac{17}{56}; \quad 4) \frac{15}{48} + \frac{17}{48}!$$



1027°. Add össze a törteket:

$$1) \frac{23}{42} + \frac{5}{42}; \quad 2) \frac{20}{49} + \frac{8}{49}; \quad 3) \frac{41}{66} + \frac{25}{66}; \quad 4) \frac{43}{81} + \frac{11}{81}!$$

1028°. Határozd meg a kisebbítendő, ha a különbség $\frac{123}{143}$, a kivonandó pedig $\frac{17}{143}$!

1029°. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{19} - \frac{9}{19} = \frac{8}{19}; \quad 2) \frac{x}{53} - \frac{14}{53} = \frac{28}{53}; \quad 3) \frac{8}{29} + \frac{13}{29} = \frac{x}{29}!$$



1030°. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{31} - \frac{17}{31} = \frac{6}{31}; \quad 2) \frac{x}{67} - \frac{15}{67} = \frac{48}{67}; \quad 3) \frac{34}{89} + \frac{27}{89} = \frac{x}{89}!$$

1031°. Zsuzsa 15 perc alatt varrja fel a gombokat a ruhára, és 10 perc alatt vasalja ki. A kislány az óra hányad részét fordította ruhája rendbetételéhez?

1032°. A matematikaórán a tanulók dolgozatot írtak. Az összes tanuló $\frac{7}{33}$ részét 10-től 12-ig osztályozták, $\frac{19}{33}$ részét 7-től 9-ig, a többiek pedig 6-nál rosszabb jegyet kaptak. Az osztály hányad része kapott 7-től 12-ig osztályzatot?

1033°. Számítsd ki szóban:

$$1) \frac{12}{13} - \frac{7}{13}; \quad 2) \frac{17}{19} - \frac{15}{19}; \quad 3) \frac{12}{15} - \frac{12}{15}!$$

1034°. Számítsd ki a törtek különbségét:

$$1) \frac{35}{71} \text{ és } \frac{35}{71}; \quad 2) \frac{53}{69} \text{ és } \frac{14}{69}; \quad 3) \frac{45}{97} \text{ és } \frac{15}{97}; \quad 4) \frac{27}{49} \text{ és } \frac{25}{49}!$$



1035°. Számítsd ki:

$$1) \frac{22}{31} - \frac{14}{31}; \quad 2) \frac{52}{73} - \frac{39}{73}; \quad 3) \frac{440}{1237} - \frac{337}{1237}!$$

1036°. Határozd meg az $\frac{a}{c} - \frac{b}{c}$ különbséget, ha:

- 1) $a = 6, b = 3, c = 7$; 2) $a = 8, b = 5, c = 11$!



1037°. Határozd meg a törtek különbségét:

- 1) tizenhárom tizenötöd és hét tizenötöd;
2) harmincnégy negyvenegyed és tizenhárom negyvenegyed;
3) ötvennyolc kilencvenkilenced és tizenegy kilencvenkilenced!



1038°. Határozd meg a törtek különbségét:

- 1) $\frac{23}{42} - \frac{5}{42}$; 2) $\frac{20}{49} - \frac{13}{49}$; 3) $\frac{41}{66} - \frac{25}{66}$; 4) $\frac{43}{81} - \frac{7}{81}$!



1039°. Három tört összege egyenlő $\frac{112}{159}$. A háromból az egyik tört

$\frac{56}{159}$, a másik pedig $\frac{37}{159}$. Határozd meg az ismeretlen törtet!

1040°. Két tört összege egyenlő $\frac{42}{43}$, az egyik tört pedig $\frac{29}{43}$. Határozd meg a másik törtet!

1041°. Milyen számokkal kell helyettesíteni az a és b betűket, hogy az egyenlőség igaz legyen:

- 1) $\frac{a}{17} + \frac{7}{17} = \frac{11}{17}$; 3) $\frac{15}{37} + \frac{a}{37} = \frac{34}{37}$;
2) $\frac{32}{41} - \frac{b}{41} = \frac{23}{41}$; 4) $\frac{b}{63} - \frac{13}{63} = \frac{27}{63}$?

1042°. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $\frac{x}{29} + \frac{13}{29} = \frac{28}{29}$; 2) $\frac{x}{79} + \frac{29}{79} = \frac{58}{79}$; 3) $\frac{52}{81} - \frac{x}{81} = \frac{29}{81}$!



1043°. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $\frac{17}{31} + \frac{x}{31} = \frac{26}{31}$; 2) $\frac{x}{89} + \frac{27}{89} = \frac{54}{89}$; 3) $\frac{53}{96} - \frac{x}{96} = \frac{27}{96}$!

1044°. Az 5. B osztályos lányok $\frac{19}{33}$ része sportszakkörbe jár. A lá-

nyok $\frac{7}{33}$ -a röplabdázik, a többiek pedig könnyűatlétikával foglalkoznak. A lányok hányad része látogatja a könnyűatlétikai szakkört?

-  **1045°.** Az üzletbe zöldséget szállítottak. A zöldség $\frac{11}{17}$ része paprika, $\frac{3}{17}$ -e pedig uborka. Mennyivel több paprikát hoztak az üzletbe, mint uborkát?

1046. Számítsd ki:

$$1) \left(\frac{16}{53} + \frac{26}{53} \right) + \frac{17}{53}; \quad 3) \frac{24}{59} - \frac{17}{59} + \frac{35}{59}; \quad 5) \frac{66}{151} + \left(\frac{111}{151} + \frac{44}{151} \right);$$

$$2) \frac{73}{83} - \frac{49}{83} - \frac{19}{83}; \quad 4) \frac{26}{93} + \left(\frac{54}{93} + \frac{17}{93} \right); \quad 6) \frac{72}{127} + \left(\frac{123}{127} + \frac{68}{127} \right)!$$

 **1047.** Számítsd ki:

$$1) \left(\frac{13}{37} + \frac{14}{37} \right) + \frac{17}{37}; \quad 2) \frac{72}{83} - \frac{29}{83} - \frac{17}{83}; \quad 3) \frac{35}{59} - \frac{17}{59} + \frac{45}{59}!$$

1048. A következő összegeket rendezd növekvő sorrendbe:

$$\frac{13}{47} + \frac{25}{47}, \quad \frac{15}{47} + \frac{27}{47}, \quad \frac{19}{47} + \frac{7}{47}, \quad \frac{29}{47} + \frac{3}{47}!$$

 **1049.** A következő különbségeket rendezd csökkenő sorrendbe:

$$\frac{32}{43} - \frac{17}{43}, \quad \frac{22}{43} - \frac{9}{43}, \quad \frac{37}{43} - \frac{8}{43}, \quad \frac{28}{43} - \frac{19}{43}!$$

1050. Határozd meg az $\frac{a}{c} - \left(\frac{b}{c} + \frac{d}{c} \right)$ kifejezés értékét, ha:

- 1) $a = 51, b = 23, c = 77, d = 14$;
- 2) $a = 72, b = 25, c = 97, d = 33$;
- 3) $a = 107, b = 26, c = 127, d = 66$!

1051. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{39} + \frac{14}{39} + \frac{5}{39} = \frac{28}{39}; \quad 3) \frac{x}{89} + \left(\frac{39}{89} - \frac{17}{89} \right) = \frac{58}{89};$$

$$2) \frac{x}{53} - \left(\frac{17}{53} + \frac{8}{53} \right) = \frac{27}{53}; \quad 4) \left(\frac{53}{101} + \frac{17}{101} \right) - \frac{x}{101} = \frac{32}{101}!$$

 **1052.** Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{15}{41} + \frac{x}{41} + \frac{6}{41} = \frac{39}{41}; \quad 3) \frac{x}{85} - \left(\frac{37}{85} + \frac{11}{85} \right) = \frac{17}{85};$$

$$2) \frac{36}{67} - \left(\frac{19}{67} - \frac{x}{67} \right) = \frac{28}{67}; \quad 4) \left(\frac{67}{111} + \frac{28}{111} \right) - \frac{x}{111} = \frac{35}{111}!$$

1053. A 26 cm hosszú AB szakaszt az M és N pontokkal részekre osztották. Az AM szakasz hossza $\frac{5}{13}$ része az AB -nek, az MN pedig

$\frac{7}{13}$ része az AB szakasznak. Mennyi az NB szakasz hossza?



1054. A 48 cm hosszú MN szakaszt az A és C pontokkal részekre osztották. Az MA szakasz hossza $\frac{3}{16}$ része az MN -nek, az AC

pedig $\frac{7}{16}$ része az MN szakasznak. Mennyi a CN szakasz hossza?

1055. A városrészben 6300 iskoláskorú gyerek él. Az 1. sz. iskolában a tanulók $\frac{14}{45}$ része tanul, a 2. számúban $\frac{2}{45}$ -del többen, mint az egyesben, a hármashban pedig $\frac{3}{45}$ -tel kevesebben, mint a kettesben.

A többi gyerek más városrész iskoláiban tanul. A kerületben élő tanulók hányad része tanul ebben a három iskolában? Hány gyerek tanul ebben a három iskolában összesen? Hány gyerek tanul más iskolákban?

1056. A versenyen 2010-ben az iskola $\frac{1}{20}$ része vett részt, 2011-ben

a $\frac{3}{20}$ része, 2012-ben pedig $\frac{1}{20}$ -dal többen, mint az előző két

évben összesen. A tanulók hányad része vett részt ezeken a versenyeken a három év alatt? Hány gyerek vett rész a versenyen a három év alatt, ha az iskolában 600 tanuló tanul?

1057. Marika kigondolt egy törtet, melyet először $\frac{15}{83}$ -dal növelt, majd

további $\frac{34}{83}$ -dal. Az eredmény ekkor $\frac{81}{83}$ lett. Milyen számra gondolt eredetileg Marika?



1058. Andris kigondolt egy törtet, melyet először $\frac{27}{91}$ -del növelt, majd

csökkentette $\frac{19}{91}$ -del. Az eredmény ekkor $\frac{82}{91}$ lett. Milyen számra gondolt eredetileg Andris?

1059. Mennyivel kisebb a $\frac{34}{137} + \frac{56}{137}$ összeg a $\frac{108}{137}$ számnál és na-

gyobb a $\frac{135}{137} - \frac{77}{137}$ különbségnél?

 **1060.** Mennyivel nagyobb a $\frac{134}{211} + \frac{17}{211}$ összeg, $\frac{134}{211} - \frac{117}{211}$ különb-

ségnél és kisebb a $\frac{67}{211} + \frac{98}{211}$ összegnél?

1061*. Számítsd ki:

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}$;

2) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{32} + \frac{1}{48}$!

1062*. Sorba leírtak néhány számot. Az első szám $\frac{1}{6}$ -dal egyenlő.

Minden következő az előzőnél $\frac{1}{3}$ -dal nagyobb lesz. Határozd meg az ötödik helyen álló számot!

1063*. Határozd meg az összeget: $\frac{1}{101} + \frac{2}{101} + \dots + \frac{100}{101}$!

1064*. Írd fel azt a törtet, melynek nevezője a legnagyobb négyjegyű szám, a számlálója pedig azon háromjegyű számok összegével egyenlő, melyek egy és ugyanazon számjegyekből állnak!



GYAKORLATI PÉLDÁK

1065. A Kijev és Harkiv közötti távolság $\frac{478}{541}$ része a Kijev–Lemberg

távolságnak, de a Kijev–Cserkaszi távolságnál $\frac{289}{541}$ résszel rövi-

debb. A Kijev–Lemberg távolságnak hányad részét alkotja a Kijev–Cserkaszi távolság? Mekkora a Kijev–Cserkaszi és Kijev–Harkiv távolság, ha Kijev és Lemberg 541 km-re van egymástól?

1066. Hogyan osztunk el 7 kenyeret 8 személy között?

1067. Marina segített édesanyjának a háztartásban. $\frac{5}{12}$ órát takarított-

ta a szobáját, $\frac{3}{12}$ órát pedig mosogatott. Mennyi időt töltött Marina házimunkával?



ISMÉTLŐ FELADATOK

1068. Számítsd ki:

- 1) $11\,120 + 5555 + 21\,080 + 4445$;
- 2) 8 óra 37 perc – 6 óra 56 perc!

1069. Két város között a távolság 60 km. Ezekből egy irányba egyszerre két kerékpáros indult el. Az egyik sebessége 12 km/ó, a másiké, aki utána halad 15 km/ó. Mennyi idő múlva éri utol az első kerékpárost a második?

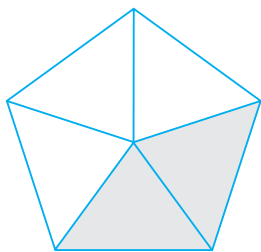
1070. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $(140 - x) \cdot 15 = 1845$;
- 2) $325 - (x - 340) : 9 = 85$!

1071. Irénke 2 óra alatt 60 oldalt olvasott el egy regényből, Kolos ugyanennyit 3 óra alatt. Mennyi idő szükséges mindkét gyereknek a könyv elolvasásához, ha ez a könyv 540 oldalas?

27. §. A VALÓDI TÖRT 1 EGÉSZRE TÖRTÉ-NŐ KIEGÉSZÍTÉSE. A TÖRT TERMÉSZETES SZÁMBÓL VALÓ KIVONÁSA

A 216. ábra egy olyan ötszöget ábrázol, amely öt darab egybevágó háromszögre van felosztva. Közülük kettő ki van színezve, három pedig nincs. Nyilvánvaló, hogy a kiszínezett és a színezetlen részek egy teljes ötszöggé egészítik ki egymást. Ezt a gondolatot kifejezhetjük törtek segítségével is. A



216. ábra

kiszínezett rész az ötszög $\frac{2}{5}$ -ét, a szí-

nezetlen pedig az ötszög $\frac{3}{5}$ részét al-

kotja. Ha az ötszöget 1-nek tekintjük, akkor azt mondhatjuk, hogy a $\frac{2}{5}$ -öt a $\frac{3}{5}$ tört *kiegészíti 1-re*, és fordítva a $\frac{3}{5}$ tört

kiegészíti a $\frac{2}{5}$ -öt 1-re. Másképpen fogalmazva a $\frac{2}{5}$ és a $\frac{3}{5}$

egy olyan törtpárt alkotnak, melynek tagjai 1-re egészítik ki egymást.

Ahhoz, hogy meghatározzuk a pár másik tagját, az 1-ből ki kell vonni az adott törtet. Ehhez az 1-gyet áltörtté kell alakítani, és utána kell elvégezni a kivonást. Például: $1 = \frac{5}{5}$,

$$\text{akkor } \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ vagy } \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}.$$

Biztosan észrevettétek, hogy a törték számlálóinak összege a nevezővel lesz egyenlő. Ezért, hogy meghatározzuk az ilyen páros másik törtjét, elegendő meghatározni az adott tört nevezője és számlálója közötti különbséget. Az így kapott szám lesz a keresett tört számlálója.

Figyeld meg!

Az 1 és egy valódi tört különbsége egy olyan tört, amely az adott törtet 1-re egészíti ki.

 Ki lehet-e vonni a közönséges törtet az egész számból? Megvizsgálunk egy feladatot.

 **1. feladat.** Határozd meg a 4 és a $\frac{3}{2}$ tört különbségét!

 **Megoldás.** Az adott tört nevezője 2, ezért a 4-et egy olyan áltörtként írjuk fel, melynek nevezője 2: $4 = \frac{8}{2}$. Meghatározzuk az

egyenlő nevezőjű törték különbségét: $\frac{8}{2} - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$. A kapott $\frac{5}{2}$ kü-

lönbség áltört, ezért kiemeljük az egész részét: $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$. Tehát

$$4 - \frac{3}{2} = 2\frac{1}{2}.$$

$$4 - \frac{3}{2} = \frac{8}{2} - \frac{3}{2} = \frac{8-3}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

Jegyezd meg!

A természetes szám és a törtszám kivonásának szabálya.

Ahhoz, hogy kivonjunk egy törtet a természetes számból:

- 1) a természetes számot egy olyan áltörtként írjuk fel, melynek a nevezője megegyezik a tört nevezőjével;
- 2) kivonjuk egymásból az egyenlő nevezőjű törteteket;
- 3) ha a különbség áltört lesz, akkor kiemeljük az egész részét.

Különlegesnek tekinthető az az eset, amikor a kivonandó valódi tört. Akkor másképp is eljárhatunk.



2. feladat. Micimackó vendégségben volt Nyuszinál. A részére felkínált hordó mézből $\frac{2}{3}$ kg-ot evett meg (217. ábra). Mennyi méze maradt Nyuszinak, ha a hordóban 3 kg méz volt?



217. ábra

radt Nyuszinak, ha a hordóban 3 kg méz volt?

▶ **Megoldás.**

Volt – 3 kg

Megette – $\frac{2}{3}$ -át

Maradt – ?

Ekkor $3 - \frac{2}{3} = (2 + 1) - \frac{2}{3} = 2 + (1 - \frac{2}{3}) = 2 + \frac{1}{3} = 2 \frac{1}{3}$ (kg).

Felelet: Nyuszinak $2 \frac{1}{3}$ kg méze maradt.

Figyeld meg!

Az 1-nél nagyobb természetes szám és a valódi tört különbsége egy olyan vegyes szám, melynek egész része 1-gyel kisebb az adott természetes számnál, törtrésze pedig az adott tört 1 egészre történő ki egészítése.



Tudj meg többet!

Feofan Prokopovics (1681–1736) ukrán teológus, író, költő, matematikus, filozófus, a XVIII. század első felének kiemelkedő tudósa és pedagógusa. Tanulmányait a Kijevi Mohila Kollégium filozófia karán végezte. Ezután Lengyelországban és Itáliában folytatta tanulmányait. Visszatérve Kijevbe a Kijevi Mohila Akadémia tanára lett. 1711–1716 évek között Feofan Prokopovics az akadémia rektora volt. Vezetése alatt az akadémia Európa vezető felsőfokú tanintézete lett.



Prokopovics az *Ábécéskönyv* című tankönyv szerzője, amelyből több évtizedig tanultak az ukránok, oroszok, beloruszok, görögök, moldovánok, szerbek, grúzok, bolgárok is. A művei széleskörűen elterjedtek a keleti szláv országokban. Prokopovics nagy figyelmet fordított a matematikának is. Az 1707–1708-as években a Kijevi Mohila Akadémia filozófia előadásai közé a matematikát is besorolta. Ez volt az első matematika kurzus, amely tudományos alapokra épült.

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Hogyan kell meghatározni, azt a törtet, amely 1-re egészíti ki a valódi törtet?
2. Melyik az a két tört, melyek kölcsönösen 1-re egészítik ki egymást?
3. Hogyan kell valódi törtet egyből kivonni?
4. Hogyan kell törtet természetes számból kivonni?
5. Hogyan kell valódi törtet természetes számból kivonni?
6. Mivel egyenlő az egyenél nagyobb természetes szám és a valódi tört különbsége?


OLDD MEG A FELADATOKAT!

1072°. A következő törtek közül, melyik egészíti ki a $\frac{3}{11}$ -et 1-re:

- 1) $\frac{3}{11}$; 2) $\frac{6}{11}$; 3) $\frac{8}{11}$; 4) $\frac{1}{11}$?

1073°. A következő törtpárok közül, melyik egészíti ki kölcsönösen egymást 1-re:

- 1) $\frac{3}{7}$ és $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{3}{7}$ és $\frac{5}{7}$; 3) $\frac{3}{7}$ és $\frac{4}{7}$; 4) $\frac{4}{7}$ és $\frac{2}{7}$?

1074°. Add meg a 2-t olyan áltörtként, melynek nevezője:

- 1) 3; 2) 4; 3) 5; 4) 8!

1075°. Add meg az 5-öt olyan áltörtként, melynek nevezője:

- 1) 2; 2) 5; 3) 6; 4) 10!

1076°. Ki kell vonni az 1-ből $\frac{4}{5}$ -öt.

- 1) Mi lesz a különbség nevezője: a) 4; b) 5; c) 10; d) 1?
 2) Mi lesz a különbség számlálója: a) 5; b) 4; c) 1; d) 0?
 3) Nevezd meg azt a törtet, melyet a kivonás eredményéül kaptál!

1077°. Ha kivonunk 1-ből $\frac{2}{8}$ -ot akkor:

- 1) a nevező egyenlő: a) 2; b) 8; c) 6; d) 1;
 2) a számláló egyenlő: a) 8; b) 2; c) 6; d) 1.

1078°. Számítsd ki:

- 1) $1 - \frac{4}{17}$; 2) $1 - \frac{13}{15}$; 3) $1 - \frac{4}{47}$!



1079°. Számítsd ki:

- 1) $1 - \frac{3}{22}$; 2) $1 - \frac{24}{25}$; 3) $1 - \frac{16}{37}$!

1080°. Két tört összege 1, közülük az egyik $\frac{29}{43}$. Határozd meg a másikat!

1081°. Igaz-e, hogy a $2 - \frac{3}{5}$ különbség egyenlő:

- 1) $\frac{4}{5}$; 2) $1\frac{2}{5}$; 3) $\frac{2}{5}$?

1082°. Igaz-e, hogy a $3 - \frac{1}{3}$ különbség egyenlő:

- 1) $1\frac{2}{3}$; 2) $2\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{2}{3}$?

1083°. Számítsd ki:

- 1) $2 - \frac{4}{11}$; 3) $5 - \frac{6}{7}$; 5) $6 - \frac{10}{11}$;
 2) $4 - \frac{2}{5}$; 4) $10 - \frac{4}{9}$; 6) $10 - \frac{5}{8}$!



1084°. Számítsd ki:

- 1) $3 - \frac{2}{3}$; 3) $11 - \frac{3}{7}$; 5) $8 - \frac{8}{11}$;
 2) $5 - \frac{5}{6}$; 4) $10 - \frac{2}{9}$; 6) $4 - \frac{12}{13}$!

1085°. Két szám összege 6. Az egyik szám $\frac{32}{43}$. Határozd meg a másik számot!

1086°. Három szám összege 11. Közülük kettőt ismerünk, ezek a $\frac{10}{19}$

és $\frac{7}{19}$ számok. Határozd meg az ismeretlen számot!

1087°. Számítsd ki:

- 1) $2 - \frac{4}{17}$; 3) $3 - \frac{4}{7}$; 5) $5 - \frac{10}{11}$;
 2) $4 - \frac{3}{5}$; 4) $10 - \frac{2}{15}$; 6) $11 - \frac{3}{8}$!



1088°. Számítsd ki:

- 1) $3 - \frac{3}{22}$; 3) $7 - \frac{6}{7}$; 5) $11 - \frac{7}{11}$;
 2) $5 - \frac{4}{5}$; 4) $10 - \frac{2}{13}$; 6) $8 - \frac{3}{7}$!

1089°. Határozd meg a számok különbségét:

1) $2 \text{ és } \frac{15}{21}$;

2) $3 \text{ és } \frac{14}{19}$;

3) $5 \text{ és } \frac{13}{17}$!



1090°. Határozd meg:

1) a kettő és a két heted;

2) a három és az öt nyolcad;

3) a négy és az egy kilenced különbségét!

1091°. Hasonlítsd össze:

1) $1 - \frac{12}{35}$ és $\frac{21}{35}$;

3) $5 - \frac{18}{19}$ és $4 \frac{11}{19}$;

2) $2 - \frac{16}{33}$ és $1 \frac{16}{33}$;

4) $13 - \frac{26}{33}$ és $12 \frac{7}{33}$!



1092°. Hasonlítsd össze:

1) $1 - \frac{17}{26}$ és $\frac{7}{26}$;

3) $12 - \frac{19}{21}$ és $11 \frac{5}{21}$;

2) $2 - \frac{11}{26}$ és $1 \frac{17}{26}$;

4) $23 - \frac{15}{22}$ és $22 \frac{9}{22}$!

1093°. Három tört összege 2. Közülük kettőt ismerünk, ezek: $\frac{12}{19}$ és $\frac{17}{19}$. Határozd meg az ismeretlen törtet!

1094°. A kisebbbítendő 2, a különbség pedig $\frac{24}{35}$. Határozd meg a kivonandót!



1095°. A kisebbbítendő 3, a különbség pedig $\frac{14}{17}$. Határozd meg a kivonandót!



1096°. Az üzletbe egy szállítmány gyümölcsöt hoztak. A gyümölcs $\frac{7}{23}$ része banán volt, $\frac{8}{23}$ -a narancs, a többi pedig mandarin. Az üzletbe szállított gyümölcs hányad része mandarin? Hány kilogrammot szállítottak mindegyikből, ha összesen 345 kg gyümölcsöt hoztak az üzletbe?

1097°. Oldd meg az egyenleteket:

1) $\frac{x}{29} + \frac{13}{29} = 1$;

2) $3 - \frac{x}{23} = \frac{15}{23}$;

3) $\frac{7}{9} + \frac{x}{9} = 5$!



1098°. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{25} + \frac{17}{25} = 1; \quad 2) 5 - \frac{x}{14} = \frac{9}{14}; \quad 3) \frac{x}{17} + \frac{13}{17} = 7!$$

1099. Határozd meg a $2 - \frac{a}{c}$ különbség értékét, ha:

$$1) a = 2, c = 5; \quad 2) a = 3, c = 7; \quad 3) a = 5, c = 9!$$

1100. Számítsd ki:

$$1) 4 - \frac{2}{16} - \frac{17}{16}; \quad 3) 4 - \frac{11}{49} - \frac{52}{49};$$

$$2) 5 - \frac{45}{43} - \frac{23}{43}; \quad 4) 10 - \frac{22}{15} - \frac{34}{15}!$$



1101. Számítsd ki:

$$1) 3 - \frac{17}{47} - \frac{53}{47}; \quad 3) 10 - \frac{55}{31} - \frac{69}{31};$$

$$2) 5 - \frac{35}{33} - \frac{22}{33}; \quad 4) 12 - \frac{133}{101} - \frac{166}{101}!$$

1102. Számítsd ki:

$$1) 2 - \left(\frac{16}{33} + \frac{17}{33} \right); \quad 3) 4 - \left(\frac{27}{55} + \frac{48}{55} \right);$$

$$2) 3 - \left(\frac{39}{43} - \frac{19}{43} \right); \quad 4) 10 - \left(\frac{34}{41} - \frac{17}{41} \right)!$$



1103. Számítsd ki:

$$1) 3 - \left(\frac{20}{27} + \frac{14}{27} \right); \quad 3) 4 - \left(\frac{17}{25} + \frac{11}{25} \right);$$

$$2) 5 - \left(\frac{19}{22} - \frac{9}{22} \right); \quad 4) 8 - \left(\frac{39}{40} - \frac{14}{40} \right)!$$

1104. Határozd meg az $a - \left(\frac{b}{c} + \frac{d}{c} \right)$ kifejezés értékét, ha:

$$1) a = 3, b = 13, c = 27, d = 7;$$

$$2) a = 7, b = 16, c = 35, d = 11;$$

$$3) a = 5, b = 67, c = 120, d = 43!$$



1105. Határozd meg az $a - \left(\frac{b}{c} - \frac{d}{c} \right)$ kifejezés értékét, ha:

$$1) a = 3, b = 9, c = 13, d = 7; \quad 2) a = 5, b = 25, c = 26, d = 3!$$

1106. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{39} + \left(\frac{13}{39} + \frac{25}{39} \right) = 2;$$

$$3) \frac{x}{89} + \left(1 - \frac{17}{89} \right) = \frac{78}{89};$$

$$2) 2 - \left(\frac{17}{43} + \frac{x}{43} \right) = \frac{47}{43};$$

$$4) \left(\frac{53}{101} + \frac{48}{101} \right) - \frac{x}{101} = \frac{27}{101}!$$



1107. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) 2 - \left(\frac{x}{41} + \frac{18}{41} \right) = \frac{49}{41};$$

$$3) \frac{x}{85} - \left(1 - \frac{51}{85} \right) = \frac{17}{85};$$

$$2) 1 - \left(\frac{49}{67} - \frac{x}{67} \right) = \frac{18}{67};$$

$$4) \left(\frac{67}{121} + \frac{54}{121} \right) - \frac{x}{121} = \frac{21}{121}!$$

1108. A tantárgyi vetélkedőn részt vettek az egyik iskola kitűnő tanulói. A versenyzők $\frac{3}{25}$ része vörös oklevelet, kéket $\frac{6}{25}$ résszel többet kaptak, mint vöröset, a többi tanuló pedig zöldet kapott. Az iskola tanulóinak hányad része kapott zöld oklevelet? Hány különböző típusú oklevelet kaptak az iskola tanulói, ha a versenyen 625 tanuló vett részt?



1109. Marika kigondolt egy törtet, melyhez először hozzáadott $\frac{63}{71}$ -et,

majd $\frac{75}{71}$ -et, így eredményül 3-at kapott. Milyen számra gondolt

Marika?

1110*. A szám és a negyedének különbsége 9. Határozd meg ezt a számot!

1111*. A szám és a negyedének összege 30. Határozd meg ezt a számot!

1112*. Számítsd ki: $3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \frac{1}{18}!$

1113*. Milyen számokkal kell a csillagokat pótolni, hogy igaz egyenlőséget kapjunk:

$$1) \frac{15}{17} + \frac{*}{17} = \frac{*}{17} = 1\frac{14}{17};$$

$$3) 12 - 4\frac{*}{8} = 11\frac{*}{8} - 4\frac{*}{8} = 7\frac{3}{8};$$

$$2) 2\frac{*}{10} + 4\frac{7}{10} = 6\frac{*}{10} = 7;$$

$$4) 5\frac{1}{9} - 2\frac{*}{9} = 4\frac{*}{9} - 2\frac{*}{9} = 2\frac{5}{9}?$$

1114*. A sorozat első száma 3, minden következő tagja $\frac{1}{8}$ -dal kisebb az előzőnél. Határozd meg a sorozat hetedik tagját!

**GYAKORLATI PÉLDÁK**

1115. Végezd el törték alkalmazásával a kivonásokat:

- 1) 1 óra – 45 perc; 2) 2 m – 8 dm; 3) 3 nap – 10 óra!

1116. A háromszög alakú virágágyás egyik oldala 1 m, a másik

$\frac{2}{7}$ m-rel rövidebb az elsőnél, a harmadik pedig $\frac{5}{7}$ m-rel rövidebb

az első oldalnál. Határozd meg a virágágyás területét!

**ISMÉTLŐ FELADATOK**

1117. Számítsd ki:

- 1) $35 \cdot 166 - 66 \cdot 35$; 2) $(18 \cdot 49 - 16 \cdot 49) : 14 - 7!$

1118. Két szám különbsége 80-nal egyenlő. Az egyik 6-szor kisebb, mint a másik. Határozd meg ezeket a számokat!

1119. Az ON félegyenes az AOB szög belső félegyenesese. Határozd meg:

- 1) $\angle AON$, ha $\angle AOB = 88^\circ$ és $\angle BON = 54^\circ$;
2) $\angle AOB$, ha $\angle AON = 108^\circ$ és $\angle BON = 27^\circ$!

1120. Egy matematikaversenyen három csapat összesen 36 feladatot számított ki. Az első csapat 3 feladattal kevesebbet oldott meg, mint a második, a harmadik pedig 6-tal kevesebbet, mint az első két csapat együttvéve. Hány feladatot oldott meg mindegyik csapat? Melyik csapat nyerte meg ezt a versenyt?

28. §. VEGYES SZÁMOK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

Már tudjátok, hogyan kell összeadni, illetve kivonni a természetes számokat és a közös nevezőjű törtéket. A egyes számok szintén összeadhatók és kivonhatók egymásból. Ebben a paragrafusban megismerkedünk az olyan egyes számok összeadásának és kivonásának szabályával, melyeknek a törtrészei egyenlő nevezőjű törték. A többi esetre csak a 6. osztályban fogunk visszatérni.



1. feladat. Határozd meg az összeget: $2\frac{5}{11} + 3\frac{7}{11}$!



Megoldás. Átalakítjuk áltörtté az adott számokat:

$$2\frac{5}{11} = \frac{27}{11}, \quad 3\frac{7}{11} = \frac{40}{11}. \quad \text{Aztán összeadjuk a kapott törtet, az}$$

egyenlő nevezőjű törtek összeadásának szabálya szerint:

$$\frac{27}{11} + \frac{40}{11} = \frac{67}{11}. \quad \text{A kapott összegnek kiemeljük az egész- és a tört-}$$

$$\text{részét: } \frac{67}{11} = 6\frac{1}{11}. \quad \text{Tehát: } 2\frac{5}{11} + 3\frac{7}{11} = 6\frac{1}{11}.$$

$$2\frac{5}{11} + 3\frac{7}{11} = \frac{27}{11} + \frac{40}{11} = \frac{67}{11} = 6\frac{1}{11}$$



Jegyezd meg!

A vegyes számok összeadásának szabálya.

Ahhoz, hogy összeadjunk két vegyes számot:

- 1) az adott számokat felírjuk áltörtként;
- 2) összeadjuk az így kapott törtet;
- 3) a kapott összegből kiemeljük az egész- és a törtrészt.



Össze lehet-e adni másképp a vegyes számokat? Igen. Vizsgáljuk meg egy példán.



2. feladat. Az iskolai színjátszó kör fellépőruháinak elkészítéséhez $9\frac{3}{5}$ m piros és $6\frac{1}{5}$ m fehér szövet szükséges. Hány méter szövetre van szükség összesen?



Megoldás.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Piros szövet} - 9\frac{3}{5} \text{ m} \\ \text{Fehér szövet} - 6\frac{1}{5} \text{ m} \end{array} \right\} ?$$

$$\begin{aligned} \text{Tehát } 9\frac{3}{5} + 6\frac{1}{5} &= (9 + \frac{3}{5}) + (6 + \frac{1}{5}) = \\ &= (9 + 6) + (\frac{3}{5} + \frac{1}{5}) = 15 + \frac{4}{5} = 15\frac{4}{5} \text{ (m)} \end{aligned}$$

Felelet: $15\frac{4}{5}$ m szövet szükséges össze-
sen.

 Össze lehet-e adni ezzel a módszerrel három vagy több vegyes számot? Igen. Például:

$$\begin{aligned} 1\frac{1}{21} + 2\frac{3}{21} + 3\frac{5}{21} + 4\frac{7}{21} &= (1 + 2 + 3 + 4) + \\ &+ \left(\frac{1}{21} + \frac{3}{21} + \frac{5}{21} + \frac{7}{21} \right) = 10 + \frac{16}{21} = 10\frac{16}{21}. \end{aligned}$$

A vegyes számok összeadásánál előfordulhat, hogy a tört-részek összege áltört lesz. Ekkor ki kell emelni az egész- és a törtrészt, és csak ezután kell elvégezni az összeadást, a vegyes számok összeadásának szabálya szerint. Például:

$$\begin{aligned} 2\frac{5}{11} + 3\frac{7}{11} &= (2 + 3) + \left(\frac{5}{11} + \frac{7}{11} \right) = \\ &= 5 + \frac{12}{11} = 5 + 1\frac{1}{11} = (5 + 1) + \frac{1}{11} = 6 + \frac{1}{11} = 6\frac{1}{11}. \end{aligned}$$

Figyeld meg!

A természetes számokhoz hasonlóan a vegyes számok összeadására is érvényes a felcserélhetőségi és a csoportosítási törvény.

A vegyes számok kivonását az összeadásukhoz hasonló szabályok szerint végezzük.

Jegyezd meg!**A vegyes számok kivonásának szabálya.**

Ahhoz, hogy kivonjunk egy vegyes számból egy másikat:

- 1) az adott számokat felírjuk áltörtként;
- 2) kivonjuk egymásból az így kapott törteteket;
- 3) a kapott különbségből kiemeljük az egész- és a törtrészt.

Például: $3\frac{4}{5} - 1\frac{3}{5} = \frac{19}{5} - \frac{8}{5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}.$

 Hogyan vonunk ki egész számból vegyes számot? Ehhez a kisebbítendőt és kivonandót áltörtté alakítjuk, majd elvégezzük a kivonást. Például:

$$3 - 1\frac{3}{7} = \frac{21}{7} - \frac{10}{7} = \frac{11}{7} = 1\frac{4}{7}.$$

**Tudj meg többet!**

Két vegyes számot, az összeadáshoz hasonlóan, ki lehet vonni úgy is, hogy nem alakítjuk át őket áltörtté. Például:

$$3\frac{4}{5} - 1\frac{3}{5} = \left(3 + \frac{4}{5}\right) - \left(1 + \frac{3}{5}\right) = (3 - 1) + \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) = 2\frac{1}{5}.$$

Ha a kisebbítendő törtrészének számlálója kisebb, mint a kivonandó törtrészének számlálója, ekkor: 1) a kisebbítendő egész részéből kölcsönveszünk 1-et; 2) az 1-et olyan áltörtként írjuk fel, amelynek nevezője megegyezik a kisebbítendő törtrészének nevezőjével; 3) ezt hozzáadjuk a kisebbítendő törtrészéhez; 4) elvégezzük a kivonást az ismert módszerrel. Például el kell végezni az $5\frac{4}{7} - 2\frac{5}{7}$

kivonást. Mivel $\frac{4}{7} < \frac{5}{7}$, ezért a fenti módszerrel fogjuk elvégezni a kivonást:

$$5\frac{4}{7} - 2\frac{5}{7} = 4\frac{11}{7} - 2\frac{5}{7} = 2\frac{6}{7}.$$

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Fogalmazd meg a vegyes számok összeadásának szabályát!
2. Hogyan kell összeadni két, három és több vegyes számot?
3. Fogalmazd meg a vegyes számok kivonásának szabályát!
4. Hogyan vonunk ki egész számból vegyes számot?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

1121. Add össze az $5\frac{1}{7}$ és $6\frac{2}{7}$ vegyes számot!

1) Írd fel az $5\frac{1}{7}$ számot áltörtként!

2) Írd fel a $6\frac{2}{7}$ számot áltörtként!

3) Határozd meg az 1. és 2. pontban kapott számok összegét! Emeld ki a kapott tört egész- és törtrészét!

1122. Add össze az $1\frac{1}{5}$ és $3\frac{3}{5}$ vegyes számot!

1) Mennyi az összeg egész része: a) 1; b) 3; c) 4; d) 5?

2) Mennyi az összeg törtrésze: a) $\frac{3}{5}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{1}{5}$; d) $\frac{3}{25}$?

3) Nevezd meg az összeget!

1123. Igaz-e, hogy a $2\frac{4}{17}$ és az $5\frac{2}{17}$ számok összege:

1) $7\frac{6}{34}$; 2) $10\frac{8}{17}$; 3) $7\frac{6}{17}$; 4) $8\frac{6}{17}$?

1124. Vond ki egymásból a $15\frac{3}{4}$ és $10\frac{1}{4}$ vegyes számot!

1) Írd fel áltörtként a $15\frac{3}{4}$ -et!

2) Írd fel áltörtként a $10\frac{1}{4}$ -et!

3) Határozd meg az 1. és 2. pontokban kapott áltörtök különbségét! A kapott törtből emeld ki az egész és a törtrészt!

1125°. Vond ki egymásból a $4\frac{7}{9}$ és $1\frac{4}{9}$ vegyes számot!

1) Mennyi a különbség egész része: a) 4; b) 3; c) 2; d) 1?

2) Mennyi a különbség tört része:

a) $\frac{11}{9}$; b) $\frac{3}{9}$; c) $\frac{3}{18}$; d) $\frac{2}{9}$?

3) Nevezd meg a különbséget!

1126°. Igaz-e, hogy a $7\frac{9}{13} - 4\frac{3}{13}$ különbség egyenlő:

1) $11\frac{3}{13}$; 2) $11\frac{6}{13}$; 3) $3\frac{3}{13}$; 4) $3\frac{6}{13}$?

1127°. Számítsd ki:

1) $5\frac{2}{25} + 6\frac{4}{25}$; 3) $5\frac{11}{29} + 9\frac{4}{29}$; 5) $10\frac{9}{11} + \frac{2}{11}$;
 2) $7\frac{7}{28} + 3\frac{3}{28}$; 4) $8\frac{6}{25} + 8\frac{3}{25}$; 6) $11\frac{4}{13} + 2\frac{9}{13}$!



1128°. Számítsd ki:

1) $3\frac{3}{7} + 14\frac{3}{7}$; 2) $6\frac{5}{13} + 7\frac{3}{13}$; 3) $2\frac{3}{5} + 6\frac{1}{5}$; 4) $7\frac{11}{22} + 5\frac{7}{22}$!

1129°. Határozd meg a következő számok összegét:

1) $3\frac{5}{21}$ és $4\frac{4}{21}$; 3) $6\frac{15}{17}$ és $10\frac{2}{17}$; 5) $7\frac{12}{15}$ és $8\frac{13}{15}$;
 2) $3\frac{13}{19}$ és $11\frac{14}{19}$; 4) $25\frac{2}{9}$ és $4\frac{8}{9}$; 6) $11\frac{11}{13}$ és $22\frac{12}{13}$!

1130°. Határozd meg az összeget:

1) három egész két heted és öt egész három heted;

2) hat egész tizenhét huszonegyed és öt egész három huszonegyed;

3) kilenc egész négy tizenegyed és két egész hét tizenegyed!

1131°. Hasonlítsd össze:

1) $11\frac{2}{13} + \frac{12}{13}$ és 12; 3) $6\frac{7}{9} + 8\frac{2}{9}$ és 14;
 2) $7\frac{17}{21} + 2\frac{3}{21}$ és 10; 4) $8\frac{5}{18} + 6\frac{14}{18}$ és 15!

**1132°.** Hasonlítsd össze:

1) $7\frac{4}{15} + 5\frac{11}{15}$ és 12; 2) $5\frac{7}{17} + 4\frac{10}{17}$ és $10\frac{1}{17}$; 3) $9\frac{9}{11} + 3\frac{2}{11}$ és 13!

1133°. Határozd meg a kisebbítendő, ha a különbség $10\frac{12}{13}$, a kivonandó pedig $1\frac{4}{13}$!

1134°. A számegyenes melyik egymást követő természetes számai között helyezkednek el azok a vegyes számok, melyeket a következő összeadások eredményeiből kapunk:

1) $2\frac{2}{7} + 1\frac{1}{7}$; 2) $5\frac{6}{11} + 3\frac{3}{11}$; 3) $11\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5}$; 4) $12\frac{7}{12} + 5\frac{1}{12}$?

1135°. Számítsd ki:

1) $5\frac{21}{25} - 3\frac{4}{25}$; 3) $15\frac{11}{29} - 9\frac{4}{29}$; 5) $10\frac{3}{11} - 3\frac{10}{11}$;
2) $7\frac{17}{28} - 3\frac{8}{28}$; 4) $8\frac{6}{15} - 6\frac{7}{15}$; 6) $11\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}$!

**1136°.** Számítsd ki:

1) $13\frac{3}{7} - 4\frac{2}{7}$; 2) $7\frac{11}{22} - 5\frac{17}{22}$; 3) $9\frac{11}{15} - 4\frac{14}{15}$; 4) $10\frac{7}{12} - 8\frac{11}{12}$!

1137°. Számítsd ki a számok különbségét:

1) $5\frac{5}{11}$ és $4\frac{9}{11}$; 3) $6\frac{5}{7}$ és $4\frac{6}{7}$; 5) $17\frac{12}{15}$ és $8\frac{3}{15}$;
2) $13\frac{8}{9}$ és $11\frac{4}{9}$; 4) $25\frac{2}{9}$ és $4\frac{8}{9}$; 6) $11\frac{11}{13}$ és $9\frac{12}{13}$!

1138°. Hasonlítsd össze:

1) $7\frac{2}{7} - \frac{3}{7}$ és 7; 2) $7\frac{7}{11} - 6\frac{9}{11}$ és 1; 3) $6\frac{5}{9} - 3\frac{8}{9}$ és $2\frac{2}{9}$!

**1139°.** Hasonlítsd össze:

1) $7\frac{14}{15} - 5\frac{11}{15}$ és $2\frac{3}{15}$; 2) $5\frac{7}{17} - 4\frac{10}{17}$ és $\frac{3}{17}$; 3) $9\frac{7}{11} - 3\frac{9}{11}$ és 6!

1140°. Határozd meg a kivonandót, ha a különbség $8\frac{2}{9}$, a kisebbítendő pedig $10\frac{7}{9}$!

1141°. Határozd meg az ismeretlen összeadandót, ha az összeg $16\frac{2}{5}$,

az ismert összeadandó pedig $\frac{77}{5}$!

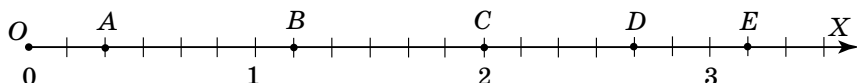


1142°. Határozd meg az ismeretlen összeadandót, ha az összeg $11\frac{3}{7}$, az ismert összeadandó pedig $\frac{65}{7}$!

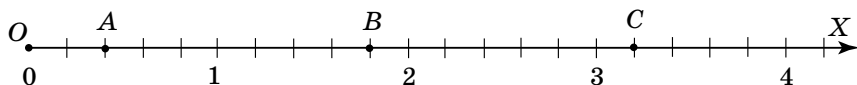
1143°. Határozd meg a 218. ábrán lévő pontok koordinátáit! Határozd meg az összes lehetséges szakasz hosszát!



1144°. Határozd meg a 219. ábrán lévő pontoknak a koordinátáit! Határozd meg az összes lehetséges szakasz hosszát!



218. ábra



219. ábra

1145°. Rajzolj egy számegyenest! Az egységnyi szakaszként a füzet három négyzetrácsát vedd. Jelöld a számegyenesen a következő pontokat: $A\left(1\frac{1}{3}\right)$, $B\left(2\frac{2}{3}\right)$, $C\left(\frac{1}{3}\right)$, $D\left(4\frac{2}{3}\right)$, $K\left(3\frac{1}{3}\right)$! Határozd meg az összes lehetséges szakasz hosszát!



1146°. Rajzolj egy számegyenest! Az egységnyi szakaszként a füzet négy négyzetrácsát vegyed. Jelöld a számegyenesen a következő pontokat: $F\left(1\frac{3}{4}\right)$, $K\left(2\frac{1}{4}\right)$, $N\left(1\frac{1}{4}\right)$, $M\left(3\frac{1}{4}\right)$, $E\left(\frac{2}{4}\right)$! Határozd meg az összes lehetséges szakasz hosszát!

1147°. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{13} - \frac{9}{13} = 2\frac{8}{13}; \quad 2) 4\frac{4}{23} - \frac{x}{23} = 3\frac{6}{23}; \quad 3) 2\frac{8}{29} + \frac{x}{29} = 3\frac{5}{29}!$$

 **1148°.** Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{9} - \frac{7}{9} = 3\frac{7}{9}; \quad 2) 5\frac{4}{15} - \frac{x}{15} = 4\frac{7}{15}; \quad 3) 3\frac{18}{19} + \frac{x}{19} = 4\frac{15}{19}!$$

1149. Számítsd ki:

$$1) \left(1\frac{3}{13} + 2\frac{2}{13}\right) + 3\frac{7}{13}; \quad 3) 5\frac{6}{17} + \left(6\frac{16}{17} + 13\frac{8}{17}\right);$$

$$2) 5\frac{7}{18} + \left(4\frac{11}{18} + 2\frac{10}{18}\right); \quad 4) 11\frac{16}{23} + \left(4\frac{14}{23} + 7\frac{13}{23}\right)!$$

 **1150.** Számítsd ki:

$$1) \left(3\frac{13}{21} + 5\frac{14}{21}\right) + 8\frac{16}{21}; \quad 2) 15\frac{1}{27} + \left(6\frac{17}{27} + 4\frac{19}{27}\right)!$$

1151. Állítsd az értékük szerinti növekvő sorrendbe a kifejezéseket:

$$2\frac{3}{17} + 5\frac{5}{17}, \quad 4\frac{6}{17} + 3\frac{7}{17}, \quad 1\frac{9}{17} + 6\frac{16}{17}, \quad 3\frac{9}{17} + 3\frac{15}{17}!$$

 **1152.** Állítsd az értékük szerinti csökkenő sorrendbe a kifejezéseket:

$$2\frac{12}{13} + 6\frac{7}{13}, \quad 1\frac{9}{13} + 7\frac{9}{13}, \quad 5\frac{5}{13} + 3\frac{8}{13}, \quad 4\frac{9}{13} + 3\frac{11}{13}!$$

1153. Határozd meg a háromszög területét, ha az egyik oldala $5\frac{5}{8}$ dm, a másik $3\frac{2}{8}$ dm-rel nagyobb, mint az első oldal, a harmadik pedig $1\frac{1}{8}$ dm-rel nagyobb, mint a második!

1154. Határozd meg a $DABC$ gúla összes élének összegét, ha $DA = DB = DC = 2\frac{5}{11}$ cm, $BC = AB = AC = 6\frac{3}{11}$ cm!

1155. Határozd meg a téglatest élének hosszát, ha a szélessége $4\frac{5}{7}$ cm, magassága $2\frac{2}{7}$ cm-rel nagyobb a szélességénél, a

hossza pedig $1\frac{6}{7}$ cm-rel kisebb a magasságánál!

 **1156.** Határozd meg a téglatest élének hosszát, ha a szélessége $13\frac{2}{9}$ cm, magassága $4\frac{4}{9}$ cm-rel kisebb a szélességénél, a hossz

pedig $10\frac{7}{9}$ cm-rel nagyobb a magasságánál!

1157. Marika gondolt egy számot, melyet először növelt $3\frac{15}{83}$ -dal, majd még $2\frac{34}{83}$ -dal. Eredményül $7\frac{11}{83}$ -ot kapott. Melyik számra gondolt Marika?

1158. Mennyivel nagyobb a $11\frac{13}{21} + 22\frac{19}{21}$, mint az $54\frac{16}{21} - 21\frac{17}{21}$ és kisebb, mint $26\frac{7}{21} + 9\frac{20}{21}$?

1159. Az Alecka-, Borevka- és Hoverla-csúcsok az Ukrán-Kárpátokban találhatók. Az Alecka-csúcs magassága $1\frac{512}{1000}$ km, a Borevkaé $1\frac{695}{1000}$ km, a Hoverlaé pedig $2\frac{61}{1000}$ km. Mennyivel magasabb a Hoverla az Alecka és a Borevka csúcsoknál?

1160. Ábrázold a számegyenesen azokat a pontokat, melyek koordinátái a következő kifejezések értékei lesznek: $3\frac{2}{5} - 2\frac{3}{5}$, $7\frac{3}{5} - 5\frac{4}{5}$, $1\frac{2}{5} + 1\frac{1}{5}$!

1161. Ábrázold a számegyenesen azokat a pontokat, melyek koordinátái a következő kifejezések értékei lesznek: $1\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}$, $5\frac{1}{4} - 3\frac{3}{4}$, $10\frac{2}{4} - 8\frac{3}{4}$!

1162*. Az *MON* egyenesszög belső tartományában meghúztuk az *OK* és *OL* félegyeneseket. Határozd meg az *MOK* szög fokmértékét, ha $KOL\angle = 88\frac{8}{18}^\circ$ és $MOK\angle = NOL\angle$!

1163*. A csónak egy óra alatt a vízfolyás irányában $11\frac{5}{6}$ km-t tett meg, ellenkező irányban pedig $4\frac{1}{2}$ km-t. Határozd meg a csónak és a folyó sebességét!

1164*. Ismert, hogy két olyan vegyes szám összege, melyek közül az első nagyobb, mint a másik, 7-tel lesz egyenlő. Az egész részek különbsége 2, a törtrészeiké pedig $\frac{7}{17}$. Határozd meg ezeket a számokat!

1165*. Ismert, hogy két olyan vegyes szám különbsége, melyek közül az első kisebb, mint a másik, 1-gyel lesz egyenlő. Az egész részek összege 7, a törtrészek összege egy olyan vegyes szám, melynek a törtrésze $\frac{4}{6}$. Határozd meg ezeket a számokat!



GYAKORLATI PÉLDÁK

1166. A földrészleget kerítéssel kell körülvenni. A téglalap alakú részleg oldalai $10\frac{5}{6}$ m és $7\frac{2}{6}$ m. Hány méter hálót kell beszerezni a részleg körbekerítéséhez?

1167. Teri az édesanyjától 30 hrivnyát kapott. A süteményért $7\frac{3}{25}$ hrivnyát, a cukorkáért pedig $15\frac{7}{25}$ hrivnyát fizetett. Mennyi pénze maradt Terinek?

1168. Tibor és Andris fagyaltot szerettek volna vásárolni. Tibornak 5 hrivnyája volt, Andrisnak pedig $4\frac{7}{20}$ hrivnyája. Egy adag fagyalt 4 hrn 65 kopijkába kerül. Van-e elegendő pénzük a fagyaltra? Ha nem, akkor kinek és mennyit kell kölcsönözni a másiktól?



ISMÉTLŐ FELADATOK

1169. Számítsd ki a legcélszerűbb módon:

1) $4 \cdot 17 \cdot 50$; 2) $25 \cdot 123 \cdot 4$; 3) $(357 \cdot 125) \cdot 8!$

1170. Az üzemben 30 nap alatt 240 öltönyt akartak megvarrni. A tervezettnél minden nap 2 öltönnyel többet varrtak. Hány nap alatt készült el a tervezett mennyiség?

1171. Oldd meg az egyenleteket:

1) $3^3 + 5x = 2^5$; 2) $225 - 4x = 5^3!$

1172. Hány db háromjegyű szám készíthető a 3, 5, 0 számjegyekből?

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Fogalmazd meg az egyenlő nevezőjű törtek összeadásának szabályát!
2. Fogalmazd meg az egyenlő nevezőjű törtek kivonásának szabályát!
3. Mivel egyenlő két egyenlő nevezőjű tört különbsége, ha a számlálójuk is egyenlő?
4. Hogyan határozható meg az a tört, mely az adott törtet 1-re egészíti ki?
5. Milyen két tört egészíti ki kölcsönösen 1-re egymást?
6. Hogyan vonunk ki egyből egy valódi törtet?
7. Mivel egyenlő az 1-től különböző természetes szám és a valódi tört különbsége?
8. Fogalmazd meg a vegyes számok összeadásának szabályát!
9. Fogalmazd meg a vegyes számok kivonásának szabályát!
10. Hogyan vonunk ki egész számból vegyes számot?

**ELLENŐRIZD, MENNYIRE
SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!****TESZTFELADATOK**

Figyelmesen olvasd el a feladatokat, és a felajánlott válaszok közül válaszd ki a helyeset! A tesztfeladatok végrehajtására 10–15 perc áll rendelkezésedre.

1°. Számítsd ki: $2 - \frac{12}{13}$!

A. $2\frac{12}{13}$.

B. $1\frac{12}{13}$.

C. $1\frac{1}{13}$.

D. $1\frac{11}{13}$.

2°. Melyik számegyenlőség igaz?

A. $\frac{5}{11} + \frac{7}{11} > 2$. B. $\frac{5}{11} + \frac{7}{11} < 1$. C. $\frac{5}{11} + \frac{7}{11} > 1$. D. $\frac{5}{11} + \frac{7}{11} > 1\frac{3}{11}$.

3°. Melyik szám gyöke a következő egyenletnek: $\frac{x}{19} + 1\frac{17}{19} = 2\frac{4}{19}$?

A. 2.

B. 6.

C. $\frac{6}{19}$.

D. 10.

4. Határozd meg az AB szakasz hosszát, ha a B pont koordinátája $5\frac{5}{7}$, az A ponté pedig $2\frac{6}{7}$ -tel kisebb, mint a B pont koordinátája!

A. $2\frac{6}{7}$.

B. $2\frac{4}{7}$.

C. $5\frac{5}{7}$.

D. $3\frac{6}{7}$.

5*. Határozd meg a téglatest legnagyobb lapjának területét, ha méretei a következő kifejezések értékeivel lesznek egyenlők:

$\frac{6}{11} + \frac{9}{11}$, $3 - 1\frac{5}{11}$, $1\frac{4}{11} + 1\frac{10}{11}$!

A. $6\frac{2}{11}$.

B. $9\frac{3}{11}$.

C. $5\frac{9}{11}$.

D. $9\frac{7}{11}$.

TIZEDES TÖRTEK ÉS A VELÜK VALÓ MŰVELETEK

A fejezetből választ kaptok az alábbiakra:

- ☀ mi a tizedes tört, és milyen a felépítése;
- ☀ hogyan hasonlíthatók össze a tizedes törtek;
- ☀ melyek a tizedes tört összeadásának és kivonásának szabályai;
- ☀ hogyan határozható meg két tizedes tört szorzata és különbsége;
- ☀ mit értünk a számok kerekítésén, és hogyan kerekítjük a számokat;
- ☀ hogyan alkalmazható a gyakorlatban az elsajátított tananyag.



36,6°

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm} = 0,1 \text{ dm}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm} = 0,1 \text{ cm}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{100} \text{ dm} = 0,01 \text{ dm}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m} = 0,001 \text{ m}$$

1 mm 1 cm



29. §. MI A TIZEDES TÖRT? A TIZEDES TÖRTEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

A 220. ábrán látható, hogy az AB szakasz hossza 7 mm, a DC szakaszé pedig 18 mm. A szakaszok hosszának centiméterekben történő felírásához törtet használunk:

$\frac{7}{10}$ cm, $\frac{18}{10}$ cm. Számtalanszor van dolgunk olyan törtkek-

kel, amelyek nevezője 10, 100, 1000 stb. Például 5 kop =

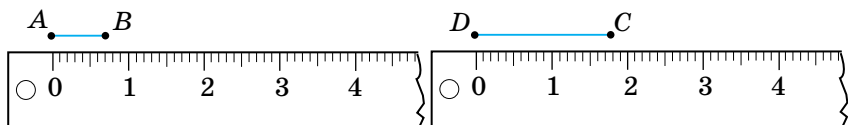
$= \frac{5}{100}$ hrn, $15 \text{ g} = \frac{15}{1000} \text{ kg}$, $25 \text{ cm}^2 = \frac{25}{10000} \text{ m}^2$. Az ilyen

törtet *tizedes tört*eknek nevezzük. A felírásukhoz sokkal egyszerűbb alakot használunk, melyet a tanszereitek között található vonalzó is sugall. Térjünk vissza a vizsgált példához.

Már tudjuk, hogy a DC szakasz (220. ábra) hosszát egyes számként is kifejezhetjük: $1\frac{8}{10}$ cm. Ha ennek a szám-

nak az egész része után vesszőt teszünk, majd a vessző után leírjuk a törtrész számlálóját, akkor egy sokkal egyszerűbb felírást kapunk, az 1,8 cm-t. Hasonlóképpen gondolkodva az AB szakaszra a 0,7 cm-t kapjuk. Mivel a $\frac{7}{10}$

egy egynél kisebb valódi tört, ezért az egész része 0. Az 1,8 és 0,7 számok példák tizedes törtre.



220. ábra



Az 1,8 törtet így olvassuk: egy egész nyolc tized, a 0,8 törtet pedig így: nulla egész nyolc tized.

☀️ Hogyan kell felírni az $\frac{5}{100}$, $\frac{15}{1000}$, $\frac{25}{10000}$ törtet tizedes törtként?

Ehhez ismerni kell a tizedes tört felírásának szerkezetét.

Minden tizedes törtnek van egész és törtrésze, melyeket vessző választ el egymástól. Az egész részben a számok helyi értékei és osztályai ugyanolyanok mint a természetes számoknál. Már ismeritek, hogy ezek az egyesek, ezresek, milliók osztálya és így tovább, mindegyikben három helyi érték van – egyeseké, tízeseké és százaské. A tizedes tört törtrésznél az osztályokat nem különböztetik meg, de a helyi értékek száma bármilyen lehet. Ezek elnevezései a közönséges tört nevezőinek felelnek meg – *tizedek, századok, ezredek, tízezredek, százezredek, milliomodok, tízmilliomodok* stb. A tized a legelső a tizedes tört törtrészeiben.

A 40. táblázatban látható a százhuszonhárom egész

négyszer ötszázhat százezred tizedes tört vagy $123\frac{4506}{100000}$

és a számjegyei helyi értékeinek a neve is. A törtrész százzezred elnevezését a közönséges tört nevezője mutatja, a tizedes törtben pedig törtrészeinek utolsó helyi értéke. Látható,

hogyan a $123\frac{4506}{100000}$ szám törtrészeinek számlálójában

eggyel kevesebb számjegy van, mint ahány nulla a nevezőben. Ha ezt figyelmen kívül hagyjuk, akkor a törtrész felírásakor hibázhatunk, és a 4506 százezred helyett, 4506

tízezredet írunk fel, de: $123\frac{4506}{100000} \neq 123,4506$. Ezért az

adott szám tizedes törtként való felírásakor a vessző után egy 0-t kell tenni (a tizedek helyi értékénél): 123,04506.

40. táblázat

Helyi érték	Százások	Tízesek	Egyesek	,	Tizedek	Századok	Ezredek	Tízezredek	Százezredek	Milliomodok
Szám-jegy	1	2	3		0	4	5	0	6	

Figyeld meg!

A tizedes törtben a vessző után annyi számjegynek kell állnia, ahány nulla van a megfelelő közönséges tört nevezőjében.

A fentiek alapján már le tudjuk írni a következő $\frac{5}{100}$, $\frac{15}{1000}$, $\frac{25}{10000}$ törtet is tizedes tört alakjában.

$$\frac{5}{100} = 0,05; \quad \frac{5}{1000} = 0,005;$$

$$\frac{25}{10000} = 0,0025.$$

A tizedes törtek ugyanúgy hasonlíthatók össze, mint a természetes számok. Ha a tizedes törtben sok számjegy van, akkor speciális szabályokat kell alkalmazni.



Feladat. Hasonlítsd össze: 1) 96,234 és 830,123; 2) 3,574 és 3,547 törtet!



Megoldás. 1. Az első tört egész része a 96 kétjegyű szám, a második tört egész része a 830 pedig háromjegyű szám, ezért.

$$96,234 < 830,123.$$

2. A 3,574 és 3,547 törtekben az egész részek egyenlők. Ezért a törtreszük helyi értékei szerint hasonlítjuk össze őket. Ehhez az adott törteket egymás alá írjuk:

$$3,574$$

$$3,547.$$

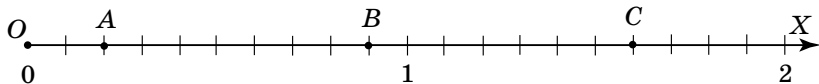
Mindkét törtben a tizedek száma 5. De az első törtben 7 század van, míg a másodikban csak 4 század. Ezért az első tört nagyobb, mint a második: $3,574 > 3,547$.

Jegyezd meg!

A tizedes törtek összehasonlításának szabálya:

1. két tizedes tört közül az a nagyobb, melynek az egész része nagyobb.
2. ha a tizedes törtek egész részei egyenlők, akkor a törtreszeiket helyi értékeik szerint hasonlítjuk össze, a legnagyobb helyi értékkel kezdve.

A tizedes törtek, a közönséges törtekhez hasonlóan, is elhelyezhetők a számegyenesen. A 221. ábrán láthatók az A , B , C pontok koordinátái: $A(0,2)$, $B(0,9)$, $C(1,6)$.



221. ábra



Tudj meg többet!

A tizedes tört a tízes helyértékű számrendszerrel van kapcsolatban. Ugyanakkor megjelenésük korábbi eredetű és az ismert matematikus, csillagász al-Kashi (teljes neve: Dzsemszid ibn Maszu al-Kashi) nevéhez kötődik. A *számítások kulcsa* (XV. sz.) című művében először fogalmazta meg a tizedes törtekkel való műveletek szabályait, és példákkal is illusztrálta ezek végrehajtását.

Nem ismerve al-Kashi találmányát, 150 év múlva másodikként fedezte fel a tizedes törteket Simon Stevin flamand matematikus és mérnök. A *tizedes egység* című művében (1585) a tizedes törtek elméletét tárgyalta. Sikeresen terjesztette őket, aláhúзва a tizedes törtekkel való számítás kényelmességét.

A tizedes tört egész részének és törtrészének elválasztását különböző módszerekkel ajánlották. Al-Kashi az egész részt és a törtrészt más színnel írta vagy függőleges vonalat tett közéjük, Stevin az egész rész és a törtrész elválasztására egy körbe írt nullát használt. A mai jelölést az ismert német csillagász, Johannes Kepler (1571–1630) ajánlotta.

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mit nevezünk tizedes törtnek?
2. Hogyan nevezzük a tizedes törtben a tizedes vesszőtől balra álló számjegyek helyértékeit? És a jobbra állókat?
3. Milyen összefüggés van a tizedes vessző utáni számjegyek száma, és a közönséges tört nevezőjében álló nullák száma között?
4. Hogyan hasonlíthatók össze azok a tizedes törtek, melyek egész részei különböznek?
5. Hogyan hasonlíthatók össze azok a tizedes törtek, melyek egész részei egyenlők?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

1173. Írd fel centiméterekben az AB szakasz hosszát, ha:

- 1) $AB = 5$ mm; 2) $AB = 8$ mm; 3) $AB = 9$ mm; 4) $AB = 2$ mm!

1174. Olvasd el a törteket:

- 1) 12,5; 3) 3,54; 5) 19,345; 7) 1,1254;
2) 5,6; 4) 12,03; 6) 15,103; 8) 12,1065!

Nevezd meg: a) a szám egész részét; b) a szám törtrészét; c) a tört helyi értékeinek számát!

1175. Hozz fel példát olyan tizedes törtre, melyben a vessző után:

- 1) egy számjegy; 2) két számjegy; 3) három számjegy áll!

1176. Hány számjegy áll a vessző után a tizedes törtben, ha a megfelelő közönséges tört nevezője:

- 1) 10; 2) 100; 3) 1000; 4) 10 000?

1177. Melyik törtnek nagyobb az egész része:

- 1) 12,5 vagy 115,2; 4) 789,154 vagy 75,4569;
2) 5,25 vagy 35,26; 5) 1258,00265 vagy 125,0333;
3) 185,25 vagy 56,325; 6) 1269,569 vagy 16,12?

1178°. Az 1 256 897 számban az utolsó számjegyet különítsd el vesszővel, és olvasd el az így kapott számot! Ezután folyamatosan tedd át a vesszőt egy számjeggyel balra, és írd le a kapott tizedes törtet!

1179°. Olvasd el a törtet, majd írd át tizedes törtként:

- 1) $1\frac{4}{10}$, 3) $74\frac{1}{1000}$; 5) $1\frac{12}{100}$; 7) $25\frac{35}{1000}$;
 2) $2\frac{7}{10}$; 4) $101\frac{7}{1000}$; 6) $12\frac{125}{1000}$; 8) $45\frac{3}{1000}$!



1180°. Olvasd el a törtet, majd írd át tizedes törtként:

- 1) $12\frac{8}{100}$; 2) $55\frac{7}{100}$; 3) $85\frac{89}{1000}$; 4) $5\frac{55}{1000}$!

1181°. Írd át közösleges törtként:

- 1) 2,5; 4) 0,5; 7) 315,89; 10) 45,089;
 2) 125,5; 5) 12,12; 8) 0,15; 11) 258,063;
 3) 0,9; 6) 25,36; 9) 458,025; 12) 0,026!



1182°. Írd át közösleges törtként:

- 1) 4,6; 2) 34,45; 3) 0,05; 4) 185,342!

1183°. Írd át tizedes törtként:

- 1) 8 egész 3 tized; 5) 145 egész 14 század;
 2) 12 egész 5 tized; 6) 125 egész 19 század;
 3) 0 egész 5 tized; 7) 0 egész 12 század;
 4) 12 egész 34 század; 8) 0 egész 3 század!



1184°. Írd át tizedes törtként:

- 1) nulla egész nyolc ezred;
 2) húsz egész négy század;
 3) tizenhárom egész öt század;
 4) száznegyvenöt egész két század!

1185°. Írd át a hányadost közösleges törtként, majd tizedes törtként:

- 1) $33 : 100$; 3) $567 : 1000$; 5) $8 : 1000$;
 2) $5 : 10$; 4) $56 : 1000$; 6) $5 : 100$!

1186°. Írd át a hányadost vegyes számként, majd tizedes törtként:

- 1) $188 : 100$; 3) $1567 : 1000$; 5) $12\,548 : 1000$;
 2) $25 : 10$; 4) $1326 : 1000$; 6) $15\,485 : 100$!



1187°. Írd át a hányadost vegyes számként, majd tizedes törtként:

- 1) $1165 : 100$; 3) $2546 : 1000$; 5) $26\,548 : 1000$;
 2) $69 : 10$; 4) $1269 : 1000$; 6) $3569 : 100$!

1188°. Fejezd ki hrivnyában:

- 1) 35 kop; 2) 6 kop; 3) 12 hrn 35 kop; 4) 123 kop!



1189°. Fejezd ki hrivnyában:

- 1) 58 kop; 2) 2 kop; 3) 56 hrn 55 kop; 4) 175 kop!

1190°. Fejezd ki hrivnyában és kopijkában:

- 1) 10,34 hrn; 2) 12,03 hrn; 3) 0,52 hrn; 4) 126,05 hrn!

1191°. Fejezd ki méterekben, majd az eredményt tizedes törtként add meg:

- 1) 5 m 7 dm; 2) 15 m 58 cm; 3) 5 m 2 mm; 4) 12 m 4 dm 3 cm 2 mm!



1192°. Fejezd ki kilométerekben, majd az eredményt tizedes törtként add meg: 1) 3 km 175 m; 2) 45 km 47 m; 3) 15 km 2 m!

1193°. Fejezd ki méterekben és centiméterekben:

- 1) 12,55 m; 2) 2,06 m; 3) 0,25 m; 4) 0,08 m!

1194°. A Fekete-tenger legnagyobb mélysége 2,211 km. Fejezd ki a mélységét méterekben!

1195°. Hasonlítsd össze a törtket:

- | | | |
|-------------------|-------------------|----------------------|
| 1) 15,5 és 16,5; | 5) 4,2 és 4,3; | 9) 1,4 és 1,52; |
| 2) 12,4 és 12,5; | 6) 14,5 és 15,5; | 10) 4,568 és 4,569; |
| 3) 45,8 és 45,59; | 7) 43,04 és 43,1; | 11) 78,45 és 78,458; |
| 4) 0,4 és 0,6; | 8) 1,23 és 1,364; | 12) 2,25 és 2,243! |



1196°. Hasonlítsd össze a törtket:

- | | | |
|------------------|-------------------|----------------------|
| 1) 78,5 és 79,5; | 3) 78,3 és 78,89; | 5) 25,03 és 25,3; |
| 2) 22,3 és 22,7; | 4) 0,3 és 0,8; | 6) 23,569 és 23,568! |

1197°. Írd fel növekvő sorrendben a tizedes törtket:

- 1) 15,3; 6,9; 18,1; 9,3; 12,45; 36,85; 56,45; 36,2;
2) 21,35; 21,46; 21,22; 21,56; 21,59; 21,78; 21,23; 21,55!



1198°. Írd fel csökkenő sorrendben a tizedes törtket:

- 15,6; 15,9; 15,5; 15,4; 15,45; 15,95; 15,2; 15,35!

1199°. Fejezd ki négyzetméterekben, majd írd fel az eredményt tizedes törtként:

- 1) 5 dm²; 2) 15 cm²; 3) 5 dm² 12 cm²!

1200°. A téglalap alakú szoba hossza 90 dm, szélessége pedig 40 dm. Határozd meg a szoba területét! Az eredményt négyzetméterben add meg!

1201. Hasonlítsd össze a törtket:

- | | | |
|------------------------|-------------------------|------------------------|
| 1) 0,04 és 0,06; | 5) 1,003 és 1,03; | 9) 120,058 és 120,051; |
| 2) 402,0022 és 40,003; | 6) 1,05 és 1,005; | 10) 78,05 és 78,58; |
| 3) 104,05 és 105,05; | 7) 4,0502 és 4,0503; | 11) 2,205 és 2,253; |
| 4) 40,04 és 40,01; | 8) 60,4007 és 60,04007; | 12) 20,12 és 25, 012! |



1202. Hasonlítsd össze a törteket:

- | | |
|-------------------|-------------------------|
| 1) 0,03 és 0,3; | 4) 6,4012 és 6,404; |
| 2) 5,03 és 5,003; | 5) 450,025 és 450,2054; |
| 3) 50,3 és 5,03; | 6) 3,05 és 3,041! |

1203. Írj fel öt tizedes törtet, melyek a számegyenesen a következő törtek közé esnek:

- 1) 6,2 és 6,3; 2) 9,2 és 9,3; 3) 5,8 és 5,9; 4) 0,4 és 0,5!



1204. Írj fel öt tizedes törtet, melyek a számegyenesen a következő törtek között lesznek: 1) 3,1 és 3,2; 2) 7,4 és 7,5!

1205. Melyik két szomszédos természetes szám között helyezkednek el a következő tizedes törtek:

- 1) 3,5; 2) 12,45; 3) 125,254; 4) 125,012?

1206. Írj fel öt olyan tizedes törtet, melyek mindegyikére teljesül az egyenlőtlenség:

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| 1) $3,41 < x < 5,25$; | 3) $1,59 < x < 9,43$; |
| 2) $15,25 < x < 20,35$; | 4) $2,18 < x < 2,19$! |



1207. Írj fel öt olyan tizedes törtet, melyek mindegyikére teljesül az egyenlőtlenség:

- 1) $3 < x < 4$; 2) $3,2 < x < 3,3$; 3) $5,22 < x < 5,23$!

1208. Írd fel azt a legnagyobb tizedes törtet, melyben:

- 1) a vessző után két számjegy van, és kisebb, mint 2;
- 2) a vessző után egy számjegy van, és kisebb, mint 3;
- 3) a vessző után három számjegy van, és kisebb, mint 4;
- 4) a vessző után négy számjegy van, és kisebb, mint 1!



1209. Írd fel azt a legkisebb tizedes törtet, melyben:

- 1) a vessző után két számjegy van, és nagyobb, mint 2;
- 2) a vessző után három számjegy van, és nagyobb, mint 4!

1210. Írd fel az összes olyan számjegyet, melyekkel ha a csillagot helyettesítjük, akkor igaz egyenlőséget kapunk:

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1) $0,3 > 0,13$; | 3) $3,57 > 3,7$; | 5) $2,15 < 2,1^*$; |
| 2) $8,5^* < 8,57$; | 4) $9,3^* < 9,34$; | 6) $9,4 > 9,24$! |



1211. Milyen számjeggyel lehet helyettesíteni a csillagot, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk:

- 1) $0,3 > 0,1^*$; 2) $8,5^* < 8,7$; 3) $3,7^* > 3,7^?$

1212. Írd fel az összes olyan tizedes törtet, melynek az egész része 6, törtrésze pedig a 7 és a 8 számjegyekkel alkotott három számjegyet tartalmaz! Írd fel őket csökkenő sorrendben!

 **1213.** Írj fel hat tizedes törtet, melyeknek egész része 45, törtrészük pedig négy számjegyet tartalmaz, és ezek az 1, 2, 3, 4 számokkal egyenlők!

1214*. Hány olyan tizedes törtet lehet kialakítani, melynek az egész része 86, a törtrésze pedig három különböző számjegyből fog állni: ezek az 1, 2, 3?

1215*. Hány olyan tizedes törtet lehet kialakítani, melynek az egész része 5, a törtrésze pedig háromjegyű, és a 6, 7 számjegyekből fog állni? Írd fel ezeket a törteteket csökkenő sorrendben!

1216*. Az 50,004007 számból törölj három nullát úgy, hogy az így keletkezett szám:
1) a legnagyobb legyen; 2) legkisebb legyen!



GYAKORLATI PÉLDÁK

1217. Mérd meg milliméterekben a füzeted hosszát és szélességét, és az eredményt alakítsd át deciméterre!

1218. A testmagasságodat írd fel méterekben, tizedes törtként!

1219. Mérd meg a szobád méreteit, majd számítsd ki a területét és a területét! Az eredményt méterben és négyzetméterben add meg!



ISMÉTLŐ FELADATOK

1220. Az x mely értékeinél lesz a $\frac{13}{x}$ tört áltört?

1221. Oldd meg az egyenletet: 1) $\frac{x}{11} - \frac{7}{11} = 3\frac{7}{11}$; 2) $5\frac{4}{17} - \frac{x}{17} = 4\frac{7}{17}$!

1222. Az üzletben 714 kg almát kellene eladni. Az első napon eladták az alma $\frac{5}{17}$ -ét, a másodikon pedig az első napon eladott mennyiségnek $\frac{3}{5}$ -ét. Mennyi almát adtak el a két nap alatt?

1223. Miután a kocka élét 10 cm-rel csökkentették, egy olyan kockát kaptak, melynek térfogata 8 dm^3 . Határozd meg az eredeti kocka térfogatát!

30. §. TIZEDES TÖRTEK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

Már tudod, hogyan kell az egyenlő nevezőjű törteteket, a vegyes számokat összeadni és kivonni. Megpróbáljuk összeadni a tizedes törteteket.



1. feladat. Határozd meg a $3,12 + 8,26$ összeget!



Megoldás. A tizedes törteket átírjuk vegyes számok alakjában, és meghatározzuk az összeüket:

$$3\frac{12}{100} + 8\frac{26}{100} = (3+8) + \frac{12+26}{100} = 11\frac{38}{100}. \text{ A kapott összeget átírjuk}$$

tizedes tört alakjába: 11,38. Tehát $3,12 + 8,26 = 11,38$.

A tizedes törteket ugyanúgy helyértékes alakban írjuk fel, mint a természetes számokat. Ezért az ilyen törtek összeadását és kivonását is hasonlóan végezzük el, mint a természetes számokét. Ha a szám többjegyű, akkor ezeket a műveleteket célszerű oszlopban végezni. Ebben az esetben a tizedes törteket úgy kell felírni, hogy a tizedesvesszőik egymás alá kerüljenek. Ekkor az azonos helyi értékű számok egymás alá kerülnek – a századok a századok alá, a tizedek a tizedek alá, az egyesek az egyesek alá, a tízesek a tízesek alá és így tovább. A tizedes törteket úgy adjuk össze, hogy a tizedes vesszővel nem foglalkozunk, vagyis a természetes számokhoz hasonlóan. Az összegben a tizedesvesszőt az összeadandók vesszői alá tesszük.



2. feladat. Határozd meg a $23,6515 + 45,3342$ összeget!



Megoldás.

$$\begin{array}{r} + 23,6515 \\ 45,3342 \\ \hline 68,9857 \end{array}$$

Jegyezd meg!**A tizedes törtek összeadásának szabálya.**

Ahhoz, hogy meghatározzuk két tizedes tört összegét:

- 1) a törtet úgy kell egymás alá írni, hogy a vesszők egymás alá kerüljenek;
- 2) a tizedes vessző figyelmen kívül hagyásával elvégezni az összeadást;
- 3) az összeadandókban szereplő vesszők alá a tizedesvesszőt kitesszük az összegben is.

Össze lehet-e adni az olyan tizedes törteket, melyek különböző számú számjegyekből állnak? Igen. Az ilyen törtek összeadásához azt a törtet, amelyben kevesebb számjegy van a tizedesvessző után, jobbról annyi nullával egészítjük ki, hogy a két tört számjegyei megegyezzenek. Ezután az előző szabály szerint elvégezzük az összeadást. Lássunk erre egy példát.

3. feladat. Határozd meg az 5,31254 és 15,42 számok összegét!

Megoldás. Mivel az 5,31254 számban a tizedes vessző után 5 számjegy van, és a 15,42-nél pedig csak 2, ezért kiegyenlítjük a tizedesjegyeik számát. A második összeadandót átírjuk a következő alakban: $15,42 = 15,42000$. Ekkor:

$$\begin{array}{r} 15,42000 \\ + 5,31254 \\ \hline 20,73254 \end{array}$$

Figyeld meg!

A természetes számok összeadásához hasonlóan a tizedes törtek esetén is alkalmazhatók a felcserélhetőségi és csoportosítási törvények.

A tizedes törtek kivonásának művelete hasonlóan történik, mint a tizedes törtek összeadása.

Jegyezd meg!**A tizedes törtek kivonásának szabálya.**

Ahhoz, hogy meghatározzuk két tizedes tört különbségét:

- 1) a törtet úgy kell egymás alá írni, hogy a vesszők egymás alá kerüljenek;
- 2) a tizedes vessző figyelmen kívül hagyásával el kell végezni a kivonást;
- 3) a kisebbítendőben és a kivonandóban szereplő vesszők alá a tizedesvesszőt kitesszük a kapott különbségben is.

 Ki lehet-e vonni a tizedes törtet, ha különböző számú számjegyekből áll a törtrészük? Igen. Lássunk erre is egy példát.

 **4. feladat.** Határozd meg a $9,5 - 3,128$ számok különbségét!

 **Megoldás.**

$$\begin{array}{r} 9,500 \\ - 3,128 \\ \hline 6,372 \end{array}$$



Tudj meg többet!

Mihajlo Vasziljovics Osztrohradszkij

kiemelkedő ukrán matematikus kisnemesi családban született a poltavai kormányzóság Kobeljacki kerületéhez tartozó Pasenna faluban (ma Poltava megye Kozelscsinszki járása). 1816–1820 között a harkivi egyetemen tanult, 1822–1828 között Párizsban a Collège de France-ban folytatta tanulmányait. Legtöbbet Franciaországban és Oroszországban dolgozott. 1828-tól a pétervári egyetem professzora lett. Laplace, Ampère tanítványa volt. Dolgozott IV. Henrik kollégiumának tanáráként (Párizsban), a pétervári egyetem professzora és a tengerész kadétiskola tanáráként is tevékenkedett. Megválasztották a Párizsi Tudományos Akadémia külső tagjává, emellett tagja volt az orosz, a torinói, a római és az amerikai akadémiának is. A számelmélet, algebra, valószínűség-számítás terén elért tudományos eredményeit az egész világ ismeri. Szoros kapcsolatot ápolt Tarasz Sevcsenkóval is. Az UNESCO 2001-ben Osztrohradszkijt a világ legismertebb matematikusai közé sorolta.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKATI!

1. Fogalmazd meg a tizedes törtök összeadásának szabályát!
2. Az összeadás mely törvényei alkalmazhatók a tizedes törtök összeadásánál is?
3. Hogyan lehet összeadni olyan tizedes törtet, melyek különböző számú számjegyeket tartalmaznak a vessző után?

4. Fogalmazd meg a tizedes tört kivonásának szabályát!
 5. Hogyan lehet kivonni olyan tizedes törtet, melyek különböző számú számjegyeket tartalmaznak a vessző után?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

1224°. Igaz-e, hogy a 2,1 és 3,5 tört összege egyenlő:

- 1) 56; 2) 5,06; 3) 5,6; 4) 2,135?

1225°. Ellenőrizd az összeadás helyességét:

- 1)
$$\begin{array}{r} 2,35 \\ + 6,4 \\ \hline 8,75; \end{array}$$
 2)
$$\begin{array}{r} 2,3\ 5 \\ + 6,4 \\ \hline 2,9\ 9; \end{array}$$
 3)
$$\begin{array}{r} 2,3\ 5 \\ + 6,4 \\ \hline 2\ 9,9! \end{array}$$

1226°. Igaz-e, hogy a 9,7 és 3,2 tört különbsége egyenlő:

- 1) 65; 2) 12,9; 3) 9,38; 4) 6,5?

1227°. Ellenőrizd a kivonás helyességét:

- 1)
$$\begin{array}{r} 46,97 \\ - 2,4 \\ \hline 44,57; \end{array}$$
 2)
$$\begin{array}{r} 46,9\ 7 \\ - 2,4 \\ \hline 46,7\ 3; \end{array}$$
 3)
$$\begin{array}{r} 4\ 6,97 \\ - 2,4 \\ \hline 2\ 2,97! \end{array}$$

1228°. Határozd meg az összeget:

- 1) $3 + 0,5$; 3) $4 + 3,87$; 5) $0,2 + 78$;
 2) $5 + 0,25$; 4) $0,4 + 5$; 6) $0,87 + 56$!

1229°. Számítsd ki szóban:

- 1) $3,3 + 1,5$; 3) $4,7 + 2,2$; 5) $5,2 + 78,1$;
 2) $2,5 + 0,3$; 4) $4,4 + 5,2$; 6) $11,8 + 15,1$!

1230°. Számítsd ki:

- 1)
$$\begin{array}{r} 13,45 \\ + 2,42 \\ \hline \end{array}$$
 2)
$$\begin{array}{r} 47,26 \\ + 5,41 \\ \hline \end{array}$$
 3)
$$\begin{array}{r} 147,78 \\ + 2,45 \\ \hline \end{array}$$
 4)
$$\begin{array}{r} 2652,19 \\ + 2145,45 \\ \hline \end{array}$$

1231°. Számítsd ki:

- 1) $2,9 + 3,7$; 7) $145,154 + 125,548$; 13) $10,008 + 1,005$;
 2) $5,3 + 2,8$; 8) $25,1456 + 12,1256$; 14) $1,025 + 3,105$;
 3) $19,14 + 15,25$; 9) $2,1205 + 3,1045$; 15) $105,004 + 120,508$;
 4) $25,45 + 48,19$; 10) $5,2564 + 2,1498$; 16) $2,1006 + 12,0056$;
 5) $15,148 + 12,125$; 11) $54,58 + 13,05$; 17) $12,0005 + 3,0045$;
 6) $12,125 + 13,145$; 12) $20,86 + 23,09$; 18) $50,2004 + 2,1007$!



1232°. Számítsd ki:

- 1) $1,8 + 2,5$; 4) $15,456 + 11,256$; 7) $23,1458 + 11,1154$;
 2) $15,16 + 54,36$; 5) $14,458 + 23,478$; 8) $3,1085 + 4,7089$;
 3) $12,87 + 12,11$; 6) $156,478 + 569,123$; 9) $4,5809 + 1,9876$!

1233°. Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $2,31 + (17,65 + 8,69)$; 3) $(15,302 + 7,279) + 1,419$;
 2) $0,387 + (12,613 + 9,142)$; 4) $(28,243 + 27,107) + 2,77!$



1234°. Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $(7,891 + 3,9) + (16,01 + 2,109)$; 2) $14,537 + (2,143 + 5,9)!$

1235°. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $x - 2,5 = 1,8$; 4) $x - 32,5 = 105,84$;
 2) $x - 7,3 = 15,9$; 5) $x - 12,7 = 234,69$;
 3) $x - 85,75 = 38,96$; 6) $x - 123,56 = 34,23!$



1236°. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $x - 3,6 = 2,9$; 3) $x - 36,59 = 78,91$;
 2) $x - 75,8 = 23,9$; 4) $x - 13,506 = 304,234!$

1237°. Az egyik részlegről 85,69 t búzát takarítottak be, a másíkról pedig 26,3 t-val többet. Hány tonna búzát takarítottak be a két mezőről összesen?



1238°. A téglalap szélessége 9,56 cm, a hossza pedig 3,3 cm-rel nagyobb. Határozd meg a területét!

1239°. Az 5. A osztály 56,89 kg papírhulladékot gyűjtött, az 5. B pedig 12,065 kg-mal többet. Mennyi papírhulladékot gyűjtött a két osztály összesen?

1240°. A kisebbítendő 12,58, a különbség pedig 2,569. Határozd meg a kivonandót!



1241°. A kisebbítendő 45,02, a különbség pedig 0,009. Határozd meg a kivonandót!

1242°. Számítsd ki szóban:

- 1) $3,8 - 1,5$; 3) $4,7 - 2,2$; 5) $98,2 - 78,1$;
 2) $2,5 - 0,3$; 4) $9,4 - 5,3$; 6) $21,8 - 17,3!$

1243°. Számítsd ki:

- 1) $\begin{array}{r} 23,95 \\ - 2,32 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 48,86 \\ - 3,51 \\ \hline \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 258,98 \\ - 4,25! \\ \hline \end{array}$

1244°. Határozd meg a különbséget:

- 1) $9,3 - 3,7$; 7) $35,1456 - 11,1256$; 13) $56,456 - 25,256$;
 2) $29,14 - 15,55$; 8) $8,1205 - 4,1045$; 14) $104,45 - 92,478$;
 3) $95,35 - 38,29$; 9) $5,2564 - 2,1498$; 15) $789,4 - 569,123$;
 4) $15,148 - 12,125$; 10) $3,08 - 1,51$; 16) $29,14 - 11,1154$;
 5) $22,105 - 14,345$; 11) $89,16 - 54,36$; 17) $8,1085 - 0,708$;
 6) $145,154 - 125,548$; 12) $33,87 - 12,11$; 18) $7,5809 - 2,98!$



1245°. Számítsd ki:

- 1) $7,8 - 6,9$; 4) $129 - 9,72$; 7) $8,1 - 5,46$;
 2) $24,2 - 0,867$; 5) $3 - 0,007$; 8) $0,02 - 0,0156$;
 3) $1 - 0,999$; 6) $425 - 2,647$; 9) $83 - 82,877!$

1246°. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $x + 4,5 = 9,8$; 3) $x + 85,75 = 96,96$; 5) $x + 10,4 = 456,73$;
2) $x + 5,2 = 18,9$; 4) $x + 65,3 = 115,89$; 6) $x + 123,6 = 156,03$!



1247°. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $x + 8,8 = 9,9$; 3) $x + 25,45 = 83,89$;
2) $x + 45,3 = 87,7$; 4) $x + 103,7 = 109,58$!

1248°. A kisebbítendő egyenlő 125,6, a különbség pedig 6,8. Határozd meg a kivonandót!



1249°. A kisebbítendő egyenlő 45,1546, a kivonandó pedig 2,0156. Határozd meg a különbséget!

1250°. Egy 29,8 m hosszú selyemszalagból levágtak 5,45 m-t. Hány méter szalag maradt?



1251°. Andris 1,56 m magas. Anti 0,06 m-rel nagyobb, mint Andris, Ilonka pedig Antitől alacsonyabb 0,25 cm-rel. Milyen magas Anti és Ilona?

1252°. Három tört összege 125,56, közülük kettő 15,6 és 25,33. Határozd meg az ismeretlen törtet!

1253°. Határozd meg a háromszög területét, ha egyik oldala 25,3 cm, a másik 1,5 cm-rel hosszabb, mint az első, a harmadik pedig 1,2 cm-rel rövidebb a másikonál!

1254°. Az egyik traktoros 28,7 ha földet szántott fel, ami 5,38 ha-ral kevesebb a másik traktoros által felszántott területnél. Hány hektárt szántott fel a két traktoros együtt?

1255. Határozd meg az összeget:

- 1) $5,19 + 7,81 + 3,58$; 4) $100,308 + 120,603 + 119,609$;
2) $0,38 + 12,63 + 9,64$; 5) $105,09 + 1147,001 + 2,879$;
3) $15,109 + 17,081 + 23,508$; 6) $10,348 + 125,3 + 1019,789$!



1256. Határozd meg az összeget:

- 1) $8,91 + 3,92 + 36,02$; 3) $800,901 + 303,092 + 360,007$;
2) $45,37 + 22,45 + 85,09$; 4) $405,303 + 220,045 + 805,102$!

1257. Számítsd ki:

- 1) $15,19 - 10,11 - 4,56$; 4) $705,308 - 520,723 - 100,585$;
2) $180,3 - 152,6 - 19,4$; 5) $2569,9 - 25,1056 - 2112,7944$;
3) $105,129 - 100,081 - 2,408$; 6) $510,3 - 1,253 - 101,047$!



1258. Számítsd ki:

- 1) $158,97 - 113,55 - 10,03$; 3) $1256,803 - 1021,032 - 235,771$;
2) $405,45 - 202,65 - 15,08$; 4) $5255,336 - 2365,077 - 2125,119$!

1259. Számítsd ki:

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------|
| 1) $2,31 + 17,65 - 8,69$; | 4) $14,537 - (2,145 + 5,392)$; |
| 2) $0,387 + (12,613 - 9,142)$; | 5) $15,302 + 7,879 - 1,321$; |
| 3) $7,891 + 3,9 - (16,01 - 2,109)$; | 6) $28,243 + 27,17 - 2,713$! |

 **1260.** Számítsd ki:

- | | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| 1) $12,51 - (19,85 - 8,79)$; | 3) $3,789 + 7,8 + 23,02 - 4,109$; |
| 2) $0,974 + (20,258 - 7,232)$; | 4) $19,807 - (4,165 + 7,602)$! |

1261. Oldd meg az egyenletet:

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1) $(x + 5,5) - 7,9 = 12,35$; | 4) $150,705 - (x + 10,09) = 100,305$; |
| 2) $(x - 13,78) + 27,6 = 105,56$; | 5) $(x - 105,01) - 0,99 = 199$; |
| 3) $15,45 + (x - 96,37) = 102,3$; | 6) $(x - 50,47) - 107,3 = 58,63$! |

 **1262.** Oldd meg az egyenletet:

- | | |
|------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $(x + 3,8) - 5,4 = 72,85$; | 3) $10,36 + (x - 56,051) = 120,309$; |
| 2) $(x - 23,58) + 37,6 = 150,78$; | 4) $35,56 - (x + 12,07) = 18,49$! |

1263. Hogyan fog megváltozni az összeg, ha:

- 1) az egyik összeadandót 7,2-del, a másikat pedig 3,15-dal növelik;
- 2) az egyik összeadandót 17,02-dal növelik, a másikat pedig 3,05-dal csökkentik?

 **1264.** Hogyan fog megváltozni a különbség, ha:

- 1) a kisebbítendőt 13,7-del növelik, a kivonandót pedig 4,5-del növelik;
- 2) a kisebbítendőt 2,45-dal, a kivonandót pedig 10,07-dal csökkentik?

1265. A 102,3 és a 15,06 számok összege mennyivel lesz kisebb, mint a 155,78 és mennyivel nagyobb mint 13,258?

 **1266.** A 145,258 és a 12,362 számok összege mennyivel nagyobb, mint a 125,6 és a 13,56 különbsége és mennyivel kisebb, mint 987,62?

1267. Egy kötelet öt darabra vágta. Az egyik darab 4,2 m-rel hosszabb, mint a másik, de 2,3 m-rel rövidebb, mint a harmadik. A negyedik darab 3,7 m-rel hosszabb, mint az ötödik, de a harmadiknál 1,3 m-rel rövidebb. Milyen hosszú egy-egy darab, ha a negyedik közülük 7,8 m?

 **1268.** Határozd meg az ABC háromszög területét, ha $AB = 2,8$ cm, BC pedig 0,8 cm-rel nagyobb, mint az AB , de 1,1 cm-rel kisebb az AC oldalnál!

1269. A helikopter által felemelt teher, 5,89 t-val kisebb a gép tömegénél. Mennyi a helikopter tömege, ha a teherrel együtt 2,324 t a tömegük?

 **1270.** A 12,35 m hosszú csövet két részre vágta. Az egyik rész hossza 3,78 m. Mennyivel hosszabb a másik rész az elsőnél?

1271. A hőlégballon a következő részekből áll: kupolából, ami maga a ballon, az utasok és a teher szállítására szolgáló gondolából és az égőfejből, ami a ballon levegőjét melegíti. A gondola tömege 0,23 t, ami a kupola tömegénél 0,33 t-val könnyebb, de az égőfejnél 0,16 t-val nehezebb. Mennyi a hőlégballon tömege?

1272*. Határozd meg az $a - c$ különbséget és a p értékét, ha:

1) $a = 102,35$, $c = 25,65 - 2,3$, $p = 10,3 - 2,6$;

2) $a = 100,305 - 56,25$, $c = 20,05 + 3,003$, $p = 4,506$!

1273*. Helyettesítsd a $*$ -ot a „+” vagy „-” jelekkel, hogy igaz egyenlőséget kapjunk:

1) $3,78 * 12,921 * 11,01 = 5,691$; 2) $7,17 * 5,92 * 12,008 = 13,258$!

1274*. A csillagokat helyettesítsd számjegyekkel úgy, hogy a kijelölt műveletek igazak legyenek:

$$\begin{array}{r} 1) + \quad *,8*4 \\ \quad \underline{14,72*} \\ \quad *0,*84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) - \quad 17,*4 \\ \quad \quad \underline{**,*5*} \\ \quad \quad 5,23! \end{array}$$

1275*. A csillagokat helyettesítsd számjegyekkel úgy, hogy a kijelölt műveletek igazak legyenek:

$$\begin{array}{r} 1) + \quad 72,** \\ \quad \quad \underline{1*,59} \\ \quad \quad *2,69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) - \quad 9*,7*5 \\ \quad \quad \quad \underline{*4,*6*} \\ \quad \quad \quad 34,841! \end{array}$$

1276*. Gondolj egy bármilyen számra, szorozd meg 2-vel és a szorzathoz adj 15-öt. A kapott összeget oszd el 2-vel és a hányadosból vond ki a gondolt számot. Az eredmény 7,5 lesz. Az eredmény meghatározására állíts fel képletet!



GYAKORLATI PÉLDÁK

1277. Állíts össze feladatot, és oldd is meg:

1) a tizedes törtek összeadására;

2) a tizedes törtek kivonására!

1278. Ilona segít az édesanyjának kenyeret sütni. A recept szerint vízén kívül 600 g lisztre, 20 g vajra, 25 g tejporra, 7 g sóra, 20 g cukorra és 7 g élesztőre van szükség. Hány gramm alapanyagot használt fel Ilona a kenyér elkészítéséhez? Az eredményt kilogrammokban is add meg!

1279. Rajzolj a füzetbe egy háromszöget! Mérd meg az oldalait centiméterben, és határozd meg a területét méterben!



ISMÉTLŐ FELADATOK

1280. Hasonlítsd össze a törteket:

- 1) 0,03 és 0,09; 2) 204,05 és 205,05; 3) 42,03 és 40,3!

1281. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $\frac{x}{9} - \frac{7}{9} = 5\frac{7}{9}$; 2) $7\frac{4}{15} - \frac{x}{15} = 3\frac{7}{15}$; 3) $5\frac{18}{19} + \frac{x}{19} = 9\frac{15}{19}$!

1282. A fővárosi kirándulásra 12 tanuló jelentkezett, ami az osztály létszámának $\frac{3}{8}$ -ad része. Hány tanuló jár ebbe az osztályba?

1283. Katinka gondolt egy számot, melyet először $2\frac{3}{13}$ -dal növelt,

majd $1\frac{2}{13}$ -dal csökkentett. Milyen számra gondolt Katinka, ha

eredményül $8\frac{5}{13}$ -ot kapott?

31. §. TIZEDES TÖRTEK SZORZÁSA

Már tudod, hogy az egyenlő összeadandók összeadása a természetes számok szorzásával helyettesíthető. A tizedes törtokről ilyen nem mondhatunk, mivel az összeadandók darabszáma nem lehet törtszám. Azonban, ha az összeadandók egyenlő törtek, akkor az összeadásuk helyettesíthető szorzással, mégpedig a tört természetes számmal történő szorzásával.



1. feladat. Az erdei kiránduláshoz készülve 3 doboz 0,5 kg-os zefírt vásároltak. Hány kilogramm zefírt vásároltak a kiránduláshoz?

Megoldás. Ahhoz, hogy meghatározzuk a keresett zefír tömegét, ki kell számítani az összeget: $0,5 + 0,5 + 0,5 = 1,5$ (kg). Tehát a kiránduláshoz 1,5 kg zefírt vásároltak.

A feladat megoldása során három egyenlő összeadandó összegét határoztuk meg. Ezért az összeadás műveletét helyettesíteni lehet a következő művelettel: $0,5 \cdot 3$. Ez a szorzat 1,5-tel lett egyenlő, vagyis $0,5 \cdot 3 = 1,5$. Valóban,

$0,5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$. Tehát grammokban azt kapjuk, hogy:
 $500 \cdot 3 = 1500 \text{ (g)}$, ami kilogrammokban $1,5 \text{ kg}$.

A gyakorlatban gyakran szükséges két törtszám szorzatának meghatározása is. Megvizsgálunk egy példát:



2. feladat. A téglalap alakú táblagép képernyőjének méretei $8,7 \text{ cm}$ és $15,5 \text{ cm}$. Határozd meg a képernyő területét!

Megoldás. Ahhoz, hogy meghatározzuk a képernyő területét, ki kell számítani annak a téglalapnak a területét, melynek méretei $8,7 \text{ cm}$ és $15,5 \text{ cm}$.

$$S = 8,7 \cdot 15,5 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Átalakítjuk milliméterekké ennek a téglalapnak a szélességét és a hosszúságát: $8,7 \text{ cm} = 87 \text{ mm}$ és a $15,5 \text{ cm} = 155 \text{ mm}$. Ekkor $S = 87 \cdot 155 = 13\,485 \text{ (mm}^2\text{)}$. Mivel $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$, ezért $1 \text{ mm}^2 =$

$$= \frac{1}{100} \text{ cm}^2. \text{ Tehát, } 13\,485 \text{ mm}^2 = \frac{13485}{100} \text{ cm}^2 = 134 \frac{85}{100} \text{ cm}^2 =$$

$$= 134,85 \text{ cm}^2.$$

 Meg lehet-e úgy is határozni a zefír tömegét, a képernyő területét, hogy ne alakítsuk a mértékegységeket kisebb egységekké? Igen.

Figyeld meg, hogy az 1. feladatban az eredményhez úgy jutunk, hogy az 5 és a 3 számokat összeszorozzuk, majd megkapva a 15-öt, jobbról 1 számjegyet tizedes vesszővel leválasztunk. A második feladatban a 87 és a 155 összeszorozása során kapott 13 485 szorzatból úgy kapjuk meg a 134,85-t, hogy jobbról 2 számjegyet tizedes vesszővel leválasztunk a szorzatból. Vedd észre, hogy ugyanannyi számjegy van a tizedesvessző után, mint a két tényezőben összesen.



Jegyezd meg!

A tizedes törtek szorzásának szabálya.

Ahhoz, hogy meghatározzuk két tizedes tört szorzatát:

- 1) a tizedes törteket úgy kell összeszorozni mint a természetes számokat, a tizedesvesszőt figyelmen kívül hagyva;
- 2) a kapott szorzatban jobbról annyi tizedesjegyet jelölünk, amennyi a két tényezőben összesen van.

Több számjegyű tizedes törtek szorzásakor számjegyeiket egymás alá írjuk és így végezzük el a szorzást. Elsőként rendszerint a több számjegyet tartalmazó tizedes számot írjuk fel. A második számot úgy írjuk alá, hogy ennek az utolsó számjegye az első tényező utolsó számjegye alatt legyen. Például:

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \times 12,3456 \\
 \quad \quad \quad 312 \\
 \hline
 \quad 246912 \\
 + 123456 \\
 \hline
 370368 \\
 \hline
 385,18272
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2) \quad \times 25,139 \\
 \quad \quad \quad 00405 \\
 \hline
 \quad 125695 \\
 + 100556 \\
 \hline
 1,0181295
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3) \quad \times 0,326 \\
 \quad \quad \quad 012 \\
 \hline
 \quad \quad 652 \\
 + 326 \\
 \hline
 0,03912
 \end{array}$$

Előfordulhat-e, hogy a szorzat számjegyeinek száma kevesebb, mint ahányat le kell vesszővel választani? Igen. Ekkor annyi nullát írunk a szorzat elé, ahány szükséges, és a szorzás szabálya szerint kitesszük a tizedes vesszőt, mint a 3. példában.

Különlegesek azok az esetek, amikor a tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel, illetve 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del szorozzuk. Ilyenkor a következő szabályokat alkalmazzuk.

Jegyezd meg!

Ahhoz, hogy megszorozzuk a tizedes törtet:

- 1) 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ..., a tizedesvesszőt annyi számjeggyel visszük jobbra, ahány nulla van az 1-es után a szorzótényezőben;
- 2) 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del, ..., a tizedesvesszőt annyi számjeggyel visszük balra, ahány nulla van a vessző után a szorzótényezőben.

Például:

$$\begin{aligned} 128,543 \cdot 10 &= 1285,43; & 128,543 \cdot 0,1 &= 12,8543; \\ 128,543 \cdot 100 &= 12\,854,3; & 128,543 \cdot 0,01 &= 1,28543; \\ 128,543 \cdot 1000 &= 128\,543; & 128,543 \cdot 0,001 &= 0,128543. \end{aligned}$$

☀ Meg lehet-e határozni a szám törtrészét? Igen.



3. feladat. Az iskolai étkezdében 200 fánkot sütöttek. Az 5. A osztály tanulói megették ennek a 0,15 részét. Hány fánkot ettek meg az osztály tanulói?



Megoldás. Felírjuk röviden a feladatot.

Sütöttek – 200 db – 1

Megették – ? – 0,15

Tegyük fel, hogy a tanulók megették x fánkot. Ekkor $x : 0,15 = 200 : 1$. Innen $x = 200 \cdot 0,15$ és $x = 30$ (db). Tehát az 5. A osztály tanulói 30 fánkot ettek meg.



Figyeld meg!

Ahhoz, hogy meghatározzuk a szám törtrészét, az adott számot meg kell szorozni a tizedes törttel.



Tudj meg többet!

Hüpatia az ismert görög tudós, Theón lánya. Alexandriában született és ott is élt (370–415). Hüpatia volt az első női matematikus, filozófus, csillagász, orvos. 406-ban felkérték, hogy tartson előadásokat az alexandriai iskolában. Sokoldalú műveltségét az akkori világ összes tudósa elismerte. Diophantos *Aritmetikájához* és Apollóniosz *Konikájához* írt magyarázatokat. Sajnos a tudományos művei nem maradtak fenn. Azonban a hálás utókor nem felejtí el, és nagyra értékeli a tudomány fejlődésére gyakorolt hatását. Hüpatia nevét viseli a Hold egyik krátere, róla neveztek el egy 1884-ben felfedezett aszteroidát, mely a 238-as számot kapta.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Fogalmazd meg a tizedes törtek szorzásának szabályát!
2. Mit kell akkor tenni, ha a szorzatban kevesebb számjegy van, mint amennyit vesszővel le kell választani?
3. Hogyan szorzunk tizedes törtet 10-zel? 100-zal? 1000-rel?
4. Hogyan szorzunk törtet 0,1-del? 0,01-dal? 0,001-del?
5. Hogyan határozzuk meg a szám törttrészét?

**OLDD MEG A FELADATOKAT!**

1284°. Hány tizedesjegyet tartalmaz a szorzat:

- | | |
|-------------------------|------------------------------|
| 1) $2,12 \cdot 2,3$; | 4) $125,2589 \cdot 1,258$; |
| 2) $14,3 \cdot 2,156$; | 5) $12,0145 \cdot 2154,2$; |
| 3) $125,2 \cdot 1,2$; | 6) $154,1256 \cdot 2,3256$? |

1285°. Ismert, hogy $25 \cdot 13 = 325$. Hova kell tenni a tizedesvesszőt, hogy a szorzás helyesen legyen elvégezve:

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| 1) $2,5 \cdot 13 = 325$; | 2) $0,25 \cdot 13 = 325$? |
|---------------------------|----------------------------|

1286°. Melyik oldalra kell átvinni a tizedesvesszőt, ha a tizedes törtet megszorozzuk:

- | | | | |
|------------|-------------|--------------|----------------|
| 1) 10-zel; | 2) 100-zal; | 3) 1000-rel; | 4) 10 000-rel? |
|------------|-------------|--------------|----------------|

1287°. Hány számjeggyel visszük jobbra a tizedesvesszőt, ha a tizedes törtet: 1) 10-zel; 2) 100-zal; 3) 1000-rel; 4) 10 000-rel szorozzuk?

1288°. Melyik oldalra kell eltolni a tizedesvesszőt, ha a tizedes törtet megszorozzuk: 1) 0,1-del; 2) 0,01-dal; 3) 0,001-del; 4) 0,0001-del?

1289°. Hány számjeggyel kerül balra a tizedesvessző, ha a tizedes törtet: 1) 0,1-del; 2) 0,01-dal; 3) 0,001-del; 4) 0,0001-del szorozzuk?

1290°. Számítsd ki fejben: 1) $6 \cdot 0,6$; 2) $5 \cdot 0,3$; 3) $7 \cdot 0,4$; 4) $12 \cdot 0,2$!

1291°. Növeld a tizedes törtet kétszeresére:

- | | | | | | |
|---------|---------|---------|-----------|----------|-----------|
| 1) 0,6; | 2) 1,2; | 3) 1,6; | 4) 10,52; | 5) 0,08; | 6) 12,25! |
|---------|---------|---------|-----------|----------|-----------|

1292°. Írd át az összeget szorzatként, és végezd el a szorzást:

- | |
|--|
| 1) $4,78 + 4,78 + 4,78 + 4,78 + 4,78$; |
| 2) $28,03 + 28,03 + 28,03 + 28,03 + 28,03 + 28,03$! |

1293°. Határozd meg a szorzatot:

- | | | |
|------------------------|------------------------|--------------------------|
| 1) $8,9 \cdot 6$; | 6) $25,85 \cdot 98$; | 11) $125,68 \cdot 45$; |
| 2) $3,75 \cdot 12$; | 7) $9,3 \cdot 8$; | 12) $12,385 \cdot 56$; |
| 3) $0,075 \cdot 24$; | 8) $5,65 \cdot 23$; | 13) $154,365 \cdot 23$; |
| 4) $10,45 \cdot 42$; | 9) $0,065 \cdot 36$; | 14) $135,618 \cdot 55$; |
| 5) $137,64 \cdot 35$; | 10) $12,35 \cdot 42$; | 15) $652,385 \cdot 45$! |

**1294°.** Határozd meg a szorzatot:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $7,3 \cdot 8$; | 5) $256,67 \cdot 65$; | 9) $120,35 \cdot 2$; |
| 2) $4,35 \cdot 16$; | 6) $28,95 \cdot 89$; | 10) $105,32 \cdot 56$; |
| 3) $0,036 \cdot 68$; | 7) $7,3 \cdot 9$; | 11) $104,305 \cdot 16$; |
| 4) $15,25 \cdot 56$; | 8) $25,46 \cdot 25$; | 12) $130,608 \cdot 505$! |

1295°. Ismert, hogy $354 \cdot 29 = 10\,266$. Úgy helyezd el a tizedes vesszőt, hogy a szorzás helyes legyen:

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1) $3,54 \cdot 29 = 10266$; | 3) $3,54 \cdot 0,29 = 10266$; |
| 2) $35,4 \cdot 2,9 = 10266$; | 4) $3,54 \cdot 2,9 = 10266$! |

1296°. Ellenőrizd, hogy Jancsi helyesen végezte-e el a szorzást:

$$\begin{array}{r} 1)_{\times} 38,557 \\ \quad \underline{405} \\ + 192\,785 \\ \hline 1542\,28 \\ 173,5065 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2)_{\times} 1402,5 \\ \quad \underline{12,5} \\ 7012\,5 \\ + 28050 \\ \hline 14025 \\ 175312,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3)_{\times} 6,5419 \\ \quad \underline{2,8} \\ + 52335\,2 \\ \hline 130838 \\ 18,31732! \end{array}$$

1297°. Számítsd ki:

- | | | |
|------------------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $6,3 \cdot 8,5$; | 4) $23,25 \cdot 7,3$; | 7) $10,36 \cdot 85,2$; |
| 2) $4,15 \cdot 1,6$; | 5) $2,56 \cdot 5,4$; | 8) $122,361 \cdot 4,7$; |
| 3) $1,025 \cdot 6,8$; | 6) $32,96 \cdot 7,9$; | 9) $302,16 \cdot 2,915$! |

**1298°.** Számítsd ki:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1) $2,8 \cdot 3,5$; | 3) $25,15 \cdot 4,8$; | 5) $23,78 \cdot 98,3$; |
| 2) $5,25 \cdot 4,7$; | 4) $20,53 \cdot 4,8$; | 6) $255,789 \cdot 6,8$! |

1299°. Határozd meg a következő számok szorzatát:

- | | | |
|----------------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $0,3 \cdot 7,5$; | 4) $0,04 \cdot 11,6$; | 7) $0,056 \cdot 0,3$; |
| 2) $0,8 \cdot 2,5$; | 5) $0,05 \cdot 12,5$; | 8) $0,087 \cdot 125,43$; |
| 3) $1,7 \cdot 0,2$; | 6) $0,08 \cdot 24,5$; | 9) $0,096 \cdot 0,9$! |

**1300°.** Határozd meg a következő számok szorzatát:

- | | | |
|----------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1) $0,8 \cdot 2,5$; | 3) $0,06 \cdot 36,3$; | 5) $0,045 \cdot 0,6$; |
| 2) $0,7 \cdot 2,4$; | 4) $0,04 \cdot 102,3$; | 6) $0,706 \cdot 105,03$! |

1301°. Ellenőrizd, helyesen végezték-e el a szorzást:

- | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $25,5 \cdot 10 = 255$; | 4) $125,25 \cdot 100 = 1,2525$; |
| 2) $256,258 \cdot 100 = 25\,625,8$; | 5) $12,135 \cdot 1000 = 0,12165$; |
| 3) $0,125 \cdot 1000 = 125$; | 6) $125,5 \cdot 10 = 12,55$! |

1302°. Számítsd ki fejben:

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| 1) $1,6 \cdot 10$; | 3) $2,45 \cdot 100$; |
| 2) $2,25 \cdot 10$; | 4) $135,258 \cdot 100$! |

1303°. Ellenőrizd, helyesen végezték-e el a szorzást:

- 1) $25,5 \cdot 0,1 = 2,55$; 4) $1235,25 \cdot 0,001 = 1,23525$;
 2) $256,258 \cdot 0,01 = 2,56258$; 5) $12,135 \cdot 0,01 = 0,12165$;
 3) $21,25 \cdot 0,1 = 212,5$; 6) $125,5 \cdot 0,01 = 1,255$!

1304°. Számítsd ki szóban:

- 1) $12,6 \cdot 0,1$; 2) $12,45 \cdot 0,01$; 3) $1252,45 \cdot 0,001$; 4) $132,58 \cdot 0,01$!

1305°. A 41. táblázat adatai alapján határozd meg a kifejezések értékeit!

41. táblázat

a	0,04	0,12	4,25	5,02	10,1	100,02	142,02
$1000a$							
$0,001a$							



1306°. A 42. táblázat adatai alapján határozd meg a kifejezések értékeit!

42. táblázat

a	0,03	0,6	2,43	4,07	10,005	100,001	125,03
$100a$							
$0,001a$							

1307°. Mennyivel kell megszorozni: 1) a 2,58-at, hogy 258-at; 2) a 0,008-et, hogy 8-at; 3) 120,03-at, hogy 1200,3-et kapjál?

1308°. Mennyivel kell megszorozni: 1) a 25,8-et, hogy 2,58-at; 2) a 5089-et, hogy 50,89-et; 3) 1200,3-et, hogy 1,2003-det kapjál?

1309°. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $x : 5 = 15,8$; 4) $x : 1,2 = 12,58$;
 2) $x : 8 = 120,83$; 5) $x : 10,23 = 102,508$;
 3) $x : 125 = 1025,803$; 6) $x : 1,03 = 1,0258$!



1310°. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $x : 3 = 25,7$; 3) $x : 11,3 = 102,508$;
 2) $x : 3 = 125,59$; 4) $x : 1,33 = 1,008$!

1311°. Határozd meg a nyolcszög területét, ha mindegyik oldal hossza 4,65 cm!



1312°. A körtével megrakott ládák mindegyike 32,15 kg. Határozd meg 123 ilyen láda tömegét!

1313°. Határozd meg annak a téglalapnak a területét, melynek oldalai 19,4 dm és 8,22 dm!

 **1314°.** A padló hossza 12,23 m, szélessége pedig 7,02 m. Mennyi a padló területe?

1315°. 1 kg friss málnából 0,17 kg szárított málnát kapunk. Hány kilogramm szárított málna lesz 10 kg frissből?

1316°. A vonat sebessége 83 km/óra. Mekkora távolságot tesz meg a vonat: 1) 10 óra; 2) 0,1 óra; 3) 2,8 óra; 4) 3,5 óra; 5) 0,7 óra alatt?

1317°. A kötelet két részre vágták. Az egyik darab hossza 12,3 m, a másiké pedig 3-szor nagyobb. Határozd meg a kötél eredeti hosszát!

1318°. Határozd meg:

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1) 350-nek a 0,2-ét; | 4) 80-nek a 0,8-dét; | 7) 37-nek a 0,37-dát; |
| 2) 160-nek a 0,5-ét; | 5) 45-nek a 0,25-át; | 8) 810-nek a 0,18-át; |
| 3) 70-nek a 0,7-ét; | 6) 200-nek a 0,53-át; | 9) 600-nek a 0,15-át! |

 **1319°.** Határozd meg:

- | | | |
|---------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) 50-nek a 0,3-ét; | 3) 400-nek a 0,5-ét; | 5) 300-nek a 0,41-át; |
| 2) 60-nek a 0,4-ét; | 4) 300-nek a 0,9-ét; | 6) 8-nek a 0,22-át! |

1320°. Viktor azt tervezte, hogy a házi feladatát 45 perc alatt elkészíti, de a 0,8 része alatt sikerült elkészítenie. Hány perc alatt készítette el Viktor a feladatát?

 **1321°.** Panninak a 6 méteres ösvényt kellett leszórnia homokkal, de ő ennek a 0,65-ét szórta csak le. Hány méter ösvényt szórt le homokkal Panni?

1322. Határozd meg a számok szorzatát:

- | | | |
|---------------------|------------------------|---------------------|
| 1) 0,125 és 12,5; | 3) 874,25 és 1,254; | 5) 28,4 és 2045,31; |
| 2) 12,1254 és 25,4; | 4) 1254,258 és 85,602; | 6) 5,2801 és 4,019! |
- Melyik szorzat a legkisebb?

1323. Végezd el a szorzást:

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|--------------------------|
| 1) $10,25 \cdot 2,5201$; | 3) $3086,5 \cdot 2,01$; | 5) $80,13 \cdot 7,02$; |
| 2) $7,6 \cdot 349,25$; | 4) $45,25 \cdot 260,012$; | 6) $814,6 \cdot 2,018$! |

Melyik szorzat a legnagyobb?

1324. Számítsd ki a szorzatokat, és a kapott értékeket írd fel növekvő sorrendben:

$78,3 \cdot 0,3$; $12,58 \cdot 1,25$; $125,487 \cdot 0,02$; $0,3 \cdot 0,2$; $1256,58 \cdot 0,4$!

 **1325.** Számítsd ki a szorzatokat, és a kapott értékeket írd fel csökkenő sorrendben:

$125,6 \cdot 0,9$; $1,45 \cdot 1,35$; $12,48 \cdot 0,02$; $0,4 \cdot 0,6$; $98\,714,25 \cdot 0,03$!

1326. Írd fel szorzatként, és számítsd ki:

- | | | | |
|--------------|--------------|---------------|---------------|
| 1) $1,2^2$; | 2) $1,4^2$; | 3) $0,24^2$; | 4) $0,15^2$! |
|--------------|--------------|---------------|---------------|

1327. Számítsd ki a kifejezés értékét:

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| 1) $(4,8 + 3,5) \cdot 15$; | 4) $(256,456 - 12,05) \cdot 26$; |
| 2) $(15,8 + 2,7) \cdot 56$; | 5) $(105,803 - 95,07) \cdot 103$; |
| 3) $(14,85 + 133,56) \cdot 36$; | 6) $(1140,05 - 13,06) \cdot 58$! |



1328. Számítsd ki a kifejezés értékét:

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1) $(40,18 + 13,5) \cdot 1,5$; | 3) $(1,485 + 130,56) \cdot 3,16$; |
| 2) $(105,38 + 12,7) \cdot 5,66$; | 4) $(22,564 - 12,05) \cdot 2,6$! |

1329. Milyen számjegyet kell a csillag helyére írni, hogy a következő példák helyesen legyenek megoldva?

$\begin{array}{r} 1) \quad 9,48 \\ \quad \times 4*,2 \\ \hline \quad *8096 \\ + 45240 \\ \hline \quad *619* \\ \hline 4089,696 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2) \quad 25,3* \\ \quad \times 1*,3 \\ \hline \quad 7*9 \\ + 2** \\ \hline 26,*590 \end{array}$
---	---

1330. Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $2,58a + 0,5b$, ha $a = 12,56$, $b = 0,02$;
- 2) $122,08a + 12,5b$, ha $a = 1,06$, $b = 0,2$!

1331. Számítsd ki:

- 1) $101,1 \cdot (0,37 + 1,53) - (134,6 - 92,7) \cdot 0,031$;
- 2) $300,2 - 10,01 \cdot (42,9 - 39,8) \cdot 8,9$!



1332. Számítsd ki:

- 1) $202,3 \cdot (0,56 + 3,46) - (125,8 - 12,35) \cdot 0,055$;
- 2) $500,7 - 100,02 \cdot (44,89 - 25,7) \cdot 12,06$!

1333. Számítsd ki a kifejezés értékét:

- 1) $0,3 \cdot (24,3 - 18,8) + 0,5 \cdot 17,4 - 9,8 + 1,4) \cdot 0,1$;
- 2) $0,5 \cdot (13,4 + 15,4) - 0,4 \cdot 13,1 - (18,6 - 13,2) \cdot 0,5$;
- 3) $0,8 \cdot (19,4 + 23,8) - 14,06 + 0,3 \cdot (19,01 - 13,31)$!



1334. Számítsd ki a kifejezés értékét:

- 1) $0,5 \cdot (258,3 - 180,5) + 0,05 \cdot 7,41 - (10,8 + 2,4) \cdot 0,1$;
- 2) $0,6 \cdot (130,4 - 105,4) - 0,4 \cdot 100 - (108,63 - 103,92) \cdot 0,9$!

1335. Oldd meg az egyenletet:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1) $(x + 4,8) : 8 + 12,5 = 25,9$; | 3) $(x + 13,9) : 12,5 - 14,256 = 250,9$; |
| 2) $(x - 14,9) : 9 + 1,25 = 36,7$; | 4) $(x - 103,95) : 48,05 + 0,012 = 3,009$! |



1336. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $(x + 7,9) : 48 - 0,02 = 15,7$;
- 2) $(x - 56,3) : 7 - 25,015 = 306,3$!

1337. Határozd meg a téglalap alakú kertészleg területét és kerületét, ha a hossza és a szélessége megfelelően egyenlő: 1) 12,17 m és 5,65 m; 2) 10,07 m és 3,03 m; 3) 0,7 m és 0,3 m; 4) 9,3 m és 0,6 m!

1338. Az egyik kikötőből ellenkező irányban, egyidejűleg indult el egy gőzhajó és egy motorcsónak. A gőzhajó sebessége 27,8 km/óra, a motorcsónaké pedig 31,3 km/óra. Mekkora távolságra lesznek egymástól az indulástól számított 3,6 óra múlva?

 **1339.** A városból egyidejűleg indult el két gépkocsi ellentétes irányban. Az egyik sebessége 83,5 km/óra, ami 7,8 km/órával nagyobb, mint a másik sebessége. Mekkora távolságra lesznek egymástól az indulástól számított 4,5 óra múlva?

1340. Mennyivel különbözik a 13,54 cm és 9,02 cm oldalú téglalap területe az 5,76 cm-es oldalú négyzet területétől?

 **1341.** A négyzet oldalának hossza 12,75 cm. Határozd meg a kerületét és a területét!

1342. Melyik számból kell kivonni 3,2-et, hogy a kapott szám 4-szer nagyobb legyen, mint 6,8?

 **1343.** Melyik számhoz kell hozzáadni 4,2-et, hogy a kapott szám 3-szor nagyobb legyen, mint 9,7?

1344. Az iskolába 600 új tankönyvet szállítottak. Ennek 0,4 része matematika, 0,35-a történelem tankönyv, a többi pedig angol nyelv-tankönyv. Hány angol nyelvtankönyvet kapott az iskola?

 **1345.** A turistáknak három nap alatt 360 km utat kellett megtenniük. Az első napon teljesítették a táv 0,25 részét, a másodikon pedig 0,4-ét. Mekkora távolságot tettek meg a harmadik napon?

1346. Egy szög két részre van osztva. Mennyi ennek a szögnek a fokmértéke, ha az egyik része az egyenesszög 0,25 része, a másik része pedig a derékszög 0,1 része?

 **1347.** Melyik a nagyobb szög: az, amely az egyenesszög 0,4-e vagy az, amely a 150°-os szögnek a 0,5-e?

1348. Adott, hogy $a < 1$, $b < 1$. Melyik állítás igaz:

- 1) $a \cdot b > 1$; 2) $a \cdot b < 1$; 3) $a \cdot b = 1$?

1349. Adott, hogy $a > 1$, $b > 1$. Melyik állítás igaz:

- 1) $a \cdot b > 1$; 2) $a \cdot b < 1$; 3) $a \cdot b = 1$?

1350*. Hová kell zárójeleket tenni, hogy igaz egyenlőséget kapjál:
 $35 - 1,5 \cdot 104 - 1428 : 14 = 32$?

1351*. Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

- 1) $(20 - 19,5) + (19 - 18,5) + \dots + (2 - 1,5) + (1 - 0,5)$;
2) $30,2 - 29,2 + 28,2 - 27,2 + \dots + 4,2 - 3,2 + 2,2 - 1,2$!

**GYAKORLATI PÉLDÁK**

1352. A tanév elején az osztálynak 28 füzetet vettek, darabját 2,25 hrvnyáért és 32 ceruzát darabját 1,35 hrvnyáért. Mennyi pénzt költöttek a vásárlásra?

1353. Állíts össze feladatot, melynek megoldásakor a 12,5 és 11 összegét meg kell szorozni 2,5-del!

**ISMÉTLŐ FELADATOK**

1354. Számítsd ki: 1) $3 - \frac{22}{55}$; 2) $5 - \frac{17}{35}$; 3) $12 - \frac{8}{9}$!

1355. Oldd meg az egyenleteket:

1) $(x - 203,002) - 0,07 = 187,036$;

2) $(x - 32,33) + 198,005 = 897,03$!

1356. Hogyan fog megváltozni a téglatest térfogata, ha az egyik élét 8-szorosára növeljük, a másikat negyedére csökkentjük, a harmadikat pedig 6-szorosára növeljük?

1357. Hányféleképpen lehet a polcon elhelyezni négy különböző folyóiratot?

32. §. TIZEDES TÖRTEK OSZTÁSA

Már tudjátok, hogy az osztás a szorzás fordított művelete. Ez nemcsak a természetes számokra vonatkozik, de a törtekre is. Megvizsgálunk olyan feladatokat, melyek a fordítottjai az előző paragrafusban vizsgált feladatoknak.



1. feladat. A kiránduláshoz három csomag zefírt vásároltak, melyek össz tömege 1,5 kg volt. Hány kilogramm zefír van egy csomagban?

▶ **Megoldás.** Ahhoz, hogy meghatározzuk a keresett zefír tömegét, ki kell számolni a következő hányadost: $1,5 : 3$. Átalakítjuk az 1,5 kg-ot grammokká. Azt kapjuk, hogy: $1500 : 3 = 500$ (g) vagy kilogrammokban: 0,5 kg. Tehát a csomagban 0,5 kg zefír van.

Ebben a feladatban az 1,5-nek 3-mal történő osztása ugyanúgy elvégezhető, mint két természetes szám esetében,

csak a tizedesvessző helyét határozzuk meg másképpen. A tizedesvesszőt akkor tesszük ki, amikor befejezzük az osztandó egész részének az osztását. Az $1,5$ -ben az egész rész 1 -gyel egyenlő. Mivel az 1 nem osztható 3 -mal, ezért a hányadosban az egész rész 0 lesz. Kitevesszük a tizedesvesszőt, majd leírjuk 15 -nek 3 -mal való osztásának az eredményét. Tehát $1,5 : 3 = 0,5$. Ellenőrizd le szorzással, hogy helyesen végeztük-e el az osztást!

 Lehet-e osztani tizedes törtet tizedes törttel? Igen. A tizedes törttel való osztást a természetes számmal való osztásra vezetjük vissza. Ehhez az osztandóban és az osztóban a tizedesvesszőt annyi jeggyel kell jobbra vinni, ahány számjegy van a vessző után az osztóban.

 **2. feladat.** A téglalap alakú táblagép képernyőjének hossza $15,5$ dm, területe pedig $134,85$ dm². Határozd meg a szélességét!

 **Megoldás.** A képernyő szélességének meghatározására el kell osztani a képernyő területét a hosszával: $134,85 : 15,5$. Az osztóban úgy szabadulunk meg a törttől, hogy az osztandót és az osztót megszorozzuk 10 -zel. Ehhez elegendő mindegyikükben a tizedesvesszőt eggyel jobbra vinni. A törtnek természetes számmal történő osztásává: $1348,5 : 155$. Elvégezzük az osztást:

$$\begin{array}{r}
 134,85 : 15,5 = 1348,5 : 155 \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 1348,5 \quad 155 \\
 -1240 \quad \quad 8,7 \\
 \hline
 1085 \\
 -1085 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

Tehát a képernyő szélessége $8,7$ dm.

Fogalmazzuk meg a tizedes törtök osztásának szabályát.

Jegyezd meg!**A tizedes törtek osztásának szabálya.**

Ahhoz, hogy meghatározzuk két tizedes tört hányadosát:

- 1) át kell térni a tizedes törtek osztásától a természetes számmal történő osztáshoz. Ehhez az osztandóban és az osztóban a tizedesvesszőt annyi jeggyel visszük jobbra, ahány számjegy van a tizedesvessző után az osztóban;
- 2) az így kapott tizedes törtet el kell osztani a természetes számmal.

 Lehet-e az osztandó kisebb, mint az osztó? Igen. Például: $0,4 : 5 = 0,08$.

Egyedi esetek lesznek azok, amikor a tizedes tört osztója: 10, 100, 1000, illetve 0,1, 0,01, 0,001. Ekkor a következő szabályt kell alkalmazni.

Jegyezd meg!

Ahhoz, hogy a tizedes törtet elosszuk:

- 1) 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ... az adott törtben a tizedesvesszőt annyi számjeggyel kell balra vinni, ahány nulla van az 1-es után az osztóban;
- 2) 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del, ... az adott törtben a tizedesvesszőt annyi számjeggyel kell jobbra vinni, ahány számjegy van a tizedesvessző után az osztóban.

Például:

$$\begin{aligned} 128,543 : 10 &= 12,8543; & 128,543 : 0,1 &= 1285,43; \\ 128,543 : 100 &= 1,28543; & 128,543 : 0,01 &= 12\,854,3; \\ 128,543 : 1000 &= 0,128543; & 128,543 : 0,001 &= 128\,543. \end{aligned}$$

 Meg lehet-e határozni a számot törtrésze alapján? Igen.



3. feladat. Az 5. A osztály tanulói megettek 30 fánkot, ami az iskolai étkezdében sült fánkoknak a 0,15 része. Hány fánkot sütöttek az étkezdében?



Megoldás. A feladat rövid leírása.

Sütöttek – ? – 1

Megettek – 30 – 0,15

Legyen x a sült fánkok darabszáma. Ekkor $x : 1 = 30 : 0,15$. Innen $x = 30 : 0,15$ és $x = 200$ (db). Tehát az iskolai étkezdében 200 fánkot sütöttek.

**Figyeld meg!**

Ahhoz, hogy meghatározzuk a számot a tizedes törtrésze alapján, a törtrésznek megfelelő számot el kell osztani ezzel a tizedes törttel.

**Tudj meg többet!****Szofja Vasziljevna Kovalevszkaja**

(1850–1891) híres matematikus. Már kora gyermekkorában a kislánynak megmutatkoztak olyan tulajdonságai, mint az összpontosítás, kitartás, és önállóság. Olvasni egyedül tanult meg. Először nem szeretett számolni, de később elmélyült a számolásban: a feladatok megoldását a számok különböző kombinációinak módszerével végezte, a megoldásai nagy intelligenciára vallanak. A mértan elsajátításában is hasonlóan sikeres volt. Amikor Szofja betöltötte a 11. életévét, matematikatanára egy tengerésztiszt, O. M. Sztzrannolyubovszkij lett. Már az első foglalkozásokon nagyon elcsodálkozott a tanár azon, hogy a kislány milyen könnyen megérti a felső matematika fogalmait – a határértéket, a deriváltat stb., „mintha már ezeket régen ismerné”. Szofja így magyarázta: „Abban a pillanatban, amikor a tanár úr elkezdte a tananyag magyarázatát, nekem rögtön eszembe jutott, hogy a határérték fogalmát már olvastam Osztrohradszkij előadásainak jegyzeteiben, melyekkel a szobánk fala volt kitapétázva.”

**IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!**

1. Fogalmazd meg a tizedes törtök osztásának szabályát!
2. Mindig nagyobb-e az osztandó az osztónál?
3. Hogyan kell elvégezni azoknak a tizedes törtöknek az osztását, amelyekben az osztandó kisebb, mint az osztó?
4. Hogyan osztunk tizedes törtet 10-zel? 100-zal? 1000-rel?
5. Hogyan osztunk tizedes törtet 0,1-del? 0,01-dal? 0,001-del?
6. Hogyan határozható meg a szám tizedes törtrésze alapján?


OLDD MEG A FELADATOKAT!

1358°. Helyes-e az osztás:

- 1) $10,5 : 5 = 2,1$; 2) $9,6 : 3 = 32$; 3) $12,8 : 2 = 6,4$; 4) $12,6 : 3 = 0,42$?

1359°. Hogyan kell áttérni két tört osztásakor a tört egész számmal történő osztásához: 1) $1,05 : 0,5$; 2) $0,96 : 0,3$; 3) $0,126 : 0,06$?

1360°. Melyik irányba kell átvinni a tizedesvesszőt, ha a tizedes törtet: 1) 10-zel; 2) 100-zal; 3) 1000-rel; 4) 10 000-rel osszuk?

1361°. Hány számjeggyel kell balra vinni a tizedesvesszőt, ha a tizedes törtet: 1) 10-zel; 2) 100-zal; 3) 1000-rel; 4) 10 000-rel osszuk?

1362°. Melyik irányba kell átvinni a tizedesvesszőt, ha a tizedes törtet: 1) 0,1-del; 2) 0,01-del; 3) 0,001-del; 4) 0,00001-del osszuk?

1363°. Hány számjeggyel kell jobbra vinni a tizedesvesszőt, ha a tizedes törtet: 1) 0,1-del; 2) 0,01-del; 3) 0,001-del; 4) 0,00001-del osszuk?

1364°. Számítsd ki fejben:

- 1) $24,3 : 3$; 2) $12,4 : 4$; 3) $10,2 : 2$; 4) $6,8 : 2$!



1365°. Csökkentsd felére a tizedes törteteket:

- 1) $12,6$; 2) $2,2$; 3) $4,6$; 4) $10,8$; 5) $0,2$; 6) $22,44$!

1366°. Ellenőrizd, hogy Jancsi helyesen végezte-e el az osztást!

$$\begin{array}{r} 144,24 \\ - 12 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 024 \\ - 024 \\ \hline 024 \\ - 024 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144,24 \\ - 12 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 024 \\ - 024 \\ \hline 024 \\ - 024 \\ \hline 0 \end{array}$$

1367°. Számítsd ki:

- | | | |
|---------------------|----------------------|-----------------------|
| 1) $1,75 : 1,4$; | 6) $22,5 : 12,5$; | 11) $0,0456 : 3,8$; |
| 2) $3,76 : 0,4$; | 7) $7,56 : 0,6$; | 12) $168,392 : 5,6$; |
| 3) $2,59 : 3,7$; | 8) $6,944 : 3,2$; | 13) $0,468 : 0,09$; |
| 4) $2,496 : 0,24$; | 9) $14,976 : 0,72$; | 14) $0,182 : 1,3$; |
| 5) $7,38 : 4,5$; | 10) $0,161 : 0,7$; | 15) $24,576 : 4,8$! |



1368°. Számítsd ki:

- | | | |
|--------------------|-----------------------|----------------------|
| 1) $29,88 : 8,3$; | 4) $9,246 : 0,23$; | 7) $16,51 : 1,27$; |
| 2) $60 : 1,25$; | 5) $0,00261 : 0,03$; | 8) $0,824 : 0,8$; |
| 3) $8,4 : 0,07$; | 6) $131,67 : 5,7$; | 9) $189,54 : 0,78$! |

1369°. Határozd meg azt a hányadost, amely az a számnak b -vel történő osztásakor keletkezik, ha:

- 1) $a = 15,2$; $b = 1,9$; 4) $a = 0,2623$; $b = 0,0061$;
 2) $a = 1,76$; $b = 0,11$; 5) $a = 0,0168$; $b = 0,0012$;
 3) $a = 1,17$; $b = 0,09$; 6) $a = 68,4$; $b = 5,7$!

1370°. Helyes-e az osztás:

- 1) $25,5 : 10 = 2,55$; 4) $25,5 : 10 = 255$;
 2) $256,152 : 100 = 2,56152$; 5) $256,152 : 100 = 25\ 615,2$;
 3) $1546,154 : 1000 = 1,546154$; 6) $1546,154 : 1000 = 1546\ 154$?

1371°. Számítsd ki fejben:

- 1) $11,6 : 10$; 2) $152,45 : 100$; 3) $1035,258 : 1000$!

1372°. Helyes-e az osztás:

- 1) $126,5 : 0,1 = 12,65$; 4) $12,3525 : 0,001 = 12\ 352,5$;
 2) $458,125 : 0,01 = 4,58125$; 5) $121,35 : 0,01 = 1213,5$;
 3) $1256,25 : 0,1 = 12\ 562,5$; 6) $125,5 : 0,01 = 1,255$?

1373°. Számítsd ki fejben:

- 1) $12,6 : 0,1$; 2) $12,45 : 0,01$; 3) $12,522 : 0,001$!

1374°. A 43. táblázat adatai alapján határozd meg a kifejezések értékeit!

43. táblázat

a	15,21	2,36	456,25	0,26	10,65	15,36	154,45
$a : 10$							
$a : 0,1$							

 **1375°.** A 44. táblázat adatai alapján határozd meg a kifejezések értékeit!

44. táblázat

a	325,258	25,215	2,403	0,07	12,006	302,027
$a : 100$						
$a : 0,01$						

1376°. Mennyivel kell osztani a :

- 1) 324,25-et, hogy 32,425-et kapjunk;
 2) 8561,12-et, hogy 8,56112-et kapjunk;
 3) 120,03-et, hogy 1,2003-et kapjunk?



1377°. Mennyivel kell osztani a :

- 1) 205,83-et, hogy 20 583-et kapjunk;
 2) 12,265-et, hogy 122,65-et kapjunk;
 3) 12,6923-et, hogy 12 692,3-et kapjunk?

1378°. Oldd meg az egyenleteket:

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|----------------------------|
| 1) $5 \cdot x = 2,45$; | 3) $3 \cdot x = 0,03$; | 5) $12 \cdot x = 360,36$; |
| 2) $8 \cdot x = 16,8$; | 4) $6 \cdot x = 60,60$; | 6) $11 \cdot x = 121,11$! |



1379°. Oldd meg az egyenleteket:

- | | | |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1) $5 \cdot x = 10,5$; | 2) $2 \cdot x = 20,12$; | 3) $6 \cdot x = 12,66$! |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------|

1380°. A vonat 2,6 óra alatt 162,5 km-t tett meg. Mennyi a vonat sebessége?



1381°. Egy ember lépésének hossza 0,8 m. Hány lépést kell megtennie 220 méteren?

1382°. 2,5 kg cukorka 65 hrivnyába került. Mennyibe kerül 3,5 kg ugyanilyen cukorka?



1383°. Hányszor nehezebb Karcsi, mint Maris, ha Karcsi súlya 64,8 kg, Marisé pedig 32,4 kg?

1384°. Határozd meg azt a számot, melynek:

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| 1) 0,2 része 70-nel egyenlő; | 4) 0,8 része 72-vel egyenlő; |
| 2) 0,5 része 80-nal egyenlő; | 5) 0,25 része 450-nel egyenlő; |
| 3) 0,7 része 56-tal egyenlő; | 6) 0,53 része 159-cel egyenlő! |



1385°. Határozd meg azt a számot, melynek:

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1) 0,3 része 15-tel egyenlő; | 3) 0,5 része 280-nal egyenlő; |
| 2) 0,4 része 24-gyel egyenlő; | 4) 0,41 része 123-mal egyenlő! |

1386°. Gyuszi a házi feladatát 36 perc alatt készítette el, ami az erre szánt idejének a 0,8 része. Mennyi idő alatt tervezte elkészíteni a házi feladatát Gyuszi?



1387°. Az esőig Katinka az ösvényt 3,9 méteren szórta le homokkal, ami az ösvény hosszának a 0,6 része. Mekkora az ösvény hossza?

1388°. Határozd meg a számok hányadosát:

- | | | |
|-----------------|--------------------|-------------------|
| 1) 0,8 és 0,5; | 3) 14,335 és 0,61; | 5) 0,126 és 0,9; |
| 2) 3,51 és 2,7; | 4) 0,096 és 0,12; | 6) 42,105 és 3,5! |

Melyik a legnagyobb hányados?

1389°. Végezd el a törtek osztását:

- | | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $0,72 : 0,06$; | 2) $0,7 : 0,35$; | 3) $2,8 : 0,07$; | 4) $1,08 : 0,8$! |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

Melyik a legkisebb hányados?

1390°. Számítsd ki a hányadosokat, és a kapott értékeket rendezd növekvő sorrendbe:

- | | | |
|--------------------|-------------------|---------------------|
| 1) $0,84 : 0,21$; | 3) $3,5 : 0,04$; | 5) $16,92 : 4,23$; |
| 2) $0,376 : 0,4$; | 4) $25,9 : 3,5$; | 6) $48,15 : 1,15$! |



1391°. Számítsd ki a hányadosokat, és a kapott értékeket rendezd csökkenő sorrendbe:

- | | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $0,72 : 0,06$; | 2) $0,7 : 0,35$; | 3) $2,8 : 0,07$; | 4) $1,08 : 0,8$! |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|

1392. Számítsd ki a kifejezések értékét:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1) $0,308 : 0,14 + 1,08$; | 4) $19,56 : (3,05 + 4,95)$; |
| 2) $(3,2 + 4,75) : 1,5$; | 5) $120 - 72 : 0,6$; |
| 3) $7,224 : 0,301 - 18,6$; | 6) $1,512 : (8,62 - 8,2)$! |

1393. Számítsd ki a kifejezések értékét:

- 1) $(21,2544 : 0,9 + 1,02 \cdot 3,2) : 5,6$;
- 2) $4,36 : (3,15 + 2,3) + (0,792 - 0,78) \cdot 350$;
- 3) $(3,91 : 2,3 \cdot 5,4 - 4,03) \cdot 2,4$;
- 4) $6,93 : (0,028 + 0,36 \cdot 4,2) - 3,5$;
- 5) $(130,2 - 30,8) : 2,8 - 21,84$;
- 6) $3,712 : (7 - 3,8) + 1,3 \cdot (2,74 + 0,66)$!



1394. Számítsd ki a kifejezések értékét:

- 1) $(3,4 : 1,7 + 0,57 : 1,9) \cdot 4,9 + 0,0825 : 2,75$;
- 2) $(4,44 : 3,7 - 0,56 : 2,8) : 0,25 - 0,8$;
- 3) $10,79 : 8,3 \cdot 0,7 - 0,46 \cdot 3,15 : 6,9$!

1395. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $10x + 1,5 \cdot (2,3 - 1,7) = 13,45$;
- 2) $100x - 0,87 \cdot (19,3 + 3,7) = 0$!



1396. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $4,5 \cdot (10x + 5,5) = 90$;
- 2) $10 : (18 - 100x) = 2,5$!

1397. A kenguru 2-szer alacsonyabb, mint a zsiráf. A zsiráf 2,52 m-rel magasabb, mint a kenguru. Milyen magas a zsiráf, és milyen magas a kenguru?



1398. A kisfiú 2,4 óra alatt 7,2 km-t tett meg. Hány kilométert halad ugyanilyen sebességgel 1,6 óra alatt?

1399. A téglalap hossza 8,5 cm, szélessége 2,5 cm-rel rövidebb, mint a hossza. Hányadára fog csökkenni a téglalap területe, ha hosszát 1,7 cm-rel, szélességét pedig 1,2 cm-rel csökkentjük?



1400. A futballversenyre 4 új labdát és 3 sportruhát vettek. A sportruha 5-ször drágább, mint a labda. Az egész vásárlás 925,3 hrvnyába került. Mennyibe került a futball-labda és mennyibe a sportruha?

1401. A tollért, a noteszért és a füzetért 42,5 hrvnyát fizettek. A notesz 3-szor drágább volt, mint a füzet, a toll pedig 2-szer drágább, mint a notesz. Mennyi az ára mindegyik tanszernek?



1402. Egy szalagot két részre vágta. Az egyik darab hossza 3,21 m, a másiké pedig 3-szor rövidebb az elsőnél. Mekkora az eredeti szalag hossza?

1403. Miután a kerékpáros megtette a tervezett út 0,6 részét, kiderült, hogy még 60 km maradt hátra. Hány kilométeres utat szándékozott megtenni a kerékpáros?



1404. Miután Katica elolvasta a könyv 0,3 részét, kiderült, hogy még 140 oldal maradt hátra. Hány oldalas a könyv?

1405. A 60° -os szög egy másik szögnek a 1,2-szerese, ez pedig 0,4-szerese a harmadik szögnek. Hány fokal a harmadik szög?

1406. Az egyik szakasz felének 0,2 része 1 m hosszú, a másik negyedének 0,5 része 1 m. Melyik szakasz hosszabb?

1407*. Ismert, hogy 6 kg karamell annyiba kerül, mint 4,7 kg málna. Mennyibe kerül a málna kilogrammja, ha az 1,3 hrvnyával drágább a karamellnél?

1408*. Az autóbusz az első órában az út 0,4 részét tette meg, a másodikban az egész út 0,35-át, a harmadikban pedig a maradék utat. Mekkora távolságot tett meg az autóbusz három óra alatt, ha a harmadik órában 30 km-rel kevesebbet haladt, mint az elsőben?

1409*. Miután a turista megtette az út 0,3 részét és még 0,4 részét, kiderült, hogy 6 km-rel hosszabb volt a teljesített út, mint a teljes útvonal fele. Mekkora a turista teljes útvonala?

1410*. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) (13,9 + 259,1) \cdot 0,85 - 10x = 100,1;$$

$$2) 3 \cdot (567,1 - 10,01) \cdot 10,01 + 1000x = 51\,670!$$

1411*. Keress szabályt, majd írd fel a sorozat következő két tagját:

$$1) 0,2; 0,4; 1,2; 4,8; \dots;$$

$$2) 2; 4,5; 9,5; 19,5; 39,5; \dots!$$

1412*. A csillagok helyére tegyél számjegyeket úgy, hogy az osztás helyesen legyen elvégezve!

$$\begin{array}{r} \begin{array}{c} *, * * \\ - 2 * \\ \hline * * \\ - 5 8 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} * 9 \\ * 1 * \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \begin{array}{c} *, * 5 \\ - 7 * \\ \hline * * * \\ - * * * \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 39 \\ *, ** \end{array} \end{array}$$



GYAKORLATI PÉLDÁK

1413. A téglalap alakú veteményeskert területe $64,8 \text{ m}^2$, egyik oldala pedig 12 m. Számítsd ki a veteményeskert kerítésének hosszát!

1414. Miután a konyhát felújították, a család elhatározta, hogy új bútor is vesznek. Vettek egy asztalt 4 székkal, melyért 2378 hrvnyát fizettek. Mennyibe került egy szék, ha az asztal ára 538 hrvn volt?



ISMÉTLŐ FELADATOK

1415. Számítsd ki a kifejezések értékeit:

- 1) $6,85 \cdot 3,2 - 6,85 \cdot 1,7 + 1,5 \cdot 4,15$;
- 2) $5,94 \cdot 0,07 + 0,33 \cdot 5,94 + 0,4 \cdot 0,06$!

1416. Oldd meg az egyenleteket:

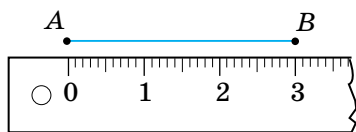
- 1) $(x + 9,18) : 9 + 102,52 = 250,93$;
- 2) $(x - 25,92) : 7 + 11,205 = 306,7$!

1417. Mennyivel különbözik a 12,5 m és 7,3 m méretű téglalap területe a 11,2 m oldalhosszúságú négyzet területétől?

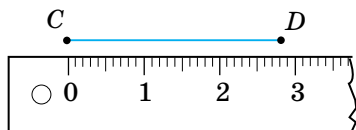
1418. A falu és a város közötti távolság 132 km. Az első órában az autóbusz megtette az út $\frac{3}{11}$ részét, a másodikban pedig a $\frac{4}{11}$ -ét. Hány kilométert tett meg az autóbusz két óra alatt?

33. §. A SZÁMOK KERESKÉSE

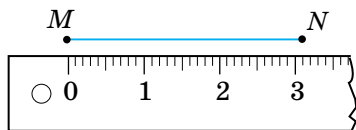
Figyeld meg a rajzokat! Láthatod, hogy $AB = 3$ cm (222. ábra), $CD = 2,8$ cm (223. ábra), $MN = 3,1$ cm (224. ábra). Természetes számmal centiméterekben csak az AB szakasz hossza fejezhető ki. A többi szakasz hossza csak tizedes tört alakjában írható fel. Előfordul, hogy a CD szakaszra azt mondjuk: majdnem 3 cm hosszú; az MN szakaszra pedig azt: kicsit több, mint 3 cm. Ilyen esetekben a szakaszok hosszát *közelítő értékkel* adtuk meg.



222. ábra



223. ábra



224. ábra



Röviden így írható fel: $CD \approx 3$ cm, $MN \approx 3$ cm. A $\approx$ jelet úgy olvassuk, hogy *megközelítőleg egyenlő*.

A CD és MN szakaszok hosszának a pontos értékeit közelítő értékeikkel helyettesítettük. *Kerekítésnek* is szokás nevezni ezt a cselekményt. Tehát a CD és az MN szakaszok hosszát centiméterre *kerekítettük*. Mindkét szakasz hosszának értéke közelítőleg 3 cm. De a CD szakasz hossza kisebb, mint 3 cm, az MN szakaszé pedig nagyobb, mint 3 cm. Ezt úgy is mondhatjuk, hogy a CD szakasz hosszát *felfelé kerekítjük*, az MN szakasz hosszát pedig *lefelé kerekítjük*.

☀ Helyes lesz-e a következő kerekítés: $MN \approx 4$ cm? Nem, mivel jelentős a *kerekítés hibája*. A fenti kerekítés pontatlansága ahhoz hasonlítható, mintha azt mondanánk, hogy: *A ötödikes tanuló majdnem 20 éves*.

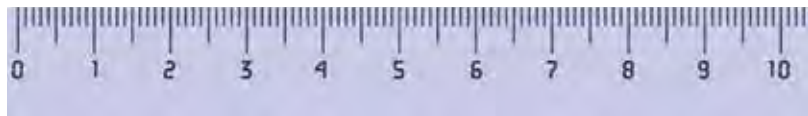
**Figyeld meg!**

A kerekítési hiba azt mutatja, mennyivel nagyobb vagy kisebb az adott szám a kerekített értéktől.

A számok kerekítése adott szabály szerint történik. Először azt határozzuk meg, melyik helyi értékre kell kerekíteni a számot. A fenti példákban a CD és az MN szakaszok hosszát centiméterre kerekítettük, ezért a 2,8 és a 3,1 számokat egyesekre kerekítettük: $2,8 \approx 3$ és $3,1 \approx 3$.

Ezután azt határozzuk meg, milyen kerekítést kell alkalmaznunk: felfelé vagy lefelé kerekítünk. A 225. ábra segítségével könnyen megérthetjük, mikor kell felfelé, illetve lefelé kerekíteni. A vonalzón a 6-os és a 7-es számok között milliméteres osztásvonalak vannak, melyek közül egyesek a 6-os számhoz vannak közelebb, mások pedig a 7-eshez. Ezért, azt a hosszmértéket, melynek mérőszámai 1-től 4-ig terjednek, lefelé szokás kerekíteni, vagyis arra a számra, mely tőle balra helyezkedik el a vonalzón: $6,1 \approx 6$, $6,2 \approx 6$, $6,3 \approx 6$, $6,4 \approx 6$. Azt a hosszmértéket, melynek a mé-

rőszámai 6-tól 9-ig terjednek, felfelé kell kerekíteni, vagyis arra a számra, mely tőle jobbra helyezkedik el: $6,6 \approx 7$, $6,7 \approx 7$, $6,8 \approx 7$, $6,9 \approx 7$. A $6,5$ pontosan a 6 és a 7 között középben helyezkedik el. A megállapodás szerint az 5-re végződő számokat felfelé kerekítjük. Vagyis $6,5 \approx 7$.



225. ábra

Figyeld meg!

A kerekítés során csak az a számjegy növekszik egygyel, melynek a helyi értékére kerekítünk.

1. feladat. A 12 963,734 számot kerekítsd: 1) századokra; 2) százasokra!

Megoldás. 1. Mivel az adott számot századokra kell kerekíteni, ezért a változtatás csak a szám törtrészét érinti. A szám egész része változatlan marad. A kerekített szám tizedesvessző utáni törtrésze csak két számjegyből fog állni. Az adott számban 3 század és 4 ezred van. Tehát a 4 ezredet elhagyjuk, és nullával helyettesítjük, a 3 századot pedig változatlanul hagyjuk: $12\ 963,734 \approx 12\ 963,730$. A törtrész végén álló nullát nem szükséges leírni. Tehát: $12\ 963,734 \approx 12\ 963,73$. Az adott számot lefelé kerekítettük.

2. Mivel az adott számot százasokra kell kerekíteni, ezért a kerekített számban csak az adott szám egész része marad, a törtrészét elhagyjuk. A kerekített szám egész része számjegyeinek száma változatlan marad, vagyis öt számjegyből fog állni. Az adott szám egész részében 9 század és 6 tízes van. Tehát a 6 tízest és a tőle jobbra lévő számjegyeket elhagyjuk, és nullával helyettesítjük. Mivel az első elhagyott számjegy a 6, ezért a százasok alaki értékét, vagyis a 9-et 1-gyel kell növelni. De ekkor 10-et kapunk. Ezért növelni kell 1-gyel az ezresek alaki értékét is. Tehát $12\ 963,734 \approx 13\ 000$. Az adott számot felfelé kerekítettük.

- ☀ Helyesen kerekítettük-e a következő számot századokra: $12,396 \approx 12,4$? Nem. Ez a felírás azt mutatja, hogy a kerekítés tizedekre történt. A művelet helyes felírása: $12,396 \approx 12,40$.



Figyeld meg!

A kerekített számban:

- 1) az egész résznek annyi számjegyből kell állni, mint amennyi a kerekítés előtt volt;
- 2) a törtrészben annyi helyi értéknek kell maradni, amilyenre a kerekítés történt.

Ezek után megfogalmazhatjuk a számok kerekítésének szabályát.



Jegyezd meg!

A számok kerekítésének szabálya.

Ahhoz, hogy a számot valamilyen helyi értékre kerekítsük, a megtartott helyi érték utáni számjegyeket nullára cseréljük. Ha az első elhagyott számjegy 0, 1, 2, 3 vagy 4, akkor az utolsó megtartott jegy változatlan marad. Ha az első elhagyott számjegy 5, 6, 7, 8 vagy 9, akkor az utolsó megtartott jegy alaki értékét eggyel növeljük.



2. feladat. Kerekítsd a 25,18-ot: 1) tizedekre; 2) egyesekre; 3) tízesekre!



Megoldás.

$$1) 25,18 \approx 25,2 \quad 2) 25,18 \approx 25 \quad 2) 25,18 \approx 30$$



Tudj meg többet!

Tudod-e, hogy ...?

- 1) Charles Perrault, a *Piroska és a farkas* szerzője írta *A körző és a vonalzó szeretete* című mesét is.
- 2) Lev Tolsztoj, a *Háború és béke* regény szerzője tankönyveket – egyebek mellett számtankönyvet – is írt a kisiskolások részére.
- 3) Lewis Carroll, az *Alice Csodaországban* szerzője matematikát oktatott Nagy-Britanniában, az oxfordi egyetemen.

IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mit nevezünk kerekítésnek?
2. Mit jelent a szám lefelé történő kerekítése? Hozz fel példákat!
3. Mit jelent a szám felfelé történő kerekítése? Hozz fel példákat!
4. Mit jelent a hiba?
5. Fogalmazd meg a számok kerekítésének szabályát!
6. Hány számjegyet kell tartalmaznia a kerekített szám egész részének?
7. Milyen az utolsó helyi érték, amely megmarad a szám törtrészből a kerekített számban?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

1419°. A vonalzó alkalmazásával nevezd meg azt a két természetes számot, melyek között elhelyezkedik a következő tört: 1) 1,3; 2) 2,7; 3) 6,2; 4) 8,9! Melyikhez van közelebb az adott tört?

1420°. Melyik két szomszédos természetes szám között van a következő tört: 1) 2,25; 2) 3,78; 3) 18,45; 4) 9,99? Melyikhez van közelebb az adott tört?

1421°. Olvasd el: 1) $3,6 \approx 4$; 2) $5,67 \approx 5,7$; 3) $15,93 \approx 15,9$; 4) $12,453 \approx 12,45$! Milyen helyi értékre van kerekítve a szám?

1422°. Olvasd el: 1) $15,7 \approx 16$; 2) $235,3 \approx 235$; 3) $5,9 \approx 6$; 4) $1,3 \approx 1$! Hogyan kerekítettük ezeket a számokat: lefelé vagy felfelé?

1423°. Milyen helyi értékre van kerekítve a szám:

- | | |
|-------------------------------|----------------------------------|
| 1) 155,7 $\approx$ 156; | 4) 155,7512 $\approx$ 155,751; |
| 2) 155,75 $\approx$ 156,8; | 5) 155,75128 $\approx$ 155,7513; |
| 3) 155,7569 $\approx$ 155,76; | 6) 155,75128 $\approx$ 160? |



1424°. Milyen helyi értékre van kerekítve a szám:

- 1) 150,7 $\approx$ 151; 2) 150,05 $\approx$ 150,1?

1425°. Kerekítsd a törteket egyesekre:

- 1) 2,6; 2) 2,19; 3) 506,444; 4) 4056,5444!

1426°. Kerekítsd a törteket tízesekre:

- 1) 22,6; 2) 142,29; 3) 506,555; 4) 4587,6589!



1427°. Kerekítsd a törteket százásokra:

- 1) 202,6; 2) 102,32; 3) 570,666; 4) 125,6589!

1428°. Kerekítsd a törteket tízedekre:

- 1) 142,22; 2) 2,626; 3) 50,5551; 4) 0,2156!



1429°. Kerekítsd a törtéket századokra:

- 1) 0,362; 2) 2,006; 3) 0,98762; 4) 12,59879!

1430°. Ukrajna folyóinak hossza: Dnyeper 2,285 ezer km, Dnyeszter 1,362 ezer km, Déli-Bug 0,857 ezer km, Deszna 1,126 ezer km. Kerekítsd ezeket a számokat: 1) tízedekre; 2) századokra!



1431°. Ukrajna hegycsúcsainak magassága: Hoverla 2061 m, Roman-Kos 1545 m, Szivulja 1816 m. Fejezd ki a hegycsúcsok magasságát kilométerekben, és kerekítsd a kapott számokat: 1) tízesekre; 2) századokra!

1432°. Írd fel méterekben: 1) 234 cm; 2) 456 cm; 3) 967 cm; 4) 6789 cm! Az eredményt kerekítsd: 1) tízesekre; 2) egyesekre!



1433°. Írd fel tonnákban: 1548 kg; 2) 17 895 kg! Az eredményeket kerekítsd: 1) századokra; 2) tízedekre; 3) egyesekre!

1434°. Keresd meg a hibákat, melyeket Panni a számok kerekítése során vétett: 1) $3,27 \approx 3,2$; 2) $2,99 \approx 2,9$; 3) $12,34 \approx 12,4$; 4) $0,75 \approx 0,7$; 5) $8,18 \approx 8,1$! Melyik szabályt felejtette el Panni?

1435°. Kerekítsd a 7894,25486 számot:

- 1) ezresekre; 3) tízesekre; 5) tízedekre; 7) ezredekre;
2) századokra; 4) egyesekre; 6) századokra; 8) tízezredekre!

1436. Nevezd meg azt a legnagyobb tizedes törtet, mely a tizedesvessző után két számjegyet tartalmaz és kisebb, mint 100!



1437. Nevezd meg azt a legkisebb tizedes törtet, amely a tizedesvessző után három számjegyet tartalmaz és nagyobb mint 1000!

1438. A lesiklópálya 4 szakaszból áll. Az első szakasz hossza 14,358 km, a másodiké 15,756 km, a harmadiké 16,954 km, a negyediké pedig 10,85 km. Határozd meg a teljes sípálya hosszát, majd a kapott eredményt kerekítsd:

- 1) tízesekre; 2) egyesekre; 3) tízedekre; 4) századokra!



1439. Határozd meg a téglalap alakú veteményeskert területét, ha oldalai: 1) 17 m és 36 m; 2) 29 m és 24 m! Fejezd ki a területét árban is! Az eredményt kerekítsd: a) tízesekre; b) egyesekre; c) tízedekre!

1440. Mennyivel kisebb az 50,08 és 4,69 számok különbsége a 284,56 és 0,4 számok hányadosánál? Az eredményt kerekítsd: 1) tízesekre; 2) tízedekre!



1441. Mennyivel kisebb a 14,709 és 9,25 számok különbsége a szorzatuknál? Az eredményt kerekítsd: 1) századokra; 2) századokra!

1442. Mennyivel kisebb a 20,184 és 2,32 számok hányadosa 7,08 és 1,9 szorzatánál? Az eredményt kerekítsd: 1) századokra; 2) tízedekre; 3) egyesekre!

 **1443.** Mennyivel nagyobb a 23,76 és 103,46 számok szorzata a 9,135 és a 8,7 számok hányadosánál? Az eredményt kerekítsd:

1) százásokra; 2) tízesekre; 3) tizedekre; 4) századokra!

1444. Milyen számjeggyel pótolható a *, hogy a kerekítés helyes legyen:

1) $5,9* \approx 5,9$; 3) $15,3* \approx 12,4$; 5) $15,25* \approx 15,26$;
2) $12,*3 \approx 12$; 4) $15,25* \approx 15,25$; 6) $458,12*99 \approx 458,12$?

 **1445.** Milyen számjeggyel pótolható a *, hogy a kerekítés helyes legyen:

1) $5,8* \approx 5,9$; 3) $15,3* \approx 12,3$; 5) $15,25* \approx 15,25$;
2) $12,*3 \approx 13$; 4) $15,25* \approx 15,26$; 6) $458,12*99 \approx 458,13$?

1446*. Számítsd ki a $(6,25 \cdot 0,2 + 0,8 : 0,64) : 10 + 0,04848 : 0,024$ kifejezés értékét! Végezd el a következő feladatokat: 1) az eredményt kerekítsd tizedekre; 2) a kifejezés mindegyik számát kerekítsd tizedekre, és számítsd ki a kapott kifejezés értékét; 3) hasonlítsd össze a kapott eredményeket!

1447*. A tejjel teli kanna tömege 35 kg. A félig öntött tejeskanna tömege 17,75 kg. Mennyi az üres kanna tömege? Az eredményt kerekítsd egyesekre!



GYAKORLATI PÉLDÁK

1448. A púd, amely egy régi tömegegység 16,38 kg-mal egyenlő. Kerekítsd: 1) egyesekre; 2) tízesekre; 3) tizedekre!

1449. A yard, amely egy régi hosszegység 2,13 m-rel egyenlő. Kerekítsd: 1) egyesekre; 2) tizedekre!

1450. Írd fel a testmagasságodat centiméterekben, fejezd ki méterekben, majd kerekítsd: 1) egyesekre; 2) tizedekre!



ISMÉTLŐ FELADATOK

1451. Számítsd ki:

1) $0,2^2 \cdot 3^2 \cdot 1,25$; 2) $1,3^2 \cdot 4^2 \cdot 15$!

1452. Oldd meg az egyenleteket:

1) $4 \cdot (2x - 3) + 12 = 96$; 2) $(x + 3,5) \cdot 8 - 7,2 = 26,4$!

1453. Az építkezésre 39 195 tonna építőanyagot szállítottak. Ennek

$\frac{1}{15}$ része mész, $\frac{1}{13}$ -a cement, a többi pedig téglá. Hány tonna

téglát szállítottak az építkezésre?

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mit nevezünk tizedes törtnek?
2. Hogyan nevezzük a tizedes törtek számjegyei helyi értékeit a tizedesvesszőtől balra? Jobbra?
3. Hogyan hasonlíthatók össze a tizedes törtek, ha az egész részek különböznek? Egyenlők?
4. Fogalmazd meg a tizedes törtek összeadásának szabályát!
5. Fogalmazd meg a tizedes törtek kivonásának szabályát!
6. Fogalmazd meg a tizedes törtek szorzásának szabályát!
7. Hogy szorzunk tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ...?
Hogy szorzunk tizedes törtet 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del...?
8. Hogyan lehet a szám tizedes törtrészét meghatározni?
9. Fogalmazd meg a tizedes törtek osztásának szabályát!
10. Hogy osztunk tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ...? Hogy osztunk tizedes törtet 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del...?
11. Hogyan lehet a számot tizedes törtrésze alapján meghatározni?
12. Fogalmazd meg a számok kerekítésének szabályát!

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

TESZTFELADATOK

Figyelmesen olvasd el a feladatokat, és a felajánlott válaszok közül válaszd ki a helyeset! A tesztfeladatok végrehajtására 10–15 perc áll rendelkezésedre.

1. változat

- 1°. Fejezd ki hrivnyában a 269 kopijkát!
A. 26,9 hrn. B. 2,69 hrn. C. 0,269 hrn. D. 2,069 hrn!
- 2°. Melyik igaz az alábbi egyenlőtlenségek közül?
A. $81,29 > 92,37$. B. $0,8 < 0,475$.
C. $7,385 < 7,395$. D. $0,0069 > 0,0096$.
- 3°. Mi a gyöke az $x + 109,6 = 325,06$ egyenletnek?
A. 215,6. B. 434,66. C. 215. D. 215,46.
4. Mennyivel kisebb a $236,259 + 1,06$ összeg a $15,78 - 3,106$ különbségnél?
A. 224. B. 224,645. C. 249,993. D. 2246,45.
- 5*. Határozd meg az $a - c$ és a p különbségét, ha $a = 102,35 - 2,6$,
 $c = 25,65 - 2,8$, $p = 18,753$!
A. 95,653. B. 58,147. C. 52,547. D. 76,9.

2. változat

- 1°. Kerekítsd tizedekre a 154,225 számot!
A. 155,2. B. 154,2. C. 154,22. D. 154,3.
- 2°. A téglalap hossza 10,6 m, szélessége pedig a hosszának 0,8 része. Határozd meg a téglalap szélességét!
A. 11,4. B. 9,8. C. 8,48. D. 13,25.
- 3°. Számítsd ki: $(53,27 + 3,85) \cdot 2,4$!
A. 57,12. B. 137,88. C. 137,088. D. 1370,88.
4. Mi a gyöke a $10x + 4,5 \cdot (3,3 - 2,7) = 3,672$ egyenletnek?
A. 0,972. B. 0,0972. C. 9,72. D. 2,7.
- 5*. A turista az első óra folyamán az előtte álló út 0,3 részét tette meg, a másodikban az egész út 0,5-ét, a harmadikban pedig a maradék utat. Mekkora távolságot tett meg a turista három óra alatt, ha a harmadik órában 40 km-t tett meg?
A. 60 km. B. 80 km. C. 100 km. D. 200 km.

SZÁZALÉKOK. SZÁMTANI KÖZÉP

A fejezetből választ kaptok az alábbiakra:

- ☀ mi a százalék, és hogyan jelölik;
- ☀ hogyan adható meg a százalék tizedes tört és közöségi tört alakjában;
- ☀ hogyan határozható meg a szám százaléértéke;
- ☀ hogyan határozható meg a százalékalap százaléértéke alapján;
- ☀ hogyan határozható meg a számok számtani közepe és a mennyiségek számtani közepe;
- ☀ hogyan alkalmazható a gyakorlatban az elsajátított tananyag.

$$1\% = 0,01 = \frac{1}{100}$$

1% - századrész

$$25\% = 0,5 = \frac{1}{2}$$

50% - fél

$$25\% = 0,25 = \frac{1}{4}$$

25% - negyed

$$75\% = 0,75 = \frac{3}{4}$$

75% - három negyed

34. §. MI A SZÁZALÉK? A SZÁM SZÁZALÉKÉRTÉKÉNEK MEGHATÁROZÁSA

A 226. ábrán egy tábla csokoládé, és egy fagyalt látható. A csomagolásukon az szerepel, hogy 56% kakaó, 100% tejszín. Már bizonyára hallottad, hogy a felnőttek ezt így olvassák: „56 százalék”, „100 százalék”. De mi a százalék?



226. ábra

Jegyezd meg!

A századrészt százaléknak nevezzük.

 Röviden így írjuk: 1%. A % jel helyettesíti a százalék szót.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01.$$

A szám vagy mennyiség századrésze megegyezik az adott szám vagy mennyiség egy százalékával. Például 400-nak az $\frac{1}{100}$ -a (400-nak a 0,01-a) 4, ezért 4 a 400-nak

1%-a; $\frac{1}{100}$ -a a hrvnyának (0,01-a a hrvnyának) 1 kopijka, ezért 1 kopijka 1%-a a hrvnyának.



1. feladat. A puzzle 500 elemből áll. Hány darab elem felel meg az 1 százalékának?

Megoldás. Legyen a puzzle 500 eleme 100%. Ekkor az 1%-ának 100-szor kevesebb elem felel meg. Innen $500 : 100 = 5$ (db). Tehát a puzzle elemeinek 1%-a 5 db.

**Figyeld meg!**

Ahhoz, hogy meghatározzuk az a szám 1%-át, a számot el kell osztani 100-zal. Vagyis:

$$\begin{aligned} 100\% &— a \\ 1\% &— a : 100. \end{aligned}$$

A szám vagy mennyiség 1%-ának ismerete alapján könnyen meghatározható a szám vagy mennyiség tetszőleges százaléka.



2. feladat. Marikának egy olyan szalagot kell felvarrni a ruhájára, amelynek 1%-a 3 cm. Marika az 50%-át már felvarrta. Hány cm szalagot varrt fel?



Megoldás. Mivel az 50% 50-szer több, mint az 1%, ezért Marika 3 cm-nél 50-szer többet varrt fel. Innen $3 \cdot 50 = 150$ (cm). Tehát Marika 150 cm szalagot varrt fel.

**Figyeld meg!**

Ha a b szám az 1%-a valamely számnak, akkor az $n\%$ -nak megfelelő szám, az n -szer nagyobb a b számnál Vagyis:

$$\begin{aligned} 1\% &— b \\ n\% &— bn. \end{aligned}$$

A gyakorlatban sokszor előfordul, hogy mindkét fenti feladatot egyszerre kell megoldani: először azt, mennyi a szám vagy mennyiség 1%-a, majd ezután meghatározni a szám vagy mennyiség valahány százalékát. Az ilyen feladatok megoldása során *a szám százaléértékét* határozzuk meg. Ezek úgy számtani mind algebrai módszerrel is megoldhatók.



3. feladat. Az édes körte 15% cukrot tartalmaz. Mennyi cukor van 3 kg körtében?



Megoldás. Leírjuk a feladatot a matematika nyelvén:

Körte — 3 kg — 100%

Cukor — ? — 15%

1. Számtani módszer.

1. Mennyi a körte 1%-a?

$$3 : 100 = 0,03 \text{ (kg).}$$

- 2. Hány kg felel meg a 15%-nak?
 $0,03 \cdot 15 = 0,45$ (kg).
- Tehát 3 kg körte 0,45 kg cukrot tartalmaz.

Megfogalmazhatjuk a szám százaléktéke meghatározásának szabályát.

Jegyezd meg!

A szám százaléktékének meghatározása.

Ahhoz, hogy meghatározzuk a szám százaléktékét, az adott számot el kell osztani 100-zal, majd az eredményt megszorozni a százaléklábbal.

2. Algebrai módszer.

Legyen x - a cukor tömege. Ekkor:

$$x : 15 = 3 : 100,$$

$$x = (3 : 100) \cdot 15,$$

$$x = 0,03 \cdot 15,$$

$$x = 0,45.$$

Felelet: 3 kg körte 0,45 kg cukrot tartalmaz.

Figyeld meg!

- 1) Ha az a szám 100%-nak felel meg, akkor ennek az 1%-a egyenlő: $a : 100$;
- 2) ha a keresett x szám n %-nak felel meg, akkor ennek 1%-a egyenlő: $x : n$;
- 3) az 1%-os értékeket egyenlővé tesszük. Vagyis:

$$x : n = a : 100$$

Ha a százalékot tizedes törtként adjuk meg, akkor ahhoz, hogy meghatározzuk a szám százaléértékét, elegendő a számot megszorozni az adott tizedes törttel.



Tudj meg többet!

A **százalék** (procent) szó a latin *pro centrum* szóból ered, amely századrészt vagy százzal való osztást jelent. Valamely mennyiség ezredrészét *promile*-nek (a latin *pro mile* jelentése ezerrel osztva) nevezik. Az ezrelék jele ‰. Ezrelékben mérik a víz sótartalmát, a víz lejtését, a vér alkoholtartalmát, a vasúti pálya szintkülönbségét (a biztonsági előírás szerint ez 3-tól 5‰-ig terjedhet) stb.

$$1‰ = 0,1\% = 0,001.$$



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Mi a százalék?
2. Hogyan jelölik a százalékot?
3. Melyik tizedes törtnek felel meg az 1%?
4. Hogyan határozzuk meg az a szám 1%-át?
5. Idézd fel a szám százaléértéke meghatározásának szabályát!
6. Hogyan kell a százaléértéket kiszámítani, ha a százalékláb tizedes törttel van megadva?
7. Hogyan oldjuk meg a szám százaléértékének meghatározásáról szóló feladatokat?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

1454. Igaz-e, hogy az 1% egyenlő:

- 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{15}$; 3) $\frac{1}{25}$; 4) $\frac{1}{100}$; 5) $\frac{1}{200}$?

1455. Igaz-e, hogy az 1% egyenlő:

- 1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,11; 5) 0,111?

1456. Igaz-e, hogy a 25% egyenlő:

- 1) $\frac{1}{25}$; 2) 1,25; 3) $\frac{1}{125}$; 4) 0,025; 5) $\frac{25}{100}$?

1457. Igaz-e, hogy a 0,75 egyenlő:

- 1) 705%; 2) 750%; 3) 57%; 4) 75%; 5) 0,75%?

1458°. Igaz-e, hogy az $\frac{1}{2}$ egyenlő:

- 1) 2%; 2) 20%; 3) 0,2%; 4) 12%; 5) 50 %?

1459°. Írd fel százalék alakban a tizedes törtet:

- 1) 0,05; 2) 0,13; 3) 0,48; 4) 0,69; 5) 1,23; 6) 4,56!



1460°. Írd fel százalék alakban a tizedes törtet:

- 1) 0,02; 2) 0,21; 3) 0,37; 4) 0,81; 5) 1,37; 6) 7,95!

1461°. Írd fel tizedes tört alakban:

- 1) 6%; 2) 27%; 3) 56%; 4) 92%; 5) 145%; 6) 371%!

1462°. Írd fel közönséges törtként vagy vegyes törtként:

- 1) 11%; 2) 34%; 3) 62%; 4) 78%; 5) 139%; 6) 429%!

1463°. Töltsd ki a 45. táblázatot!

45. táblázat

Közönséges tört	$\frac{3}{100}$			$\frac{13}{20}$		
Tizedes tört		0,8			0,72	
Százalék			14			110

1464°. A 200 darabos építőjátéknak hány darab lesz az 1%-a?

1465°. Ilona a könyv 25%-át már kiolvasta. Hány oldalt olvasott el a könyvből a kislány, ha a könyv oldalszámának az 1%-a 3 oldal?

1466°. Számítsd ki:

- 1) 60-nak az 5%-át; 3) 45-nek a 60%-át; 5) 150-nek a 75%-át;
2) 30-nak a 15%-át; 4) 40-nek a 25%-át; 6) 90-nek a 30%-át!



1467°. Számítsd ki:

- 1) 40-nek a 2%-át; 3) 32-nek a 40%-át; 5) 120-nak a 65%-át;
2) 20-nak az 20%-át; 4) 90-nek a 45%-át; 6) 350-nek a 35%-át!

1468°. Számítsd ki:

- 1) 6,4-nek a 4%-át; 3) 1,2-nek a 30%-át; 5) 3,4-nek a 75%-át;
2) 5,4-nek a 15%-át; 4) 4,4-nek a 25%-át; 6) 0,9-nek a 90%-át!

1469°. A Vorszklá folyó hossza 464 km. A Poltavai területre hosszának 48,7%-a esik. Hány kilométeren folyik a Vorszklá folyó a Poltavai területen?

1470°. A Jalpug Ukrajna legnagyobb természetes tava, melynek hossza 25 km, szélessége pedig 28%-a a hosszának. Milyen széles a Jalpug-tó?

1471°. A Rosz folyó, amely a Dnyeper jobboldali mellékfolyója, medencéjéhez 1136 kisebb folyó tartozik. Kijev megye területén ennek a 47%-a, Cserkaszi megye területén 4%-a, a többi pedig a Zsitomiri és a Vinnicai megyék területén található. Hány kisebb mellékfolyója van a Rosz folyónak a Kijevi és Cserkaszi megyék területén?

1472°. A Kárpátokhoz tartozó Szinevéri Nemzeti Park összterülete 40 400 ha, melynek 14,4%-a természetvédelmi terület. Mekkora a területe a Szinevéri természetvédelmi területnek?

1473°. A parmezán sajt tömege a tej tömegének 6,25%-a. Hány kilogramm parmezán sajtot készíthetünk a következő mennyiségből:
1) 300 l; 2) 1000 l; 3) 16 l?



1474°. A tej tömegéből 21% tejszín készül. Hány liter tejszint készíthetünk a következő mennyiségből:
1) 25 l; 2) 160 l; 3) 350 l?

1475°. A cukorrépa 16% cukrot tartalmaz. Hány kilogramm cukrot kapnak a következő mennyiségből:
1) 400 kg; 2) 1500 kg; 3) 12 t?

1476°. Az arany és az ezüst ötvöze 36% aranyat tartalmaz. Mennyi aranyat és ezüstöt tartalmaznak a következő tömegű ötvözetek:
1) 150 g; 2) 1 kg; 3) 3,5 kg?



1477°. A réz és az ólom ötvöze 42% rezet tartalmaz. Mennyi rezet és ólmot tartalmaznak a következő tömegű ötvözetek:
1) 140 g; 2) 10 kg; 3) 5,6 kg?

1478°. Az 5. A osztályban 34 gyerek tanul, az 5. B-ben pedig 36. Az ötödikesek 10%-a kitűnő tanuló. Hány kitűnő tanuló van az ötödikesek között?

1479°. A 60 fős gyermekénekkarnak 44 kislány a tagja, a többi pedig fiú. A fiúk 25%-a hegedűn játszik. Hány olyan fiú énekel az énekkarban, aki hegedűn is játszik?

1480. Határozd meg:

- 1) 16 16%-ának és 16 34%-ának az összegét;
- 2) 24 25%-ának és 24 65%-ának az összegét!

1481. Határozd meg:

- 1) 12 56%-ának és 12 44%-ának a különbségét;
- 2) 36 125%-ának és 36 65%-ának különbségét!

1482. Hasonlítsd össze:

- 1) 16-nak a 10%-át és 16-nak a 16%-át;
- 2) 25-nek a 25%-át és 25-nek a 24%-át!



1483. Hasonlítsd össze:

- 1) 200-nak az 5%-át és 20-nak az 50%-át;
- 2) 1,6-nek a 25%-át és 0,25-nak a 200%-át!

1484. Határozd meg:

- 1) az $(1,6 + 8,4)$ összeg 12%-ának és 10 34%-ának az összegét;
- 2) a $(3,6 + 4)$ összeg 50%-ának és a $(12,4 - 4,6)$ különbség 60%-ának az összegét!

1485. Határozd meg:

- 1) a $(12,5 + 35,5)$ összeg 40%-ának és 38 40%-ának a különbségét;
- 2) a $(36,4 + 33,6)$ összeg 120%-ának és a $(106 - 50)$ különbség 120%-ának a különbségét!

1486. A téglatest éleinek összege 100 cm. A téglatest élei ennek az összegnek az 5%-a, 8%-a és 12%-a. Számítsd ki a téglatest térfogatát!

1487. A téglatest egyik lapjának területe 40 cm^2 . A másik két lapjának területe az első lap területének megfelelően a 25%-a és 40%-a. Határozd meg a téglatest lapjai területének összegét!

1488. A háromszög egyik oldalának hossza 8 cm, a másiké 125%-a az elsőnek, a harmadiké pedig 60%-a a másodiknak. Határozd meg a háromszög kerületét!



1489. Két négyzet területének az összege 80 cm^2 . Az egyik négyzet területe ennek az összegnek a 20%-a. Számítsd ki a négyzetek kerületét!

1490. Az ólom és a cink ötvöze 20%-kal több ólmot tartalmaz, mint cinket. Mennyi ólmot és mennyi cinket tartalmaz 350 g ilyen ötvözet?

1491. Ilonka néninek 3 órája volt az ünnepi vacsora elkészítéséhez. A rendelkezésére álló idő 15%-át a saláta készítésére fordította, 45%-át a főfogásra, a fennmaradt időt pedig a desszertre. Mennyi ideig készítette mindegyik fogást?

1492*. Marika 3 nap alatt olvasta ki a 300 oldalas könyvet. Az első napon a könyv 30%-át olvasta el, a másodikon a fennmaradt rész 40%-át, a többit pedig a harmadik napon. Hány oldalt olvasott el a kislány a harmadik napon?

1493*. Az üzlet 50 játékot kapott, melyek összértéke 1000 hrn. A nagykereskedelmi árrés 2%, a kiskereskedelmi pedig 5%. Határozd meg a játék fogyasztói árát!

1494*. Mennyi vizet kell hozzáönteni a 200 g 10%-os sóoldathoz, hogy 4%-os oldatot kapjunk?

**GYAKORLATI PÉLDÁK**

- 1495.** Panni édesapja 36 éves. Hány éves Panni, ha éveinek száma az apja életkorának a 25%-a?
- 1496.** Panni édesapja 175 cm magas. Milyen magas Panni, ha a testmagassága az apja magasságának a 72%-a?
- 1497.** Panni szeret édesapjával sakkozni. Az utóbbi hónapban 20 partit játszottak, melynek 70%-át az apja nyerte meg. Hány partit nyert meg Panni?

**ISMÉTLŐ FELADATOK**

- 1498.** Határozd meg a pontok közötti távolságot:
1) $A(12)$ és $B(39)$; 2) $C(27)$ és $D(41)$; 3) $M(123)$ és $N(98)$!
- 1499.** Határozd meg a legkisebb hatjegyű és a legnagyobb ötjegyű szám különbségét!
- 1500.** Az egyenlő szárú háromszög alapja 16 cm, a szára pedig 5 cm-rel rövidebb nála. Határozd meg a háromszög területét!
- 1501.** Négy szám összege 162. A második szám 12-vel nagyobb, mint az első, a harmadik 12-vel nagyobb, mint a második, a negyedik pedig 6-tal nagyobb, mint a harmadik. Határozd meg a számokat!

35. §. A SZÁZALÉKALAP MEGHATÁROZÁSA SZÁZALÉKLÁB ALAPJÁN

Az előző paragrafusban megismerkedtél a százalék fogalmával, és azzal, hogyan kell meghatározni a szám százaléértékét. A gyakorlatban azonban másfajta százalékszámítási feladatot is meg kell tudni oldani. Például meghatározni a *százalékalapot a százalékláb alapján*. Az ilyen feladatok szintén megoldhatók úgy számtani, mint algebrai módszerekkel.



- 1. feladat.** Marika pártáján az összes szalag 20%-a kék színű. Hány szalag van a pártáján, ha 5 db kék szalag van?

▶ **Megoldás.** Leírjuk a matematika nyelvén.

Kék szalag — 5 — 20%

Összes szalag — ? — 100%.

1. Számtani módszer.

1. Hány darab a szalagok 1%-a?

$$5 : 20 = 0,25 \text{ (db).}$$

2. Hány darab a szalagok 100%-a?

$$0,25 \cdot 100 = 25 \text{ (db).}$$

Tehát, a Marika pártján 25 szalag van.

Meg tudjuk fogalmazni a százalékalap meghatározásának szabályát a százalékláb ismeretében.

Jegyezd meg!

A százalékalap meghatározása százalékláb alapján.

Ahhoz, hogy meghatározzuk a százalékalapot a százalékláb alapján, a százaléértéket el kell osztani a százaléklábbal, majd az eredményt megszorozni 100-zal.

2. Algebrai módszer.

Kék szalag — 5 — 20%

Összes szalag — ? — 100%

Legyen az x a pártán lévő összes szalag száma. Ekkor:

$$x : 100 = 5 : 20,$$

$$x = (5 : 20) \cdot 100,$$

$$x = 0,25 \cdot 100,$$

$$x = 25.$$

Felelet: 25 szalag van összesen a pártán.

**Figyeld meg!**

- 1) Ha az a szám $n\%$ -nak felel meg, akkor ennek az 1% -a egyenlő: $a : n$;
- 2) ha a keresett x szám 100% -nak felel meg, akkor ennek az 1% -a egyenlő: $x : 100$;
- 3) az 1% -os értékeket egyenlővé tesszük. Tehát:

$$x : 100 = a : n.$$

Ha a százaléklábat tizedes tört alakban adjuk meg, akkor a százalékalap meghatározásához elegendő a százaléértéket elosztani a tizedes tört alakban megadott százaléklábbal.

 Meg kell-e mindig határozni a 100% -nak megfelelő számot, azaz a százalékalapot? Nem. Megvizsgáljuk a következő feladatot.



2. feladat. A gyerekeknek szóló kiállításra egy jegy ára $1,5\%$ -át teszi ki az összes jegy árának. Miután eladták a jegyek 80% -át, az érte kapott összeg 1280 hrn. Mennyibe került egy jegy?

**Megoldás.**

Egy jegy ára — ? — $1,5\%$

Az eladott jegyek összértéke — 1280 hrn — 80% .

1. Számítási módszer.

1. Hány hrivnya a jegyek 1% -a?

$$1280 : 80 = 16 \text{ (hrn).}$$

2) Hány hrivnya a jegyek $1,5\%$?

$$16 \cdot 1,5 = 24 \text{ (hrn).}$$

2. Algebrai módszer.

Legyen x egy jegy ára. Ekkor:

$$x : 1,5 = 1280 : 80,$$

$$x = (1280 : 80) \cdot 1,5,$$

$$x = 16 \cdot 1,5,$$

$$x = 24.$$

Tehát a gyerekeknek szóló kiállításra egy jegy ára 24 hrn.

**Tudj meg többet!**

Különböző árucikkek vásárlásakor gyakran találkozhattok az ÁFA ($\Pi\Delta\text{B}$) rövidítéssel. Mi is ez? Az ÁFA – áruforgalmi adó, melyet

százalékban adnak meg. Ilyen adó befizetése minden vásárlás után megtörténik, kezdve a gyártással, és befejezve az áru vásárlónak történő eladásával. Az ÁFA a költségvetésbe befolyó legjelentősebb adónem.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBKAT!

1. Hogyan lehet meghatározni a százalékalapot a százalékláb alapján?
2. Hogyan kell megoldani számtani módszerrel az olyan feladatokat, melyekben a százalékalapot kell meghatározni százalékláb alapján?
3. Hogyan kell megoldani algebrai módszerrel az olyan feladatokat, melyekben százalékalapot kell meghatározni százalékláb alapján?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

- 1502°.** Ismert, hogy a szám 1%-a 4-gyel egyenlő. Igaz-e, hogy a 12% :
1) 4; 2) 12; 3) 48; 4) 24?
- 1503°.** Ismert, hogy a szám 1%-a 3-mal egyenlő. Igaz-e, hogy a 100%:
1) 3; 2) 30; 3) 300; 4) 100?
- 1504°.** Ismert, hogy a szám 1%-a 40-nel egyenlő. Igaz-e, hogy az 1%:
1) 10; 2) 4; 3) 40; 4) 400?
- 1505°.** Ismert, hogy a szám 1%-a 50-nel egyenlő. Igaz-e, hogy az 1%:
1) 5; 2) 2; 3) 0,5; 4) 50?
- 1506°.** Határozd meg a szám 1%-át, ha :
1) 5%-a egyenlő 25-tel; 2) 10%-a egyenlő 40-nel!
- 1507°.** Határozd meg a szám 16%-át, ha:
1) 1%-a egyenlő 3-mal; 2) 1%-a egyenlő 5-tel!
- 1508°.** Határozd meg azt a számot, melynek a 20%-a 10:
1) határozd meg ennek az 1%-át;
2) határozd meg ennek a 100%-át; 3) írd fel a keresett számot!
- 1509°.** Határozd meg azt a számot, melynek a 25%-a 75:
1) határozd meg ennek az 1%-át;
2) határozd meg ennek a 100%-át; 3) írd fel a keresett számot!
- 1510°.** Határozd meg azt a számot:
1) melynek 4%-a 12; 3) melynek 13%-a 65;
2) melynek 9%-a 72; 4) melynek 35%-a 140!
-  **1511°.** Határozd meg a számot:
1) melynek 3%-a 18; 3) melynek 17%-a 68;
2) melynek 11%-a 33; 4) melynek 23%-a 138!

1512°. Sándor akváriumában 7 darab keszeg van, ami a benne lévő hal 35%-a. Hány hal van összesen az akváriumban?

1513°. Micimackó télen 20 üveg mézet evett meg, ami a teljes méz-készletének 80%-a. Hány üveg méze volt Micimackónak eredetileg?

1514°. Az 5. B osztály 4 tanulója, akik az osztálylétszám 12,5%-át alkotják, kitűnően fejezték be az első félévet. Hány tanuló van az 5. B osztályban?

1515°. A Prut folyó medencéjének árterülete 27 000 km², ami a Tisza árterületének 18%-a. Határozd meg a Tisza árterületét!

1516°. A szárított gomba tömege a friss gomba tömegének 12%-a. Mennyi gombát kell szedni, hogy 2,4 kg szárított gombánk legyen?



1517°. Édesanya télre aszalt körtét és szilvát akart készletezni. Az aszalt gyümölcs tömege a friss gyümölcs tömegének 15%-a. Hány kilogramm gyümölcsöt kell leszedni, hogy 6 kg aszalt gyümölcsünk legyen?

1518°. Az ügynök az 5%-át kapja meg a biztosítási összegnek. Mekkora összegre kötöttek nála biztosítást, ha 900 hrivnyát kapott ebből az összegből?

1519°. A Dnyeper ukrainai szakaszának hossza 981 km, ami a folyó teljes hosszának a 44,57% -a. Mekkora a Dnyeper teljes hossza?

1520°. A városi sakkversenyen az iskola csapata 72 pontot szerzett, ami a megszerezhető pontoknak a 80%-a. Mennyi a versenyen megszerezhető maximális pontszám?

1521°. Az oldat 12% sót tartalmaz. Mennyi az oldat tömege, ha benne 30 g só van?



1522°. Az öntvény 15% rezet tartalmaz. Mennyi az öntvény tömege, ha 24 g réz van benne?

1523°. A cukorrépa 16% cukrot tartalmaz. Hány kg répából állítható elő: 1) 64 kg; 2) 4 q; 3) 1 t cukor?

1524°. A tejből 6,25% parmezán sajt nyerhető. Hány liter tejet kell feldolgozni ahhoz, hogy:

1) 1 kg; 2) 2,5 kg; 3) 12 kg sajtot kapjunk?



1525°. A tej 21%-a tejszín. Hány liter tejet kell feldolgozni ahhoz, hogy: 1) 8,4 l; 2) 105 l; 3) 73,5 l tejszínt kapjunk?

1526°. A kilencszázalékos oldat 24,3 g jódot tartalmaz. Mennyi az oldat tömege?

1527°. Az aranyból és ezüsből készült öntvényben 42% arany van. Mennyi az öntvény és a benne lévő ezüst tömege, ha az öntvényben lévő arany tömege:

- 1) 84 g; 2) 210 g; 3) 336 g?

 **1528.** A rézből és ólomból készült öntvény 65% rezet tartalmaz. Mennyi az öntvény és mennyi a benne lévő ólom tömege, ha az öntvényben lévő réz tömege:

- 1) 130 g; 2) 455 g; 3) 780 g?

1529. A filmszínház a délutáni előadás alatt 84%-ban volt tele. Hány ember látogatta az előadást, ha 3 néző az ülőhelyek 2%-át foglalja el?

1530. Mennyi kamillavirágot kell szedni, hogy 7 kg szárított virágot kapjunk, ha a virág szárítás során elveszíti tömegének 86%-át?

1531. A község lakosai 12 kg szárított málnát és 10 kg szárított áfonyát készleteztek. Mennyi friss bogyót gyűjtöttek, ha a szárítás folyamán a málna tömegének 75%-át, az áfonya pedig 80%-át veszíti el?

1532. Az egyik televíziós csatornán a kalandfilm vetítését 3-szor szakították meg reklámokkal, mindegyik alkalommal 3 percre, ami a film vetítési hosszának a 20%-a. Hány órakor fejeződött be a 15 órakor kezdődő film?

1533. A téglalap szélessége 5 cm, ami 62,5%-a a hosszának. Határozd meg a téglalap területét!

1534. Az egyik négyzet oldala 7 cm, ami 43,75%-a a másik négyzet oldalának. Határozd meg a nagyobbik négyzet területét!

 **1535.** Az egyik négyzet oldala 8 cm, ami 12,5%-a a másik négyzet oldalának. Határozd meg a nagyobbik négyzet területét!

1536. A háromszög egyik oldala 6 cm, ami a másik oldal hosszának 24%-a és 16%-a a harmadik oldal hosszának. Határozd meg a háromszög területét!

 **1537.** A háromszög egyik oldala 3,6 cm, ami a területének 12%-a és 30%-a a második oldal hosszának. Határozd meg a háromszög harmadik oldalának hosszát!

1538. A téglatest magassága 4 cm. A magasság 40%-a a hosszának és 80%-a a szélességének. Határozd meg a téglatest lapjainak összterületét!

1539. Az egyik kocka térfogata 27 cm^3 , ami 337,5%-a a másik kocka térfogatának. Határozd meg a kisebbik kocka lapjának területét!

- 1540.** A hús főzés közben elveszíti tömegének 35%-át. Mennyi friss húst kell venni 65 adag étel elkészítéséhez, ha az adagok 120 g főtt húst tartalmaznak?
- 1541.** A szállítás során a paradicsom elveszíti tömegének 4%-át. Mennyi paradicsomot kell leszednünk, ha négy üzletbe szállítunk, és mindegyik 384 kg-ot rendelt?
- 1542*.** A kocka térfogata 27 cm^3 , ami a téglatest térfogatának 90%-a. Határozd meg a téglatest legkisebb lapjának területét, ha a hosszúsága 60%-a, a szélessége pedig 40%-a a téglatest magasságának!
- 1543*.** Az öntvény 50% cinkből, 40% rézből és 10% alumíniumból áll. Hány gramm van mindegyik fémből ebben az öntvényben, ha 600 grammal kevesebb alumíniumot tartalmaz, mint rezet?
- 1544*.** A tengervíz 5% sót tartalmaz. Hány kilogramm édesvizet kell 40 kg tengervízhez önteni, hogy a keverék 2% sót tartalmazzon?



GYAKORLATI PÉLDÁK

- 1545.** Sanyika tavasszal 10 éves lett, ami az édesanyja életkorának a 31,25%-a. Hány éves Sanyika édesanyja?
- 1546.** Sanyika tavasszal 10 éves lett, ami a húga életkorának a 250%-a. Hány éves Sanyika húga?
- 1547.** Sanyika 135 cm magas, ami az édesapja magasságának a 75%-a. Milyen magas az édesapja?



ISMÉTLŐ FELADATOK

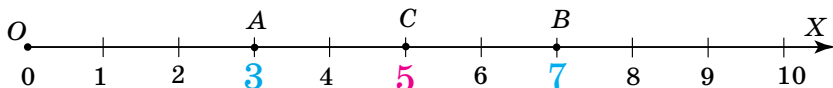
- 1548.** Hasonlítsd össze:
1) 0,2 cm és 20 mm; 2) 50 m és 0,05 km; 3) 1,5 dm és 150 cm!
- 1549.** Írd fel az 5 dm^3 -t:
1) köbcentiméterekben; 2) köbmilliméterekben!
- 1550.** A 150° -os szöget belső félegyeneseikkel egyenlő szögekre osztották. Határozd meg a szögek fokmértékét, ha:
1) 2 szög; 2) 5 szög; 3) 12 szög keletkezett!
- 1551.** A városból 35 km/óra sebességgel elindult egy motorkerékpár. Ugyaninnen 3 óra múlva ugyanabba az irányba egy gépkocsi indult el, melynek sebessége 70 km/óra. A gépkocsi kiindulása után hány óra múlva éri utol a motorkerékpárt? A várostól mekkora távolságra fog ez bekövetkezni?

36. §. A SZÁMTANI KÖZÉP. A MENNYISÉGEK ÁTLAGÉRTÉKE

Könyv- és újságolvasás közben, a világhálón való böngészés során, tévé- vagy mozifilm nézése alatt gyakran hallhatjátok a következő kifejezéseket: a levegő havi vagy heti átlaghőmérséklete, a gépkocsi átlagsebessége, a kijevei lakosok átlagéletkora, az osztály tanulóinak átlagmagassága, az 5. A osztály tanulóinak átlageredménye, a paradicsom hektáronkénti termésátlaga stb. Hogyan kell meghatározni a mennyiségek átlagát? Ehhez ismerni kell a számtani közép fogalmát.

Figyeld meg a 227. ábrát! A számegyenesen felvettek egy A és egy B pontot, melyek koordinátái rendre 3 és 7. Közük, a pontoktól egyenlő távolságra helyezkedik el a C pont, melynek 5 a koordinátája. Eközben a 3, 7 és 5 számok kielégítik a következő egyenlőséget: $\frac{3+7}{2} = 5$. Az előző egyen-

lőségre azt mondjuk, hogy az 5-ös szám a 3 és a 7 *számtani közepe*. Ahhoz, hogy meghatározzuk két szám számtani közepét, meg kell határozni az összegük felét.



227. ábra

 Meg lehet-e határozni három, négy és több szám számtani közepét? Igen.

 **Jegyezd meg!**

Néhány szám összegének és az összeadandók számának hányadosát a *számok számtani közepének* nevezzük.



1. feladat. Határozd meg 12, 15 és 18 számtani közepét!



Megoldás. Adott három szám. Ahhoz, hogy meghatározzuk a számok számtani közepét, az összegüket el kell osztani 3-mal:

$$\frac{12+15+18}{3} = \frac{45}{3} = 15$$



Lehet-e a számok számtani közepe törtszám? Igen. Például:

$$\frac{2+3+4+5}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3,5;$$

$$\frac{3,3+4,5+6,6}{3} = \frac{14,4}{3} = 4,8.$$

A számtani közepet a mennyiségek átlagának kiszámításánál is alkalmazzák. Megvizsgáljuk a következő feladatokat.



2. feladat. A gépkocsi a túra első órájában 120 km-t tett meg, a másodikban 110 km-t, a harmadik és negyedik órában pedig 80-80 km-t. Hány kilométert tett meg a gépkocsi átlagosan egy óra alatt?



Megoldás. A feladatban meg kell határozni a 120, 110, 80 és 80 számok számtani közepét: $\frac{120+110+80+80}{4} = 97,5$. Tehát a

gépkocsi óránként átlagosan 97,5 km-t tett meg.



Figyeld meg!

Ahhoz, hogy meghatározzuk, hány kilométert tesz meg átlagosan egy óra alatt a közlekedés résztvevői, ki kell számítani az óránként megtett utak számtani közepét.



3. feladat. A tejüzembe öt kanna különböző zsírtartalmú tejet szállítottak. Az első kannában a tej 4%-os zsírtartalmú, a másodikban 3,8%-os, a harmadikban 3,5%-os, a negyedikben 3,2%-os, az ötödikben pedig 3,6%-os. Mennyi a tej átlagos zsírtartalma?

- ▶ **Megoldás.** Ahhoz, hogy meghatározzuk a tej átlagos zsírtartalmát, meg kell határozni az adott százaléklábak számtani átlagát:

$$\frac{4 + 3,8 + 3,5 + 3,2 + 3,6}{5} = \frac{18,1}{5} = 3,62.$$

Tehát a tej átlagos zsírtartalma 3,62%.



Figyeld meg!

A százalékláb átlagának meghatározásához ki kell számítani az adott százaléklábak számtani közepét.



Tudj meg többet!

Már tudjátok, hogy a tengervíz **sótartalma** az 1 liter tengervízben lévő valamennyi ásványi só össz mennyisége, melyet grammokban fejeznek ki. Mértéke az ezrelék (‰). A világtenger átlagos sóartalma 35‰-kel egyenlő. A készülékek beállításához a Vizcayai-öbölből származó vizet használnak, ez lesz az úgynevezett szabványos víz, melynek sóartalma 35‰. Az Azovi-tenger átlagos sóartalma 13,8‰, a Fekete-tengeré pedig 17–18‰.



IDÉZD FEL A LEGFONTOSABBAKAT!

1. Mit nevezünk több szám számtani közepének?
2. Hogyan számítják ki néhány szám számtani közepét?
3. Hozz fel példákat a mennyiségek átlagértékére!
4. Hogyan kell meghatározni azt a távolságot, melyet átlagosan teszünk meg egy óra alatt?
5. Hogyan kell a százalékláb átlagát meghatározni?



OLDD MEG A FELADATOKAT!

1552. Igaz-e, hogy a 2, 3 és 4 számtani közepe:

- 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 9?

1553. Igaz-e, hogy a következő számok számtani közepe 5?

- 1) 5, 4, 5; 2) 1, 2, 2; 3) 4, 5, 6.

1554. Határozd meg a következő számok számtani közepét:

- 1) 3 és 7; 3) 23 és 25; 5) 4, 7 és 10;
2) 16 és 18; 4) 3, 6 és 6; 6) 9, 8 és 7!

1555°. Lehet-e 6 a következő számok számtani közepe:

- 1) 5 és 7; 2) 4, 6 és 8; 5) 2, 3, 5 és 8?

1556°. Számítsd ki a számok számtani közepét:

- 1) 34 és 56; 2) 160 és 187; 3) 20; 36 és 4; 4) 16, 18 és 8!

1557°. Határozd meg a következő számok számtani közepét:

- 1) 2,2 és 3,8; 3) 3,1 és 4,9; 5) 4,2; 3,2 és 1,6;
2) 1,6 és 1,8; 4) 3,1; 6,9 és 5; 6) 1,9; 1,8 és 2,3!

1558°. Számítsd ki a számok számtani közepét:

- 1) $\frac{1}{4}$ és $1\frac{3}{4}$; 2) $\frac{4}{5}$ és $2\frac{1}{5}$; 3) $1\frac{3}{7}$ és $2\frac{4}{7}$; 4) $3\frac{3}{8}$ és $4\frac{5}{8}$!

1559°. Milyen lehet az a két természetes szám, melyek számtani közepe egyenlő: 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 5?



1560°. Milyen lehet az a három természetes szám, melyek számtani közepe egyenlő: 1) 3; 2) 5; 3) 6; 4) 8?

1561°. Rajzolj egy számegyeneset! Egységül válaszd a füzeted két négyzetének hosszát. Jelöld meg rajta a következő pontokat: $M(3)$, $N(2)$, $K(7)$ és az A pontot, melynek koordinátája az ismert három pont koordinátájának számtani közepe!



1562°. Rajzolj egy számegyeneset! Egységül válaszd a füzeted két négyzetének hosszát. Jelöld meg rajta a következő pontokat: $A(1,5)$, $B(2,5)$, $D(2)$ és a C pontot, melynek koordinátája az ismert három pont koordinátájának számtani közepe!

1563°. Az aranyrudak közül az egyiknek a tömege 2,7 kg, a másiknak 5,3 kg, a harmadiknak pedig 4 kg. Határozd meg a rudak átlagos tömegét!

1564°. A tornaórán az 5. A osztály tanulói a következő eredményeket érték el: Sanyi 10-szer húzta fel magát a nyújtón, Misi 8-szor, Andris 6-szor, Alex pedig 12-szer. Átlagosan egy fiú hányszor húzta fel magát?

1565°. Micimackó az első napon 3 üveg mézet evett meg, a másodikon 4-et, a harmadikon pedig 5 üveget. Hány üveg mézet evett meg átlagosan Micimackó 1 nap alatt?



1566°. Az üzlet nyeresége az első hónapban 15 000 forint volt, a másodikban 18 000, a harmadikban 12 000, a negyedikben pedig 11 000 forint. Mennyi az üzlet havi átlagnyeresége?

1567°. Marika 30 gombát szedett, Katinka 36-ot, Andris pedig 45-öt. Átlagosan hány gombát szedett egy gyerek?

1568°. Az autóbusz az első órában 60 km-t tett meg, a másodikban 66 km-t, a harmadikban 56 km-t, a negyedikben pedig 70 km-t. Átlagosan hány km-t tett meg az autóbusz egy óra alatt?

1569°. Az iskolában a szünetek így következnek egymás után: 5 perces, 10 perces, 20 perces, 15 perces és 10 perces. Átlagosan mennyi ideig tart egy szünet ebben az iskolában?

1570°. A tehetségkutató versenyen az egyik résztvevő a zsűritől a következő pontszámokat kapta: 10, 9, 8, 10, 9. Milyen a versenyző átlagpontszáma?

1571°. Egy ismert és egy ismeretlen szám számtani közepe 8,1. Mennyi az ismeretlen szám, ha az ismert szám 7,4?

 **1572°.** Egy ismert és egy ismeretlen szám számtani közepe 13,3. Mennyi az ismeretlen szám, ha az ismert szám 15,5?

1573°. A síelő az első órában 5 km-t tett meg. Hány kilométert tett meg a síelő a második órában, ha átlagosan egy óra alatt 4,6 km-t tett meg?

 **1574°.** A turista az első órában 4,7 km-t tett meg. Hány kilométert tett meg a turista a második órában, ha óránkénti átlaga 4,5 km volt?

1575. A város különböző üzleteiben a citrom ára eltérő: az első üzletben 22 hrn 10 kop, a másodikban 23 hrn 20 kop, a harmadikban pedig 21 hrn 90 kop. Mennyi 1 kg citrom átlagos ára?

1576. Négy, egyenként 200 ha-os földrészlegről learatták a búzát. Az első részlegről 7200 q búzát takarítottak be, a másodikról 7460 q-t, a harmadikról 7380 q-t, a negyedikről pedig 7560 q-t. Mennyi mindegyik részleg hektáronkénti terméshozama? Mennyi az átlagos terméshozam hektáronként?

1577. Sanyi a lottón 3-szor nyert 50 hrvnyát, 4-szer 10 hrvnyát, 1-szer pedig 200 hrvnyát. Mennyi volt Sanyi átlagos nyereménye?

1578. Az a , 1,8 és 4,2 számok számtani középértéke 2,4. Határozd meg az a számot!

 **1579.** A 125, b , 108 és 236 számok számtani középértéke 204. Határozd meg a b számot!

1580. Az első szám 1,5-szer nagyobb a másodiknál, és ennek a két számnak a számtani közepe 35-tel egyenlő. Határozd meg a számokat!

 **1581.** Az első szám 40%-kal nagyobb a másodiknál, és ennek a két számnak a számtani közepe 36-tal egyenlő. Határozd meg a számokat!

1582. A labdarugó-bajnokságon a győztes meccsért a csapat 2 pontot kap, a vereségért 0 pont jár, a döntetlenért pedig 1 pont. A Dinamo 5 meccset nyert, egyet veszített és kettőt döntetlenre játszott. Hány pontot kapott átlagosan meccsenként a Dinamo?

1583. A gyerekeket a nyári táborozásra 5 egyforma autóbusszal szállították el, melyekben 29, 32, 36, 35 és 31 személy ült. El lehetett volna-e helyezni őket úgy, hogy mindegyik autóbuszba azonos számú gyerek kerüljön?

1584. Két szám számtani közepe 5,6-del egyenlő. Határozd meg ezeket a számokat, ha az egyik 4,4-szer kisebb, mint a másik!

1585. Három szám számtani közepe 6-tal egyenlő. Határozd meg ezeket a számokat, ha az első 2,5-szer, a második pedig 1,5-szer nagyobb, mint a harmadik szám!



1586. Három szám számtani közepe 15-tel egyenlő. Határozd meg ezeket a számokat, ha az első 1,4-szer, a harmadik pedig 1,2-szer nagyobb, mint az első szám!

1587*. Négy szám számtani közepe 3,46-dal egyenlő, a többi hat szám számtani közepe pedig 8,32. Határozd meg az összes tíz szám számtani közepét!

1588*. Határozd meg a számtani közepét a következő törteknek:

$$\frac{18}{25}, \frac{19}{18}, \frac{32}{25} \text{ és } \frac{17}{18}!$$

1589*. Bizonyítsd be, hogy 15 természetes szám számtani közepe nem lehet 6,7-del egyenlő!



GYAKORLATI PÉLDÁK

1590. Határozd meg a tankönyv egy lapjának átlagos vastagságát! Magyarázd meg, hogy kell elvégezni a feladatot!

1591. Határozd meg a heti átlagos hőmérsékletet! Milyen adatokra van szükséged ehhez?

1592. Határozd meg az osztály tanulóinak átlagmagasságát!

1593. Határozd meg a tanulmányi eredményed átlagát az ötödik osztály első félévében!

1594. Mérd meg tíz lépésed hosszát, majd határozd meg az átlagos lépésed hosszát!



ISMÉTLŐ FELADATOK

1595. Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

$$22 - 18,5 + 21 - 17,5 + 20 - 16,5 + 19 - 15,5 + 18 - 14,5!$$

1596. Írd fel csökkenő sorrendben a következő mennyiségeket:

$$5 \text{ cm}, 0,4 \text{ dm}, 0,06 \text{ m}, 60 \text{ mm}!$$

1597. A négyzet alakú park oldalhossza 5,2 m. Határozd meg a park területét és területét!

ELLENŐRIZD, MENNYIRE SAJÁTÍTOTTAD EL A TANANYAGOT!

ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

1. Mi a százalék? Hogyan jelölik a százalékot?
2. Hogyan fejezhető ki tizedes törtként az 1%?
3. Fogalmazd meg a szám százaléértékének meghatározását!
4. Hogyan oldhatók meg azok a feladatok, melyekben a szám százaléklábát kell meghatározni?
5. Hogyan kell meghatározni a százalékalapot százaléértéke alapján?
6. Magyarázd meg, hogyan oldhatók meg azok a feladatok, melyekben meg kell határozni a számot százaléértéke alapján!
7. Mit nevezünk néhány szám számtani közepének?
8. Hogyan kell kiszámítani néhány szám számtani közepét?
9. Hogyan lehet meghatározni azt a távolságot, melyet átlagosan tesz meg a gyalogos egy óra alatt?
10. Hogyan lehet meghatározni az átlagos százaléklábát?

TESZTFELADATOK

Figyelmesen olvasd el a feladatokat, és a felajánlott válaszok közül válaszd ki a helyeset! A tesztfeladatok végrehajtására 10–15 perc áll rendelkezésedre.

- 1°. Fejezd ki 0,16 tizedes törtet százalékban!
A. 160%. B. 16%. C. 1,6%. D. 0,16%.
- 2°. Írd fel a 120%-ot tizedes törtként!
A. 120. B. 12. C. 1,2. D. 0,12.
- 3°. Az oldat 16% sót tartalmaz. Mennyi az oldat tömege, ha a benne lévő só tömege 48 g?
A. 300 g. B. 768 g. C. 11 g. D. 7,68 g.
4. Három szám számtani közepe 1,8. Határozd meg az ismeretlen számot, ha a másik két szám 2,1 és 0,9!
A. 1,2. B. 3,3. C. 2,4. D. 0,6.
5. A háromszög egyik oldala 12 cm, a másik oldal 115%-a az elsőnek, a kerülete pedig 300%-a az elsőnek. Határozd meg a háromszög ismeretlen oldalát!
A. 12 cm. B. 10 cm. C. 9,8 cm. D. 10,2 cm.

- Hány szám van a következő számok között a természetes szám-sorban:
1) 120 és 129; 2) 999 és 1100; 3) 8901 és 8910; 4) 50 000 és 50 020?
- Az egyenesen adott három pont: A , B és C . Határozd meg a BC szakasz hosszát, ha $AB = 8$ cm és $AC = 9$ cm! Hány megoldása van a feladatnak?
- Írd fel azoknak a pontoknak a koordinátáit, melyek:
1) az $M(5)$ ponttól 3 egységre; 2) az $N(10)$ ponttól 6 egységre; 3) a $K(12)$ ponttól 4 egységre vannak!
- Határozd meg a pontok közötti távolságot:
1) $A(5)$ és $N(12)$; 2) $B(34)$ és $M(40)$; 3) $C(55)$ és $K(61)$!
- Írd fel a számkifejezést, és számítsd ki az értékét: 1) 720-nak, valamint 19 750 és 25 hányadosának az összege; 2) 300 és 895 összegének és 128-nak a különbsége; 3) 1010 és 90 összegének és 15-nek a szorzata; 4) 78 279-nek valamint 107 és 10 különbségnek a hányadosa!
- Írd fel a számegyенlőtlenséget: 1) 123 kisebb, mint 172; 2) 576 nagyobb, mint 347; 3) 538 nagyobb, mint 500, de kisebb, mint 600; 1000 nagyobb, mint 999, de kisebb, mint 1002!
- Jelöld meg a számegyenesen azt a számot, amely: 1) a 10-től 4 egységgel jobbra; 2) a 8-tól 4 egységgel balra; 3) az 5 és a 10 számok között helyezkedik el! Írd fel a megfelelő számegyенlőtlenséget!
- Hasonlítsd össze:
1) 45 cm és 50 cm; 2) 10 cm és 10 mm; 3) 2 m és 200 cm; 4) 2 dm és 100 mm; 5) 1 óra 15 perc és 75 perc; 6) 100 g és 1000 g!
- Hasonlítsd össze a számokat:
1) 4590 és 990; 2) 67 109 és 67 099; 3) 778 089 és 779 000; 4) 7 007 007 007 és 7 007 007 070!
- Írd be a csillag helyére az összes olyan természetes számot, melyekkel igaz egyenlőtlenséget kapunk:
1) $45 < * < 50$; 2) $458 < * < 569$; 3) $25\,099 < * < 25\,100$!
- Húzz egy OM félegyeneset! Szögmérővel szerkeszd meg az OM félegyenes egyik oldalán a 48° -os MON szöget, a másik oldalán pedig a 36° -os MOK szöget! Mennyi az NOK szög fokmértéke?

12. A BD félegyenes az ABC szög szögfelezője. Határozd meg:
 1) a $DBC\angle$ -et, ha az $ABC\angle = 80^\circ$;
 2) az $ABC\angle$ -et, ha az $ABD\angle = 25^\circ$!
13. Az OB félegyenes az AOC szög belső félegyenesese. Határozd meg:
 1) az $AOC\angle$ -et, ha $AOB\angle = 45^\circ$ és $BOC\angle = 15^\circ$;
 2) az $AOB\angle$ -et, ha $AOC\angle = 95^\circ$ és $BOC\angle = 29^\circ$;
 3) a $BOC\angle$ -et, ha $AOC\angle = 120^\circ$ és $AOB\angle = 84^\circ$!

ELSŐRENDŰ MŰVELETEK TERMÉSZETES SZÁMOKKAL

14. Egyszerűsítsd a kifejezést:
 1) $a + 2 - a + 10 + b - b + 3$; 2) $3a + b + 3 + b + 4a$!
15. Határozd meg a $2a + 78$ kifejezés értékét, ha: 1) $a = 11$; 2) $a = 25$!
16. Az album a hrivnyába, a füzet pedig b hrivnyába kerül. Magyarázd meg a kifejezések értelmét:
 1) $a + b$; 2) $a - b$; 3) $10a$; 4) $2a + 30b$!
17. Írd fel növekvő sorrendben a kifejezések értékeit: $123\ 456 + 89$;
 $34\ 956 + 583$; $80\ 076 + (115 + 334)$ és $99\ 999 + 543 + 101$!
18. Az összeg egyik összeadandóját 21 227-tel növelték. Mennyivel változott meg a másik összeadandó, ha az összeg 54 001-gyel növekedett?
19. Rajzolj egy számegyeneset, és jelöld rajta a $B(1)$ pontot! Vedd fel rajta az A pontot, melynek koordinátája: 1) 7-tel; 2) 9-cel; 3) 11-gyel nagyobb a B -nél! Határozd meg az A és B pontok közötti távolságot!
20. Rajzolj egy számegyeneset, és jelöld rajta a $B(7)$ pontot! Vedd fel rajta az A pontot, melynek koordinátája: 1) 6-tal; 2) 2-vel; 3) 5-tel kisebb a B -nél! Határozd meg az A és B pontok közötti távolságot!
21. Végezd el a műveleteket a legcélszerűbb módon:
 1) $15\ 034 + 237 - 5034 + 263$; 3) $1010 - 234 - 510$;
 2) $12\ 380 + 55 - 80 + 145$; 4) $360 - 194 - 60 + 184$!
22. A Föld sugara 6371 km, ami 4634 km-rel nagyobb, mint a Holdé. Határozd meg a Hold sugarát!
23. Miután a raktárból az első napon elszállítottak 26 051 kg lisztet, a másodikon pedig 17 365 kg-ot, még 6584 kg liszt maradt. Mennyi liszt volt a raktárban eredetileg?
24. Az A , B és C városok lakosainak száma 17 987 fő. A B városban 5783-mal kevesebben vannak, mint az A -ban, a C városban pedig 3421-gyel többen, mint az A -ban. Mennyi a városok lakossága külön-külön?
25. Az ABC háromszög A szöge 45° -os, C szöge pedig 4-szer nagyobb a B -nél. Határozd meg a háromszög B és C szögének fokmértékét!

26. Az ABC derékszögű háromszögben az $A\angle$ derékszög, az $A\angle + C\angle = 110^\circ$. Határozd meg a háromszög szögeit!
27. Az ABC háromszög AB oldala háromszor nagyobb, mint az AC oldal és 10 cm-rel rövidebb, mint a BC . Határozd meg a háromszög oldalait, ha a kerülete 87 cm!
28. Az egyenlő szárú háromszög alapja 10 cm-rel nagyobb, mint a szára. Határozd meg a háromszög oldalait, ha a kerülete 64 cm!
29. Az n szög mindegyik oldala 6 cm. Határozd meg a kerületét, ha:
1) $n = 15$; 2) $n = 20$!
30. A téglalap oldalainak hossza 25 cm és 16 cm. Határozd meg annak a négyzetnek az oldalát, melynek kerülete egyenlő a téglalap kerületével!

MÁSODRENDŰ MŰVELETEK TERMÉSZETES SZÁMOKKAL

31. Végezd el a szorzást:
1) $325 \cdot 2802$; 3) $30\,865 \cdot 2010$;
2) $407 \cdot 12\,025$; 4) $72\,343 \cdot 4\,560\,180$!
32. Számítsd ki a lehető legegyszerűbben:
1) $382 \cdot 2 \cdot 50$; 3) $125 \cdot (72 \cdot 8)$; 5) $40 \cdot (496 \cdot 25)$;
2) $25 \cdot 74 \cdot 4$; 4) $5 \cdot (315 \cdot 20)$; 6) $12 \cdot (5 \cdot 11)$!
33. Egyszerűsítsd a kifejezést:
1) $9 \cdot a \cdot 12 \cdot 5 \cdot b$; 4) $3p \cdot 5k \cdot 2t$; 7) $n + 21n$;
2) $8 \cdot c \cdot 15 \cdot d$; 5) $9a + 21a$; 8) $45p - 15p + p$;
3) $m \cdot 25 \cdot n \cdot 4$; 6) $56c - 48c$; 9) $12x + 68x - x$!
34. Bontsd fel a zárójeleket:
1) $15 \cdot (a + 12)$; 3) $6 \cdot (2n + m)$; 5) $3 \cdot (2p + k + 5t)$;
2) $c \cdot (8 - 11d)$; 4) $(n - m) \cdot 15p$; 6) $(y + 8) \cdot 10 + (5 - y) \cdot 6$!
35. Emeld ki a közös tényezőt:
1) $9a + 9b$; 3) $8n - 12m$; 5) $15p + 5k - 25t$;
2) $5c + 10d$; 4) $2n + 16m$; 6) $12p - 14k + 6t$!
36. Számítsd ki a lehető legegyszerűbben:
1) $83 \cdot 9 + 9 \cdot 17$; 3) $716 \cdot 52 - 52 \cdot 616$;
2) $24 \cdot 96 - 24 \cdot 86$; 4) $35 \cdot 20 + 59 \cdot 12 - 20 \cdot 25 - 12 \cdot 49$!
37. Végezd el az osztást:
1) $5032 : 68$; 2) $25\,050 : 50$; 3) $197\,500 : 250$; 4) $1\,311\,000 : 690$!
38. Végezd el a maradékos osztást:
1) $951 : 24$; 2) $98\,081 : 40$; 3) $408\,530 : 430$; 4) $243\,065 : 578$!
39. Hány 3 hrn 50 kopekes füzetet tud vásárolni Zsófi, ha 20 hrivnyája van? Mennyi pénze marad Zsófinak a vásárlás után?

- 40.** Határozd meg a kifejezés értékét:
 1) $56\,856 : 552 + 154 - (10\,648 - 872) : 47$;
 2) $(20\,200 - 3\,829\,925 : 209) : (16\,000 - 2\,014\,125 : 131)!$
- 41.** Állítsd össze a műveletek végrehajtásának algoritmusát, készíts vázlatrajzot, majd határozd meg a kifejezés értékét:
 $(30\,000 - 408 \cdot 25) \cdot (609 \cdot 700 - 417\,295)!$
- 42.** Oldd meg az egyenleteket:
 1) $100 : (45 - x) = 4$; 4) $16 \cdot (24 - x) = 256$;
 2) $(70 + x) + 35 = 134$; 5) $54x + 36x - x = 178$;
 3) $(y - 25) : 25 = 18$; 6) $28y - 18y + 5y + 15 = 75!$
- 43.** Az egyik szám 6-szor nagyobb a másiknál. Határozd meg a számokat, ha összegük 2870!
- 44.** Két szám különbsége 100. Határozd meg a számokat, ha az egyik 3-szor kisebb, mint a másik!
- 45.** 5 kg keksz és 4 kg cukorka 208 hrvnyába kerül. Mennyibe kerül egy kilogramm keksz és egy kilogramm cukorka, ha a cukorka 2-szer drágább, mint a keksz?
- 46.** Két kerékpáros egyidejűleg indult el egymás felé az A és B városokból, és 1 óra múlva találkoztak. A városok közötti távolság 30 km. Határozd meg a kerékpárosok sebességét, ha az egyiké 2 km/h-val nagyobb, mint a másiké!
- 47.** A városból két kerékpáros egyidejűleg indult el egymással ellenkező irányban. Az első sebessége 13 km/h, a másiké pedig 4 km/h-val nagyobb, mint az első kerékpárosé. Mekkora távolságra lesznek egymástól a kerékpárosok egy fél órával elindulásuk után?
- 48.** Két gyalogos ugyanazon az útvonalon halad. Az egyik sebessége 100 m/perc, a másiké pedig 80 m/perc. Mekkora távolságra lesznek 4 perc múlva, ha jelenleg 800 m-re vannak egymástól? Vizsgáld meg minden lehetséges esetet!
- 49.** Két kikötő között a távolság 60 km. A folyó sebessége 5 km/h. Mennyi idő alatt teszi meg a két kikötő közötti távolságot a motorcsónak, ha: 1) a folyás irányában halad; 2) a folyással ellentétes irányban halad? A motorcsónak saját sebessége 25 km/óra.

A TERMÉSZETES SZÁM TERMÉSZETES KITEVŐJŰ HATVÁNYA. AZ ALAKZATOK TERÜLETE ÉS TÉRFOGATA

- 50.** Számítsd ki:
 1) $5 \cdot 2^6 + 2^2 - 4 \cdot 3^4$; 3) $6^2 : 2 \cdot (4^3 - 55)$;
 2) $2(2 \cdot 5^3 - 10^2) : 5^2$; 4) $2^3 : 1^{12} \cdot 5^3 - (3^2 \cdot 5 - 5)!$

51. Határozd meg az $a^3 + b^2$ értékét, ha:
 1) $a = 2, b = 12$; 2) $a = 1, b = 1$; 3) $a = 6, b = 8$!
52. Számítsd ki a lehető legegyszerűbben:
 1) $120 \cdot 5^4 - 118 \cdot 5^4$; 2) $20^3 \cdot 12 - 20^3 \cdot 10$!
53. A $2 \cdot 5^3 + 22 - 2^2 + 40 = 12^2 \cdot 10$ egyenlőségben úgy tegyél zárójeleket, hogy igaz egyenlőséget kapjál!
54. A téglalap hossza 3,6 cm, szélessége pedig 2-szer kisebb. Határozd meg a téglalap területét!
55. A téglalap területe $0,06 \text{ cm}^2$. Határozd meg az oldalait, ha az egyik 6-szor nagyobb, mint a másik!
56. Határozd meg annak a négyzetnek a területét, melynek kerülete egyenlő egy olyan téglalap kerületével, melynek oldalai 10 cm és 12 cm!
57. Rajzolj egy 100 cm^2 területű négyzetet!
58. Határozd meg egy olyan kocka éleinek összegét, melynek éle:
 1) 4 m 6 cm; 2) 3 cm 4 mm!
59. Határozd meg egy olyan kocka lapjainak területét, melynek éle:
 1) 4 cm 5 mm; 2) 9 m 20 cm!
60. Az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest AB éle 5 cm-rel rövidebb az AA_1 -nél, BC éle pedig 10 cm-rel nagyobb DC -nél. Számítsd ki a téglatest mindegyik élének hosszát, ha éleinek összege 255 cm!
61. A téglatest egyik élének hossza 40 m, a másiké 4-szer rövidebb az elsőnél, a harmadik pedig 12 cm-rel hosszabb az elsőnél. Határozd meg a téglatest térfogatát!
62. Határozd meg a kocka térfogatát, ha lapjának kerülete: 1) 16 cm; 2) 12 dm!
63. A téglatest hossza $(a + 123)$ m, szélessége $(b + 213)$ m, a magassága pedig $(c + 312)$ m. Írd fel a téglatest térfogatának képletét! Számítsd ki az értékét, ha $a = 177, b = 87, c = 88$!
64. Egy téglatest méretei 80 cm, 50 cm és 9 cm. Határozd meg annak a kockának az élét, melynek térfogata 28 dm^3 -rel nagyobb a téglatest térfogatánál!
65. Hogyan változik meg a téglatest térfogata, ha a hosszát 3-adára csökkentik, a magasságát pedig 6-szorosára növelik?

KÖZÖNSÉGES TÖRTEK

66. Rendezd növekvő sorrendbe az alábbi törtket:

$$\frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{12}, \frac{10}{12}, \frac{3}{12}, \frac{11}{12}, \frac{9}{12}, \frac{12}{12}, \frac{4}{12}!$$

67. Az x mely értékeinél lesz az $\frac{x}{8}$ valódi tört?

68. Az x mely értékeinél lesz a $\frac{11}{x}$ tört áltört?

69. Az x mely értékeinél lesz az $\frac{x}{12}$ tört kisebb, mint a $\frac{11}{12}$?

70. A munkás 124 alkatrészt készített, ami a norma $\frac{4}{3}$ része. Hány alkatrészt kellett volna készítenie a norma szerint?

71. Írd fel az áltörtet vegyes törtként:

$$1) \frac{8}{5}; \quad 2) \frac{23}{10}; \quad 3) \frac{37}{6}; \quad 4) \frac{43}{8}!$$

72. 145 perc hány óra?

73. Írd fel a vegyes törtet áltörtként:

$$1) 7\frac{1}{5}; \quad 2) 15\frac{2}{7}; \quad 3) 9\frac{2}{9}; \quad 4) 11\frac{12}{13}!$$

74. Ukrajna területe 603 700 km². A sztyepp az ország területének a $\frac{2}{5}$ része. Határozd meg Ukrajna sztyeppi területét!

75. Írj fel négy olyan számot, melyek: 1) 7-nél nagyobbak, de kisebbek, mint 8; 2) nagyobbak mint 9, de kisebbek, mint 10!

76. Rajzolj egy számeget, és jelöld rajta a következő pontokat:

$$1) \frac{4}{4}; 2) \frac{3}{4}; 3) \frac{12}{4}; 4) \frac{1}{2}!$$

77. Határozd meg az x azon értékeit, amelyek esetén teljesülnek az egyenlőségek:

$$1) \frac{x}{11} = 2\frac{2}{11}; \quad 2) \frac{x}{145} = 5\frac{112}{145}; \quad 3) x\frac{1}{7} = \frac{36}{7}; \quad 4) x\frac{3}{4} = \frac{111}{4}!$$

78. Az üzletbe 714 kg almát szállítottak. Az első nap eladták az alma $\frac{5}{17}$ részét, a másodikon pedig a $\frac{9}{17}$ -ét. Mennyi almát adtak el két nap alatt?

79. A gyümölcsösben 300 fa van. A fák $\frac{5}{30}$ része körtefa, $\frac{6}{30}$ -a almafa, a többi pedig szilva. Hány körte-, alma- és szilvafa van ebben a kertben?
80. A hársvirág a szárítás során elveszti tömegének $\frac{3}{4}$ részét. Mennyi friss virágot kell szedni, hogy 12 kg szárított virágot kapjunk?
81. Mennyi búzát kell megőrölni ahhoz, hogy 24 kg lisztet kapjunk, ha a liszt a búza tömegének $\frac{6}{8}$ része?
82. A kijevei kirándulásra 28 tanuló jelentkezett, ami az osztály létszámának $\frac{7}{8}$ -a. Hány tanuló jár az osztályba?
83. A 60 kg-os ládából eladták a benne lévő banán $\frac{4}{5}$ részét, a maradékot 6 vásárló között egyenlően szétosztották. Hány kg banánt kapott mindegyik vásárló?
84. A pékségben 100 mákos kiflit sütöttek, ami a $\frac{8}{5}$ -e a diós kifliknek. Melyik kifliből sütöttek kevesebbet, és mennyivel?

AZ EGYENLŐ NEVEZŐJŰ TÖRTEK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

85. Számítsd ki:

1) $5\frac{2}{9} + 6\frac{5}{9} - 3\frac{8}{9}$;

3) $5 - 2\frac{3}{7} - \frac{6}{7}$;

2) $9\frac{11}{31} - 7\frac{13}{31} + 4\frac{22}{31}$;

4) $17 - 5\frac{6}{13} - 6\frac{5}{13}$!

86. Töltsd ki a bűvös négyzetet úgy, hogy mindegyik sorban, oszlopban és átlósan a számok összegei egyenlők legyenek egymással!

1)

3		
	$2\frac{1}{2}$	
1		2

2)

$\frac{2}{3}$	3	
$2\frac{1}{3}$		1
2		

87. Határozd meg a kifejezések értékeit órákban:

1) $\frac{5}{60}$ óra + 12 perc + 900 mp; 2) 240 mp + 45 perc – $\frac{7}{60}$ óra!

88. A háromszög kerülete $6\frac{4}{15}$ dm. Határozd meg a háromszög oldalait, ha másik két oldala $3\frac{4}{15}$ dm és $2\frac{7}{15}$ dm!

89. A négyzet kerülete $7\frac{3}{4}$ cm. Mennyi lesz a négyzet kerülete, ha az oldalait $\frac{3}{4}$ cm-rel növeljük?

90. A kocka éleinek összege 6 dm. Mennyi lesz a kocka éleinek összege, ha mindegyik élét $\frac{1}{12}$ dm-rel csökkentjük?

91. A négyzet területe 4 cm^2 . Mindegyik oldalát $\frac{7}{9}$ cm-rel csökkentjük.

Határozd meg az így keletkezett négyzet területét!

92. Nevezd meg a C pont egy olyan koordinátáját, amely a következő pontok között helyezkedik el: 1) $A(3)$ és $B(4)$; 2) $M(9)$ és $N(10)$; 3) $K(23)$ és $D(25)$; 4) $P(19)$ és $Q(20)$!

93. Rajzolj egy számegyeneset! Egységül válaszd a füzeted 6 négyzetének hosszát! Jelöld rajta a következő pontokat: $A(\frac{5}{6})$, $B(1\frac{1}{6})$,

$C(1\frac{5}{6})$, $D(\frac{12}{6})$, $K(1\frac{3}{6})$, $E(1)$. Határozd meg az így keletkezett szakaszok hosszát!

94. Hasonlítsd össze az AB és CD szakaszok hosszát, ha $A(1\frac{4}{5})$,

$B(3\frac{2}{5})$, $C(5\frac{4}{5})$, $D(4\frac{3}{5})$!

95. A BAC egyenes szöget az AD és AN félegyeneseikkel három részre osztották. A BAD szög $45\frac{5}{6}^\circ$ -kal, az NAC szög $68\frac{1}{6}^\circ$ -kal egyenlő. Határozd meg a DAN szög fokmértékét!

96. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{32} + \frac{24}{32} + \frac{5}{32} = \frac{31}{32};$$

$$3) \frac{x}{29} + \left(\frac{19}{29} - \frac{8}{29} \right) = 1 \frac{8}{29};$$

$$2) \frac{x}{13} + \left(\frac{17}{13} + \frac{8}{13} \right) = 2 \frac{6}{13};$$

$$4) \left(1 \frac{23}{55} + 2 \frac{17}{55} \right) - \frac{x}{55} = 3 \frac{34}{55}!$$

97. Határozd meg az ismeretlen összeadandót, ha a másik összeadandó $\frac{1}{14} + \frac{6}{14}$ -del, az összeg pedig $3 \frac{1}{14} - 2 \frac{5}{14}$ -del egyenlő!

98. Az a mely természetes értékeire teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$1) \frac{a}{7} + 1 \frac{3}{7} < 2 \frac{2}{7};$$

$$2) 3 - 2 \frac{10}{13} > \frac{a}{13}?$$

99. Az iskolai étkezdében az ebéd alatt a gyerekek $10 \frac{2}{9}$ l tejet, $5 \frac{4}{9}$ l

kefirt és $14 \frac{5}{9}$ l kompótot ittak meg. Hány liter italt ittak meg a gyerekek összesen?

100. Az autóbusz az első órában $63 \frac{3}{10}$ km-t tett meg, a másodikban

pedig $71 \frac{4}{10}$ km-t. Hány km-t tett meg a harmadik órában a busz,

ha összesen $186 \frac{7}{10}$ km-t tett meg?

101. A kertben 24 fa nő. A fák $\frac{5}{8}$ -a almafa. Hány almafa van a kertben?

TIZEDES TÖRTEK. MŰVELETEK TIZEDES TÖRTEKKEL

102. Hasonlítsd össze a törteket:

$$1) 2,3 \text{ és } 2,9;$$

$$3) 78,25 \text{ és } 78,248;$$

$$2) 152,03 \text{ és } 152,3;$$

$$4) 107,13 \text{ és } 107,1236!$$

103. Melyik két szomszédos természetes szám között helyezkedik el a tizedes tört:

$$1) 13,6;$$

$$2) 102,405;$$

$$3) 5,2054;$$

$$4) 5,3;$$

$$5) 154,256?$$

104. Számítsd ki:

1) $81,31 + (54,1 - 27,39)$; 2) $(125,25 - 12,126) + 84,2!$

105. Határozd meg az összeget:

1) $0,769 + 42,389$; 2) $5,8 + 22,191$; 3) $95,381 + 3,219!$

106. Számítsd ki:

1) $2,012 + (7,3 + 8,688)$; 2) $4,307 + (102,143 + 119,55)!$

107. Határozd meg a különbséget:

1) $18,01 - 2,9$; 3) $0,067 - 0,0389$;
2) $7,45 - 4,45$; 4) $206,48 - 90,507!$

108. Határozd meg a számok szorzatát:

1) $2,5 \cdot 0,37$; 2) $3,45 \cdot 0,12$; 3) $0,25 \cdot 0,48!$

109. Számítsd ki:

1) $(2,8 + 5,3) \cdot 12$; 3) $(6,31 + 2,59) \cdot 25$;
2) $(8,7 - 4,3) \cdot 15$; 4) $(7,329 - 2,079) \cdot 14!$

110. Számítsd ki: 1) $3^2 \cdot 0,2^2 \cdot 100$; 2) $8^2 \cdot 1,3^2 \cdot 0,1!$

111. A téglalap oldalai 7,8 cm és 13,45 cm. Határozd meg a téglalap területét és terüetét!

112. Egy ruhára 1,75 m szövet szükséges. 1 m szövet ára 156,25 hrn. Édesanya két ruhára valót vásárolt belőle. Mennyibe került a vásárlás?

113. Határozd meg a hányadost:

1) $0,468 : 0,09$; 3) $0,00261 : 0,03$; 5) $0,824 : 0,8$;
2) $24,576 : 4,8$; 4) $16,51 : 1,27$; 6) $46,08 : 0,384!$

114. Számítsd ki:

1) $4,9 : 10$; 4) $0,8 : 0,1$; 7) $0,0001 : 0,01$;
2) $7,54 : 100$; 5) $0,00081 : 0,001$; 8) $4 : 1000$;
3) $0,8939 : 0,1$; 6) $7,8 : 1000$; 9) $2,8 : 0,01!$

115. Old meg az egyenleteket:

1) $x - 7,83 = 6,47$;
2) $(y + 26,1) \cdot 2,3 = 70,84$;
3) $(1,37 - 0,37)y = 664 \cdot (39,7 - 29,7)$;
4) $(100,83 - 0,83)y = 583,7 - 83,7!$

116. Vásároltak 3,8 kg meggyet 4,25 hrvnyáért kilogrammját és 5,4 kg földiepret 6,85 hrvnyáért kilogrammját. Melyik gyümölcsért fizettek többet, és mennyivel?

117. Kerekítsd:

1) tizedekre: a) 9,435; b) 32,1601; c) 9,75;
2) századokra: a) 65,1784; b) 4,008; c) 1,6666;
3) egyesekre: a) 50,92; b) 1,19; c) 8,47!
4) százásokra: a) 468; b) 2078,65; c) 197,48!

118. Írd fel tonnában: 1) 23 651 kg; 2) 154 897 kg; 3) 10 023 kg; 4) 2925 kg! Az eredményt kerekítsd: a) ezredekre; b) századokra; c) tizedekre; egységekre!

119. Milyen számjegyet kell a * helyére írni, hogy a kerekítés helyes legyen:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| 1) $17,9* \approx 17,9$; | 4) $15,205* \approx 15,205$; |
| 2) $102,* 31 \approx 102$; | 5) $215,025* \approx 215,026$; |
| 3) $115,3* \approx 115,4$; | 6) $48,12*99 \approx 48,12$? |

SZÁZALÉK. SZÁMTANI KÖZÉP

120. A zeneiskola tanulóinak 52%-a zongorázni, 28%-a pedig hegedülni tanul. Hány növendék tanul zongorázni, illetve hegedülni, ha a zeneiskolába 250 gyerek jár?

121. A 150 ha-os mező 72%-án cukorrépát termesztene. Hány hektáron termesztene cukorrépát?

122. Az üzlet területe 60 m^2 , ennek 65%-a az eladótér, a többi pedig a szolgálati helyiségek. Mennyi a szolgálati helyiségek területe?

123. Az 1 m oldalélű kocka alakú tartály 65%-ban tele van vízzel. Határozd meg a tartályban lévő víz térfogatát!

124. Az iskolában 800 tanuló tanul. A kislányok 16%-kal többen vannak, mint a kisfiúk. Hány kislány és hány kisfiú tanul ebben az iskolában?

125. A Kijev–Lemberg között közlekedő vonatra 364 db jegyet adtak el, ami 65%-a a vonat férőhelyeinek. Hány hely van a vonaton?

126. A Mars bolygó pályájának sugara 228 millió km. Határozd meg a földpálya sugarát, ha az 65,61%-a a Marsénak?

127. A Szvityaz Ukrajna legmélyebb tava. Átlagos mélysége 7,2 m, ami 360%-a a Kahul-tó átlagos mélységének. Határozd meg a Kahul-tó átlagos mélységét!

128. Határozd meg a levegő reggeli hőmérsékletét, ha napközben $33,2^\circ\text{C}$ volt, este $26,6^\circ\text{C}$, a napi átlagos hőmérséklet pedig $30,4^\circ\text{C}$!

129. Három szám számtani közepe 3,5-del egyenlő. A második szám 0,5-del kisebb, mint az első, és kétszer kisebb, mint a harmadik. Határozd meg a számokat!

FELELETEK

1. fejezet

1. §.

13. 1) 8; 2) 10; 3) 19; 4) 24. **14.** 1) 12; 2) 10; 3) 5; 4) 13. **15.** 1) 1 és 9; 2) 10 és 99; 3) 100 és 999; 4) 10 000 és 99 999. **16.** 1) 9; 2) 90; 3) 900; 4) 90 000. **24.** 9 876 543 210 és 1 023 456 789. **25.** 15 padot. **26.** 50. **27.** 5 diót. **29.** 1) 16 és 14; 2) 102 és 100; 3) 53 és 52; 4) 234 és 233; 5) 65 és 66; 6) 420 és 421. **30.** $a + 1$; $a + 2$; $a + 3$; $a + 4$. **31.** 21-szer. **32.** 20-szor. **33.** 1–21-szer, 0–11-szer. **34.** 1) 5–36-szor; 2) 7–26-szor. **35.** 6. **36.** 24 és 18. **37.** 23 421 314 vagy 41 312 432. **38.** 144. **39.** 2367. **40.** 1) 9 és 11; 2) 10 és 12; 3) 33 és 40; 4) 50 és 25. **41.** 1) 171 111; 2) 111 111. **45.** 1) 383; 2) 25. **46.** 87 tanuló. **47.** 265 gyerek.

2. §.

54. 1) 12 cm; 2) 5 cm; 3) 4 cm; 4) 3 cm. **57.** 1) 13 cm; 2) 44 mm; 3) 48 mm; 4) $a - b$; 5) $c - d$; 6) $m + n$. **63.** 54 cm. **64.** 27 cm vagy 3 cm. **65.** 104 cm vagy 24 cm. **66.** 8 cm, 26 cm, 18 cm. **67.** 24 cm, 16 cm, 8 cm. **68.** 12 cm. **69.** 24 perc. **70.** Igen. **74.** 11 oszlopot. **77.** 1) 0; 2) 306. **78.** 42 hrn 50 kop. **79.** 3 hrn.

3. §.

88. $K(l)$, $M(3)$, $N(6)$, $P(10)$. **89.** $A(2)$, $B(4)$, $C(7)$, $D(10)$. **90.** $A(1)$, $B(3)$, $C(5)$, $D(7)$. **91.** $K(1)$, $N(3)$, $M(4)$, $P(5)$. **94.** 1) 5; 2) 10; 3) 22. **95.** 1) 5; 2) 6; 3) 18. **98.** 1) Igen; 2) nem. **99.** 4 nap. **100.** 12. **101.** A hatodik helyen. **103.** 1) 54; 2) 5. **104.** 1) 9 és 3; 2) 4 és 5.

4. §.

112. 1) 1097; 2) 397; 3) 7200; 4) 25. **113.** 1) 540; 2) 1330. **114.** 10 cm. **115.** 15 cm. **128.** 1) 16; 2) 13. **129.** 1) 1; 2) 57. **132.** 1) 1 hrn.; 2) 2 hrn. 50 kop. **133.** 5 kop, 6 kop, 10 kop. **137.** 1) 695; 2) 830. **138.** 44 cukorka. **139.** 16 km.

5. §.

145. 1) 90° ; 2) 138° ; 3) 45° ; 4) 87° . **146.** 1) 55° ; 2) 145° ; 3) 70° ; 4) 110° . **149.** 1) 30° ; 2) 90° ; 3) 120° ; 4) 180° . **150.** 1) 60° ; 2) 90° ; 3) 150° ; 4) 180° . **153.** 110° . **156.** 1) 75° ; 2) 56° . **157.** 1) 35° ; 2) 110° . **158.** 1) 82° ; 2) 91° ; 3) 42° . **159.** 1) 127° ; 2) 37° . **160.** 1) 45° ; 2) 30° ; 3) 18° . **161.** 1) 90° ; 2) 45° ; 3) 30° . **162.** 30° . **163.** 45° . **164.** 14 óra 30 perc. **168.** 1) 48; 2) 700.

2. fejezet

6. §.

170. 1) Igen; 2) nem; 3) igen; 4) igen. **171.** 1) $4t$; 2) $78b$; 3) $8a$; 4) ab . **172.** 1) Nem; 2) nem; 3) igen; 4) igen. **174.** 1) 20; 2) 20 020; 3) 420; 4) 15. **176.** 1) $(123 - 78) - a$; 2) $(a + 4) : c$; 3) $56 \cdot (n + m)$; 4) $(a + 5b) : (n - m)$. **178.** $5a$. **179.** $144b - c + n$. **180.** 1) $a = 3b$; 2) $a + 4 = b$; 3) $a = b$. **181.** $10a + 5c$. **184.** 1) 240 km; 2) 720 km; 3) 300 km. **185.** 1) 200 km; 2) 100 km; 3) 500 km. **187.** 1) 100 alk.; 2) 125 alk.; 3) 75 alk. **188.** 1) 136 hrn.; 2) 170 hrn. **189.** 1) $3n + 3$; 2) $n(n + 1)(n + 2)$. **190.** $a = 1000x + 100y + 10b + c$. **191.** $m = 1\,000\,000a + 1000b + 10c + p$. **192.** 1) 1; 2) 1; 3) 7; 4) 2. **193.** 1) 11; 2) 258; 3) 5008. **194.** 1) 7; 2) 77. **195.** 1) 180 000 m; 2) 9 000 m. **196.** 200 perc. **197.** 4 perc. **198.** Csökken $2c$ -vel. **199.** 1) $100\,000b + 100a$ (cm); 2) $1000(c + 2)$ (g); 3) $100n + m$ (kop.). **200.** 954;

963; 972. **201.** $2a + 2b - c$. **202.** $40 + a - b$. **204.** 1) 1032 m; 2) 3440 m. **205.** 1) 6; 2) 3. **207.** 1) Nem.

7. §.

208. 1) Igen; 2) igen; 3) nem. **209.** 1) Igen; 2) nem; 3) nem. **211.** Igen, a felcserélhetőségi törvény. **212.** 1) 56 789; 2) 3 004 002 009. **213.** 1) 30; 2) 150; 3) 120; 4) 100 025. **215.** 1) 2 045 046; 2) 163 140; 3) 23 000 023. **217.** 1) 115 km 40 m; 2) 150 km 70 m; 3) 87 kg 350 g; 4) 120 kg 10 g; 6) 7 óra 57 perc. **218.** 1) 9; 2) 7; 3) 15. **219.** 1) 11; 2) 7; 3) 15. **220.** 1) 13 030; 2) 2 019; 4) 102 100; 5) 47 890. **221.** 1) 20 207; 2) 9 105; 3) 70 000 000; 4) 240 000. **223.** 1) 100 000; 2) 6 000 000; 3) 1 311 111 100. **224.** 1) 720 005 m/óra. **225.** 1 082 221. **226.** $2d + c$. **227.** 156 469. **228.** $n + m + k$. **230.** 1) 841; 2) 3610; 3) 115 478; 4) 105 912; 5) 4 000 000. **231.** 80 773-mal növekedik. **234.** 1) 1401 km 104 m; 2) 142 kg 132 g; 3) 22 óra 13 perc 13 mp.; 4) 5 óra. **235.** 110 097. **236.** 11 010. **239.** 2) 1 650. **240.** 1) 3686; 2) 1 521. **241.** 1) $10a + 5n + 23m + 33$; 2) $3c + 10d$. **242.** 1) 898; 2) 343. **245.** 1) 1 126; 1 358; 3 157; 2) 1 303; 2 307; 4 552. **246.** $1\,000 + 999 + 3679$. **247.** 1) $555 + 55 + 55 = 665$; 2) $55 + 55 + 5 + 5 + 5 = 125$. **248.** 5 050. **250.** 1 013 km. **253.** 1) 168; 2) 240. **254.** 34 tanuló van az 5. B osztályban, 30 tanuló az 5. A osztályban. **255.** 12 óra 25 perc.

8. §.

256. 1) Nem; 2) igen; 3) nem. **257.** 1) Igen; 2) nem; 3) nem. **259.** Igen. **260.** 1) a ; 2) $2b$. **261.** 1) 1 001 395; 2) 864 535; 3) 100 000; 4) 10 505. **264.** 1) 644 996; 2) 625 140; 3) 22 999 977. **265.** 1) 3 km 531 m; 2) 100 m 1 cm; 3) 27 kg 7 g; 4) 95 q 24 kg. **266.** 1) 5; 2) 7; 3) 1. **268.** 8 mm. **271.** 10 000-rel kevesebb. **273.** Mount Everest – 8 848 m; Elbrus – 5642 m; 3581 m-rel magasabb. **274.** Szmilivec – $2b$ m, Zöld – $(2b - c)$ m, $(b - c)$ m-rel magasabb. **276.** 1) 577-tel növelni; 2) 801-gyel növelni. **277.** 864 197 532-vel növekedett. **278.** 13 352-vel növekedett. **282.** 1) 9 m 8 dm; 2) 604 kg 979 g; 3) 8 óra 59 perc 50 mp. **283.** 1) 999 001-rel; 2) 999 000-rel. **284.** 1) 20; 2) 9 430; 3) 137 640. **285.** 1) 36; 2) 930; 3) 3 030. **286.** 1) 738; 2) 874. **289.** 416. **290.** 2536. **291.** 1) 98 999; 2) 99 989. **292.** 9 088 548-cal kisebb, 173 266-tal nagyobb. **295.** 3 636, 2514, 750. **296.** 1) 28; 2) 24. **297.** 1) $989 - 898 - 9 - 8 = 74$; 2) $9898 - 989 - 8 = 8901$. **299.** 7450 cm-rel. **301.** 1) 89; 2) 95. **302.** 1) 32 km/óra; 2) 28 km/óra. **303.** 1) 40 km/óra; 2) 5 km/óra.

9. §.

305.1) 7; 7; 7; 3) 105; 105; 105. **308.** 1) Nem; 2) igen; 3) nem. **309.1)** 23 cm; 2) 155 cm. **310.** 1) $5c$; 2) $10c$; 3) $78c$. **311.** 1) 50 cm; 2) 1000 cm; 3) 5000 cm. **315.** 1) Nem; 2) igen; 3) nem; 4) nem. **322.** 788 cm. **323.** 270 m. **324.** 26 cm. **325.** 16 dm. **326.** 4 m. **327.** Növekszik $7n$ cm-rel. **328.** 77 cm. **329.** 200 cm. **330.** 130 cm. **331.** 297 cm. **332.** 6 cm. **333.** 5 cm. **334.** 1) 28 cm; 2) 328 cm. **336.** 12 dm. **337.** 15 m, 28 m. **338.** 175 cm. **340.** $7a + 21c$. **341.** $BC = AD = 9$ cm, $AB = CD = 27$ cm. **343.** 14 m. **345.** Nem. **346.** 10 m. **347.** 1) 50 kg 550 g; 2) 18 kg 955 g. **348.** 55 km.

10. §.

352. 1) Egyenlő szárú; 2) egyenlő oldalú. **353.** 1) 45 cm; 2) 369 m. **355.** 1) Derékszögű; 2) hegyesszögű; 3) tompaszögű. **356.** 1) Nem; 2) nem; 3) igen; 4) nem. **360.** 1) 603 cm; 2) 12 m 18 cm; 3) 111 cm; 4) 24 m 90 cm. **361.** 1) $9m$; 2) $5p$;

3) **2a.** **362.** 50 mm. **363.** 6 cm. **365.** 1) Nem; 2) nem; 3) nem; 4) igen. **367.** 60° . **368.** 30° . **374.** 13 dm. **375.** 186 cm. **376.** 8 cm. **378.** 17° , 73° . **381.** $AC = 14$ cm; $AB = 13$ cm; $BC = 12$ cm; $P = 39$ cm. **382.** $p = 2(m + 3)$ (cm). **383.** $B\angle = 60^\circ$, $A\angle = 30^\circ$, $C\angle = 90^\circ$. **385.** 175 cm. **387.** 1) 740; 2) 151. **388.** 1) 254 mm; 2) 8002 mm. **389.** 1) 8100 mp.; 2) 4805 mp. **390.** 206.

3. fejezet

11. §.

401. 1) $2 + 2 = 2 \cdot 2$; 2) két 1-es számé. **402.** 1) 2-szeresére növekszik; 2) 3-szorosára növekszik. **403.** 100-szorosára növekszik. **404.** Az összeg nagyobb. **405.** 1) 288; 2) 2025; 3) 834; 4) 434; 5) 600. **406.** 1) 7936; 2) 7000; 3) 127 058; 4) $18d$; 5) $6kh$; 6) $20mn$. **407.** 1) 370 140; 2) 7 673 400; 3) 1 862 230 500; 4) 292 076 166 190 050; 5) 58 086 804; 6) 212 207 219. **408.** 1) 3 150 125; 2) 62 038 650; 3) 164 386 280; 4) 451 033 283 714 760. **409.** 1) 25 600; 2) 3 700; 3) 68 000; 4) 245 000. **410.** 1) 14 400; 2) 70 200; 3) 241 000; 4) 390 000. **411.** 1) $64ab$; 2) $80cd$; 3) $36mn$; 4) $70xy$; 5) $180pkt$; 6) $60abc$. **412.** 1) $144ab$; 2) $80cd$; 3) $56mn$; 4) $72pkt$. **413.** 108° . **414.** 52 cm. **415.** 40. **416.** 40. **421.** 180 km. **422.** 126. **425.** 1, 2, 3. **426.** Az egyik szám a 8-as. **427.** 0. **428.** 12 nulla. **429.** 24 és 25. **430.** 8 emelet. **433.** 25. **435.** 1) 508; 2) 5095. **436.** 13. **437.** 75° .

12. §.

440. 1) $21a$; 2) $2c$; 3) $21n$; 4) $13m$; 5) $30p$; 6) $17k$. **441.** 1) $14b$; 2) $13d$; 3) $13n$; 4) $9k$. **442.** 1) $5a + 55$; 2) $7c - 12cd$; 3) $12n + 6m$; 4) $15np - 15mp$; 5) $15p + 3k + 18t$; 6) $4pa - 8ka + 12ta$. **443.** 1) $5x + 55$; 2) $24n - 2m$; 3) $32cy + 8dy$; 4) $6p + 18k - 54t$. **444.** 1) $11(a + b)$; 2) $4(c + 3d)$; 3) $3(2n + 5m)$; 4) $6(2n + 3m)$; 5) $5(p + 2k + 3t)$; 6) $2(4p + 5k + 3t)$. **445.** 1) $9(a + b)$; 2) $7(c + 2d)$; 3) $6(3n + 2m)$; 4) $3(p + 3k + 9t)$. **446.** Igen. **447.** 1) 37 000; 2) 1035. **448.** 1) 18 000; 2) 1150. **449.** 1) 140; 2) 50; 3) 187; 4) 100. **453.** 1) $9a + 58$; 2) $3y + 59$; 3) $16c + 12d$; 4) $37m + 6$. **456.** 66 mp. **457.** 29 perc. **459.** 1) 94; 2) 190.

13. §.

466. 3-szorosan csökken. **467.** 1) 2480; 2) 250; 3) 55; 4) $38 : d$. **468.** 1) 205; 2) 250; 3) 83; 4) $42 : b$. **469.** 1) 34; 2) 8; 3) 1342; 4) 3986; 5) 285; 6) 4305; 7) 379; 8) 108. **470.** 1) 290; 2) 89; 3) 201; 4) 90; 5) 95; 6) 105. **471.** 2 cm. **472.** 12° . **473.** 1 hrn 20 kop. **474.** 36. **475.** 65 hrn. **476.** 40 hrn. **478.** Nem. **483.** 20. **484.** 4. **485.** 7 km. **486.** 8. **487.** 15° vagy 30° . **488.** 45° . **490.** 1) 15; 2) 5; 3) 30; 4) 9. **492.** 14 és 28. **493.** 100. **495.** 31 év 52 nap 3 óra 46 perc 40 mp. **496.** 2 kg 400 g, 6 kg. **498.** 1) 601; 2) 140. **499.** 26 cm vagy 6 cm.

14. §.

507. 1) 33 (maradék 21); 2) 191 (mar. 48); 3) 2045 (mar. 250); 4) 27 350 (mar. 425); 5) 27 664 (mar. 1225); 6) 1 703 218 (mar. 2073). **508.** 1) 1532 (mar. 48); 2) 27 (mar. 40); 3) 1556 (mar. 320); 4) 9028 (mar. 260). **511.** 1) 305; 2) 308; 3) 24 és 5; 4) 10 és 11. **512.** 3. **513.** 6. **514.** 4 füzetet; 2 hrn. **515.** 8; 1 m. **516.** 23 hrn. **517.** 17 m. **520.** 22. **521.** 3 és 6 tanuló. **522.** 22. **523.** 12. **524.** 24. **525.** 665, 9, 73. **526.** 4. **527.** 4 részre; 2 m. **530.** 1) 390; 2) 392. **531.** 10 cm.

15. §.

537. 1) 42; 2) 11; 3) 67; 4) 0. **538.** 1) 5; 2) 185. **539.** 1) 25; 2) 4. **540.** 1) 11; 2) 1. **541.** 1) 16 100; 2) 12 749 099; 3) 8 458 280; 4) 5646; 5) 24 802; 6) 284 214;

7) 210; 8) 73 450; 9) 28 625; 10) 164 820. **542.** 1) 395 656; 2) 739 705; 3) 210; 4) 1014; 5) 103 992. **543.** 1) 270; 2) 36. **544.14.** **552.** 5 adagot.

16. §.

556. 1) 27; 2) 47; 3) 23; 4) 21; 5) 16; 6) 10; 7) 16; 8) 1; 9) 10; 10) 8; 11) 56; 12) 1; 13) 52; 14) 4; 15) 516; 16) 11; 17) 3; 18) 0; 19) 9; 20) 2. **557.** 1) 17; 2) 76; 3) 1; 4) 22; 5) 8; 6) 4; 7) 39; 8) 6; 9) 282; 10) 3. **560. 42. 561. 207. 562. 82. 563. 6804. 566.** 1) 21; 2) 0; 3) 68; 4) 33; 5) 120; 6) 38. **567.** 1) 35; 2) 7; 3) 54; 4) 9. **568. 6. 569. 22. 570. 79. 571. 44. 572. 97. 573. 1. 574.** 1) 12; 2) 10; 3) 55; 4) 5; 5) 7; 6) 0. **575.** 1) 1; 2) 1; 3) 6; 4) 8. **576. 77. 577. 111. 578.** 1) 1; 2) 1; 3) 13; 4) 7. **579.** 18 éves. **580.** 11 éves. **584.** 1) 8; 2) 112. **585. 115. 586.** 290 m.

17. §.

596. 25. 597. 12. 598. 141 és 142. **599.** 305 és 61. **600.** 97 és 70. **601.** 28 és 196. **602.** 21 és 210. **603.144 és 12. 604.** 75, 76, 77 és 78. **605.** 20 km. **606.** 69, 70 és 71. **607.** 99, 605 és 121. **608.** 36, 30 és 37. **609.** 14, 42 és 40. **610.** 2 hrn; 2 hrn 50 kop. **611.** 15 hrn és 25 hrn. **612.** 4 óra. **613.** 15 nap. **614.** 70 km/óra és 60 km/óra. **615.** 70 km/óra és 75 km/óra. **616.** 260 km. **617.** 420 km. **618.** 1) 3 óra; 2) 6 óra. **619.** 10 óra. **620.** 139 és 107. **621.** 405, 138 és 543. **622.** 40, 35 és 17. **623.** 4; 6. **624.** 20, 28, 32 és 56. **625.** 400 és 50. **626.** 200 és 50. **627.** 25. **628.** 2 kg és 4 kg. **629.** 5 és 15. **630.** 4 nap. **631.** 5 nap. **632.** 2 óra, 160 km. **633.** 26 km vagy 34 km. **634.** 1 óra. **635.** 2 és 10. **636.** 15 és 5. **637.** 8 cm és 4 cm vagy 12 cm és 24 cm. **638.** 8 cm és 24 cm. **639.** 18 cm és 22 cm. **640.** 22 cm, 22 cm, 11 cm. **641.** 18 cm, 18 cm, 8 cm. **642.** 18 óra. **643. 9. 644. 9. 645.** 11, 33, 44. **646.** 8, 12, 32, 48. **647.** 33 és 43. **648.** 62 és 44. **649.** 8, 32, 128. **650.** 6. **651.** 7 és 9. **652.** 120 és 10. **653.** 75. **655.** $(3a + 2b) : 6$. **656.** $b : 10 - a$. **657.** $(30n - m) : 30$. **658.** $2 + (c - 2a) : b$. **664.** 1) 85; 2) 484. **667.** 31° . **668.** 127° .

4. fejezet

18. §.

670. 1) 2-szer; 2) 5 -ször; 4) n -szer. **673.** 1) Igen; 2) nem; 3) nem; 4) igen. **675.** 1) Nem; 2) igen; 3) nem. **676.** 1) 37^6 ; 2) 24^7 ; 3) m^3 . **677.** 1) 27·27·27·27·27. **681.1)** 11; 2) 700; 3) 24; 4) 200. **682.** 1) 242; 2) 942; 3) 355 008; 4) 26. **684.** 1) 144; 2) 625; 3) 10 000. **685.** 1) 512; 2) 3375; 3) 1 000 000. **687.** 1) 10; 2) 8; 3) 7. **688.** 1) 2; 2) 5; 3) 4. **690.** 1) 6; 2) 84; 3) 0. **691.** 1) 2^5 ; 2) 2^7 ; 3) 2^{12} . **692.** 1) 3^9 ; 2) 5^{15} . **693.** 1) $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$; 2) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 7776$; 3) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$. **694.** 1) 2^{10} ; 2) 8^{10} . **695.** 1) 3950; 2) 156; 3) 1; 4) 6. **696.** 1) 665; 2) 665; 4) 345. **697.** 1) 65; 2) 70. **698.** 1) 196; 2) 49; 3) 144. **699.** 1) 148; 2) 29; 3) 104. **700.** 1) 15 625; 2) 8281. **701.** 1) 162; 2) 23; 3) 3. **702.** 1) $4567 = 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7$. **703.** 1) 12^6 . **704.** 1) 11; 2) 27. **705.** 1) 44 444; 2) 102 736. **706.** 1) 5 324 750. **707.** 972. **708.** 3 és 7. **710.** 1) 58; 2) 120. **711.** 2) 4. **712.** 47 hrn 50 kop. **713.** 55 hrn.

19. §.

714.1) Igen; 2) nem. **715.** 1) Nem; 2) nem; 3) nem; 4) igen. **716.** 1) 6; 2) 25. **717.1)** Nem; 2) nem; 3) igen; 4) nem. **718.** 1) 200 cm²; 2) 20 000 mm². **719.** 1) 65 000 dm²; 2) 6 500 000 cm². **722.** 1) 20; 2) 20. **723.** 300 cm². **724.** 36 cm². **726.** 1) 25 m²; 2) 121 cm². **727.** 1) 72 cm²; 2) 128 dm². **728.1)** 4-szeresére növekszik; 2) 9-szeresen csökken. **729.** 1) 2-szeresére növekszik; 2) 5-szörösen csökken. **730.** 15 cm² és 18 cm². **731.** 1) 12; 2) $6a$. **732.** 1) Nem változik; 2) 100-szorosára növekszik. **733.** $m(m + n)$. 1) 48 cm²; 2) 6720 cm². **734.** 486 m².

736. 22 cm. **737.** 1) 256 m²; 2) 1296 cm². **738.** 64-szeresen csökken. **739.** 10-szeresen csökken. **740.** 64 dm². **743.** 8 cm. **746.** 7500 m². **747.** 200 db. **748.** 38 m². **749.** 1) 1; 2) 11. **750.** 22.

20. §.

753.1) Nem; 2) igen; 3) igen. **755.** 1) Nem; 2) igen; 3) igen. **757.** 2) $A_1B_1C_1D_1$. **760.** $12a$, ahol a – a kocka éle. **761.** 60 cm-re. **762.** 4-szeresen. **763.** 30 cm. **764.** 124 cm. **765.** $2(ab + bc + ac)$. **766.** 120 cm. **767.** 1) 56 cm; 2) 256 cm. **768.** 72 cm. **770.** 2 cm, 13 cm, 1 cm. **772.** 72 cm. **773.** 864 cm². **774.** $na + nc$ (cm). **775.** 60 m. **776.** 1) 0; 2) 8; 3) 28. **777.** 46 m. **778.** 9 g, **779.** 76 m. **782.** 94 hrn. **783.** $n - 2m - 4p$.

21. §.

784. 1) Nem; 2) nem; 3) igen; 4) nem. **785.** 1) 25; 2) 7; 3) 100. **786.** 1) Nem; 2) nem; 3) nem; 4) igen. **788.1)** Nem; 2) igen; 3) igen. **789.** 1) 72; 2) 100. **790.** 7500 cm³. **791.** $(a+22)(a+8)(a+2)$ (cm³); 1) 960 cm³; 2) 4800 cm³. **792.** 1) 8 m³; 2) 27 cm³; 3) 1000 dm³. **793.** $(a-3)^3$ (cm³); 1) 8 cm³; 2) 3375 cm³. **794.** 1) 8-szorosára növekszik; 2) 27-szeresen csökken. **795.** 1) 2 000 cm³; 2) 2 000 000 mm³. **797.** 1) 500 m³; 2) 1 000 000 000 m³. **799.** 1) 72; 2) 6 ap. **801.** 536 cm. **802.** 876 cm², **804.** 1) 4-szeresére növekszik; 2) 5-szörösen csökken. **805.** 1) 64 cm³; 2) 1728 dm³; 3) 8 000 m³. **806.** 8-szorosán. **807.** 1720 cm³-rel. **808.** 1) 8 cm; 2) 6 cm. **810.** 1584 cm³. **812.** 50 cm². **814.** 25 cm. **815.** A fehér tábláscsokoládé 817 500 cm³-rel nagyobb. **817.** 1) 2075; 2) 11. **818.** 200 km. **819.** 100 km.

22. §.

821. 2. **825.** 936, 639. **826.** 6-féleképpen. Nem. **827.** 6-féleképpen. Nem. **829.** AOI, AIO, OAI, OIA, IAO, IOA. **830.** 6. **831.** 6. **832.** 1) 6; 2) 6. **833.** 24. **834.** 6. **836.** 24. **839.** 4. **840.** 2. **841.** 81. **842.** 648. **844.** 6. **851.** 120. **852.** 120. **854.** 100. **855.** 6. **858.** 1787, 1891. **859.** 90 183, 90 158. **860.** 1) 2-szeresére növekszik; 2) 3-szorosan csökken.

5. fejezet

23. §.

870.1) $\frac{6}{19}$; 3) $\frac{9}{4}$. **873.** 1) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{6}{12}$. **874.** 1) $\frac{1}{100}$; 3) $\frac{54}{100}$; 5) $\frac{16}{10}$. **876.** 1) $\frac{100}{1000}$; 3) $\frac{546}{1000}$. **881.** $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$. **884.** 1) $\frac{2}{3}, \frac{11}{15}, \frac{9}{10}, \frac{19}{20}, \frac{5}{9}$; 3) $\frac{3}{3}, \frac{11}{11}$. **886.** 1) 10; 3) 451; 5) 63. **887.** 1) 25; 3) 56; 5) 11. **888.** 1) <; 3) >; 5) <. **889.** 1) <; 3) >; 5) <. **892.** 4. **893.** 6. **894.** 1) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{199}{200}$. **898.** $\frac{60}{160}$. **899.** $\frac{13}{15}$. **900.** $\frac{3}{46}$. **901.** $\frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{15}, \frac{5}{7}, \frac{5}{15}, \frac{7}{15}$. **904.** 1) $\frac{3}{3}, \frac{7}{7}, \frac{9}{9}$; 3) $\frac{7}{3}, \frac{9}{3}, \frac{9}{7}$. **906.** $\frac{1}{3}$. **907.** $\frac{9}{15}$ és $\frac{6}{15}$. **908.** $\frac{1}{6}$. **912.** 1) 6000; 2) 5. **913.** 1) 55; 2) 39. **914.** 36 hrn. **915.** 2180 m.

24. §.

922. 1) $5\frac{3}{4}$; 3) $12\frac{12}{19}$. **923.** 1) $8\frac{2}{5}$; 3) $15\frac{22}{27}$. **925.** 1) $\frac{5}{5}$; 3) $\frac{44}{44}$. **926.** 1) $\frac{7}{7}$;

3) $\frac{56}{56}$. **927.** 1) $\frac{30}{10}$; 3) $\frac{9}{3}$. **928.** 1) $\frac{5}{1}$; 3) $\frac{50}{10}$. **931.** 1) <; 3) >. **932.** 1) <; 3) >.

933. 1) $1\frac{1}{9}$; 3) $10\frac{1}{2}$; 5) $13\frac{1}{4}$. **934.** 1) $1\frac{1}{11}$; 3) $11\frac{1}{2}$; 5) $16\frac{1}{4}$. **935.** 1) $1\frac{4}{9}$;

3) $11\frac{11}{13}$; 5) 41. **936.** 1) $2\frac{1}{11}$; 3) $8\frac{10}{13}$. **937.** 1) 7 : 5; 3) 38 : 11. **938.** 1) 11 : 9;

3) 89 : 12. **939.** 1) $\frac{31}{5}$; 3) $\frac{110}{9}$. **940.** 1) $\frac{157}{5}$; 3) $\frac{310}{7}$. **941.** $\frac{3}{12}$ és $\frac{9}{12}$.

943. A legnagyobb tört — $\frac{19}{2}$. **947.** 1) <; 3) <. **948.** 1) >; 3) >. **949.** 1) $1\frac{3}{5}$;

3) $1\frac{4}{81}$. **950.** 1) $1\frac{7}{39}$; 3) 2. **951.** 1) $\frac{7}{5}$; 3) $\frac{107}{5}$. **952.** 1) $\frac{38}{13}$; 3) $\frac{259}{13}$. **953.** Igen.

954. Nem. **955.** 1) 8; 3) 15. **956.** 1) 5; 3) 9. **957.** 28. **958.** 91. **960.** 7. **961.** Nem. **962.** Igen. **963.** 1) 7; 2) 0. **964.** 16 km.

25. §.

970. 1) 6; 3) 16; 5) 84. **972.** 1) 36° ; 3) 40° . **973.** 1) 126° ; 3) 80° . **974.** 116 cm. **975.** 135 kg. **976.** 35 perc. **977.** 70 perc. **978.** 10 kg. **979.** 20 nap. **980.** 1) 36; 3) 16; 5) 25. **981.** 1) 10 cm; 3) 18 cm. **982.** 1) 135° ; 3) 40° . **983.** 1) 108° ; 3) 160° . **984.** 28 példát. **985.** 30 tanuló. **986.** 210 kg. **987.** 15 km. **988.** 1 m. **989.** 3 kg. **990.** 100 000 m². **991.** 96 l. **992.** Sanyika, 240 hrivnyával. **993.** 100 kg. **994.** Decemberben, 9 hrn. **995.** 20-szal több meggyes rétest. **996.** A fiúknak 70 öltönnyel kevesebb. **997.** Az elsőnek 22 t-val több. **998.** 176 üveg. **999.** Nem. **1000.** 54 oldal. **1001.** Egyenlően. **1002.** 8 kg. **1003.** 18 óra. **1004.** Jeles tanulók. **1005.** 400 hrn. **1006.** Az Ilonáé 24 m²-rel nagyobb. **1007.** 120 nap. **1008.** 1) 926; 2) 1950. **1009.** 1) 63; 2) 94. **1010.** 8 cm és 24 cm. **1011.** 12 cm.

6. fejezet

26. §.

1018. 1) $\frac{6}{25}$; 3) $\frac{15}{29}$; 5) $\frac{10}{11}$. **1019.** 1) $\frac{70}{71}$; 3) $\frac{60}{97}$. **1020.** 1) $\frac{26}{31}$;

3) $\frac{41}{59}$; 5) $\frac{145}{151}$. **1021.** 2) $\frac{61}{83}$; 4) $\frac{43}{67}$; 6) $\frac{81}{123}$. **1022.** 1) $\frac{4}{5}$; 3) $\frac{18}{23}$. **1023.** 1) $\frac{5}{7}$;

3) $\frac{14}{22}$. **1024.** 1) >; 2) >; 3) =; 4) >. **1025.** 1) >; 2) <. **1026.** 1) $\frac{25}{30}$; 3) $\frac{28}{56}$. **1027.** 1)

$\frac{28}{42}$; 3) 1. **1028.** $\frac{140}{143}$. **1029.** 1) 17; 3) 21. **1030.** 1) 23; 3) 61.

1031. $\frac{25}{60}$ óra. **1032.** $\frac{26}{33}$. **1034.** 1) 0; 3) $\frac{30}{97}$. **1035.** 1) $\frac{8}{31}$; 3) $\frac{103}{1237}$.

1036. 1) $\frac{3}{7}$. **1037.** 1) $\frac{6}{15}$; 3) $\frac{47}{99}$. **1038.** 2) $\frac{7}{49}$; 4) $\frac{36}{81}$. **1039.** $\frac{19}{159}$.

- 1040.** $\frac{13}{43}$. **1041.** 1) $a = 4$; 2) $b = 9$. **1042.** 1) 15; 3) 23. **1043.** 1) 9; 3) 26.
1044. $\frac{12}{33}$. **1045.** $\frac{8}{17}$. **1046.** 1) $1\frac{6}{53}$; 3) $\frac{42}{59}$; 5) $1\frac{70}{151}$. **1047.** 1) $1\frac{7}{37}$; 3) $1\frac{4}{59}$.
1050. 1) $\frac{14}{77}$; 3) $\frac{15}{127}$. **1051.** 1) 9; 3) 36. **1052.** 1) 18; 3) 65. **1053.** 2 cm.
1054. 18 cm. **1055.** $\frac{43}{45}$, 6020 gyerek, 280 gyerek. **1056.** $\frac{9}{20}$, 270 tanuló. **1057.** $\frac{32}{83}$.
1058. $\frac{74}{91}$. **1061.** 1) $1\frac{23}{72}$; 2) $\frac{69}{96}$. **1062.** $1\frac{3}{6}$. **1063.** 50. **1066.** Útmutató: mindegyik cipőt 8 részre kell osztani. **1067.** 40 perc. **1068.** 1) 42 200; 2) 1 óra 41 perc. **1069.** 20 óra. **1070.** 1) 17; 2) 2500. **1071.** 18 óra és 27 óra.

27. §.

- 1078.** 1) $\frac{13}{17}$; 2) $\frac{2}{15}$; 3) $\frac{43}{47}$. **1079.** 1) $\frac{19}{22}$; 2) $\frac{1}{25}$; 3) $\frac{21}{37}$. **1080.** $\frac{14}{43}$. **1081.** 1) Nem;
 2) igen; 3) nem. **1083.** 1) $1\frac{7}{11}$; 3) $4\frac{1}{7}$; 5) $5\frac{1}{11}$. **1084.** 1) $2\frac{1}{3}$; 3) $10\frac{4}{7}$; 5) $7\frac{3}{11}$.
1085. $5\frac{11}{43}$. **1086.** $10\frac{2}{19}$. **1087.** 1) $1\frac{13}{17}$; 3) $2\frac{3}{7}$; 5) $4\frac{1}{11}$. **1088.** 1) $2\frac{19}{22}$;
 3) $6\frac{1}{7}$; 5) $10\frac{4}{11}$. **1089.** 1) $1\frac{6}{21}$; 3) $4\frac{4}{17}$. **1090.** 1) $1\frac{3}{7}$; 3) $3\frac{8}{9}$. **1091.** 1) $>$; 2) $>$;
 3) $<$; 4) $=$. **1092.** 1) $>$; 2) $<$; 3) $<$; 4) $<$. **1093.** $\frac{9}{19}$. **1094.** $1\frac{11}{35}$. **1095.** $2\frac{3}{17}$.
1096. $\frac{8}{23}$; 105 kg banán, 120 kg narancs, 120 kg mandarin. **1097.** 1) 16;
 3) 38. **1098.** 1) 8; 3) 106. **1099.** 1) $1\frac{3}{5}$; 3) —. **1100.** 1) $2\frac{13}{16}$; 3) $2\frac{35}{49}$.
1101. 1) $1\frac{24}{47}$; 3) 6. **1102.** 1) 1; 3) $2\frac{35}{55}$. **1103.** 1) $1\frac{20}{27}$; 3) $2\frac{22}{25}$. **1104.** 1) $2\frac{7}{27}$;
 3) $4\frac{10}{120}$. **1105.** 1) $2\frac{11}{13}$. **1106.** 1) 40; 3) 6. **1107.** 1) 15; 3) 51. **1108.** $\frac{13}{25}$;
 75 piros, 225 kék és 325 zöld. **1109.** $1\frac{4}{71}$. **1110.** 12. **1111.** 24. **1112.** $2\frac{11}{72}$.
1113. 1) 16 és 31; 2) 3 és 10. **1114.** $2\frac{2}{8}$. **1116.** 2 m. **1117.** 1) 3500;
 3) 0. **1118.** 16 és 96. **1119.** 1) 34° ; 2) 135° . **1120.** 9, 12, 15.

28. §.

1127. 1) $11\frac{6}{25}$; 3) $14\frac{15}{29}$; 5) 11. 1128. 1) $17\frac{6}{7}$; 3) $8\frac{4}{5}$. 1129. 1) $7\frac{9}{21}$; 3) 17; 5) $16\frac{10}{15}$. 1130. 1) $8\frac{5}{7}$; 3) 12. 1131. 1) >; 3) >. 1132. 1) >; 3) =.
1133. $12\frac{3}{13}$. 1134. 1) 3 és 4; 3) 13 és 14. 1135. 1) $2\frac{17}{25}$; 3) $6\frac{7}{29}$; 5) $6\frac{4}{11}$.
1136. 1) $9\frac{1}{7}$; 3) $4\frac{12}{15}$. 1137. 1) $\frac{7}{11}$; 3) $1\frac{6}{7}$; 5) $9\frac{9}{15}$. 1138. 1) <; 2) <; 3) >.
1139. 1) =; 3) <. 1140. $2\frac{5}{9}$. 1141. 1. 1142. $2\frac{1}{7}$. 1147. 1) 43; 3) 26.
1148. 1) 41; 3) 16. 1149. 1) $6\frac{12}{13}$; 3) $25\frac{13}{17}$. 1150. 1) $18\frac{1}{21}$. 1153. $24\frac{4}{8}$ dm.
1154. $26\frac{2}{11}$ cm. 1155. $67\frac{3}{7}$ cm. 1156. $166\frac{2}{9}$ cm. 1157. $\frac{45}{83}$. 1162. $45\frac{14}{18}^\circ$.
1163. $8\frac{1}{6}$ km/óra és $3\frac{4}{6}$ km/óra. 1164. $4\frac{5}{17}$ és $2\frac{12}{17}$ vagy $4\frac{12}{17}$ és $2\frac{5}{17}$.
1165. $3\frac{5}{6}$ és $4\frac{5}{6}$. 1166. $36\frac{2}{6}$ m. 1167. $7\frac{15}{25}$ hrn. 1168. Igen. 1169. 1) 3400; 3) 12 300; 3) 357 000. 1170. 24 nap. 1171. 1) 1; 2) 25.

7. fejezet

29. §.

1173. 1) 0,5 cm; 2) 0,8 cm; 3) 0,9 cm; 4) 0,2 cm. 1179. 1) 1,4; 2) 2,7; 5) 1,12; 6) 12,125; 7) 25,035. 1180. 1) 12,08; 2) 55,07; 3) 85,089; 4) 5,055. 1183. 1) 8,3; 2) 12,5; 3) 0,5; 4) 12,34; 5) 145,14; 6) 125,19; 7) 0,12. 1184. 1) 0,008; 2) 20,04; 3) 13,05; 4) 145,02. 1188. 1) 0,35 hrn; 2) 0,06 hrn; 3) 12,35 hrn; 4) 1,23 hrn. 1189. 1) 0,58 hrn; 2) 0,02 hrn; 3) 56,55 hrn; 4) 1,75 hrn. 1190. 1) 10 hrn 34 kop; 2) 12 hrn 3 kop; 3) 52 kop; 4) 126 hrn 5 kop. 1191. 1) 5,7 m; 2) 15,58 m; 3) 5,002 m; 4) 12,432 m. 1192. 1) 3,175 km; 2) 45,047 km; 3) 15,002 km. 1193. 1) 12 m 55 cm; 2) 2 m 6 cm. 3) 25 cm; 4) 8 cm. 1194. 2211 m. 1195. 1) 15,5 < 16,5; 2) 12,4 < 12,5; 3) 45,8 > 45,59; 4) 0,4 < 0,6; 5) 4,2 < 4,3; 6) 14,5 < 15,5; 7) 43,04 < 43,1; 12) 2,25 > 2,243. 1196. 1) 78,5 < 79,5; 2) 22,3 < 22,7; 4) 0,3 < 0,8; 5) 25,03 < 25,3. 1197. 1) 6,9; 9,3; 12,45; 15,3; 18,1; 36,2; 36,85; 56,45; 2) 21,22; 21,23; 21,35; 21,46; 21,55; 21,56; 21,59; 21,78. 1198. 15,95; 15,9; 15,6; 15,5; 15,45; 15,4; 15,35; 15,2. 1199. 1) 0,05m²; 2) 0,0015 m²; 3) 0,0512 m². 1200. 0,36 m². 1201. 1) 0,04 < 0,06; 2) 402,0022 > 40,003; 9) 120,058 > 120,051; 10) 78,05 < 78,58; 11) 2,205 < 2,255; 12) 20,12 < 25,012. 1202. 1) 0,03 < 0,3; 4) 6,4012 < 6,404; 5) 450,025 < 450,2054; 6) 3,05 > 3,041. 1205. 1) 3 és 4; 2) 12 és 13; 3) 125 és 126; 4) 125 és 126. 1208. 1) 1,99; 2) 2,9. 1209. 1) 2,01; 2) 4,001. 1216. 1) 50,407; 2) 5,0047. 1222. 336 kg.

30. §.

1228. 1) 3,5; 2) 5,25; 3) 7,87; 4) 5,4; 5) 78,2; 6) 56,87. 1230. 1) 15,86; 2) 5267; 3) 150,23; 4) 4797,64. 1231. 1) 6,6; 2) 8,1; 3) 34,39; 4) 73,64; 5) 27,273; 6) 25,27;

7) 270,702; 8) 37,2712; 9) 5,225; 11) 67,63; 12) 43,95; 13) 11,013; 14) 4,13; 15) 225,512; 16) 14,1062. **1232.** 1) 4,3; 2) 69,52; 3) 24,98; 4) 26,712; 5) 37,936; 6) 725,601; 7) 34,2612; 8) 7,8174; 9) 6,5685. **1233.** 1) 28,65; 2) 22,142. **1235.** 1) 4,3; 2) 23,2; 3) 124,71; 4) 138,34. **1236.** 1) 6,5; 2) 99,7 **1237.** 197,68 t. **1238.** 44,84 cm. **1239.** 125,845 kg. **1240.** 15,149. **1241.** 45,029. **1244.** 1) 5,6; 2) 13,59; 3) 57,06; 4) 3,023; 5) 7,76; 6) 19,606; 7) 24,02; 8) 4,016; 11) 34,8; 12) 21,76; 13) 31,2; 14) 11,972. **1245.** 1) 0,9; 3) 0,001; 4) 119,28; 6) 422, 353; 7) 2,64; 80,0044; 9) 0,123. **1246.** 1) 5,3; 2) 13,7; 3) 11,21; 4) 50,59; 5) 446,33; 6) 32,43. **1247.** 1) 1,1; 2) 42,4; 3) 58,44; 4) 5,88. **1248.** 118,8. **1249.** 43,139. **1250.** 24,35 m. **1252.** 84,63. **1255.** 1) 16,58; 2) 22,65; 3) 55,698. **1256.** 1) 48,85; 2) 152,91; 4) 1430,45. **1257.** 1) 0,52; 2) 8,3; 3) 2,64; 4) 84; 5) 432. **1258.** 1) 35,39; 2) 187,72; 3) 0; 4) 765,14. **1259.** 1) 11,27; 2) 3,858; 4) 7; 5) 21,86; 6) 52,7. **1260.** 2) 14; 3) 30,5; 4) 8,04. **1261.** 1) 14,75; 2) 91,74; 3) 183,22. **1262.** 1) 74,45; 2) 136,76; 3) 166. **1263.** 1) 10,35-dal növekszik; 2) 13,97-dal növekszik. **1264.** 1) 9,2-dal növekszik; 2) 7,62-dal növekszik. **1265.** 38,42-dal kisebb; 104,102-dal nagyobb. **1266.** 45,58-dal nagyobb, 830-cal kisebb. **1267.** 30,4 m. **1268.** 11,1 cm. **1269.** 10,538t. **1270.** 4,79 m-rel. **1271.** 0,86 t. **1272.** 1) 71,3; 2) 16,496.

31. §.

1291. 1) 1,2; 2) 2,4; 3) 3,2; 4) 21,04; 5) 0,16; 6) 24,5. **1292.** 1) 23,9; 2) 168,18. **1293.** 1) 53,4; 2) 45; 3) 1,8; 5) 4817,4; 6) 2533,3; 7) 74,4; 8) 129,95; 9) 2,34; 10) 518,7; 11) 5655,6; 12) 693,56; 13) 3550,395; 14) 7458,99; 15) 29357,325. **1294.** 1) 58,4; 2) 69,6; 3) 2,448; 4) 854; 5) 16 683,55; 6) 2576,55; 7) 65,7; 8) 636,5; 9) 240,7; 10) 5897,92; 11) 1668,88; 12) 65 957,04. **1297.** 1) 53,55; 2) 6,64; 6,97; 4) 169,725; 5) 13,824; 6) 260,394; 7) 882,672; 8) 575,0967; 9) 880,7964. **1298.** 1) 9,8; 2) 24,675; 3) 120,72; 4) 98,544; 5) 2337,574; 6) 1739,3652. **1299.** 1) 2,25; 2) 2; 3) 0,34; 4) 0,464; 5) 0,625; 6) 1 96; 7) 0,0168; 8) 10,91241; 9) 0,0864. **1300.** 1) 2; 2) 1,68; 3) 2,178; 4) 4 092; 5) 0,027; 6) 74,15118. **1309.** 1) 79; 2) 966,64; 3) 128 225,375; 4) 15,096; 5) 1048,65684; 6) 1,056574. **1310.** 1) 77,1; 2) 376,77; 3) 1158,3404; 4) 1,34064. **1311.** 37,2 cm. **1312.** 3954,45 kg. **1313.** 159,468. **1314.** 85,8546. **1315.** 1,7 kg. **1316.** 3) 232,4 km; 4) 290,5 km; 5) 58,1 km. **1317.** 49,2 m. **1318.** 1) 70; 2) 80; 3) 49; 4) 64; 5) 11,25; 6) 106; 7) 13,69; 8) 145,8; 9) 90. **1319.** 1) 15; 2) 24; 3) 200; 4) 270; 5) 123; 6) 1,76. **1320.** 36 perc. **1321.** 3,9 m. **1322.** 1) 1,5625; 2) 307,98516; 3) 1096,3095; 4) 107 366,993; 5) 58 086,804; 6) 21,2207219. **1323.** 1) 25,831025; 2) 2654,3; 3) 6203,865; 4) 11 765,543; 5) 562,5126; 6) 1643,8628. **1324.** 0,06; 2,50974; 15,725; 23,49; 502,632. **1325.** 2961,4275; 113,04; 1,9575; 0,2496; 0,24. **1327.** 1) 124,5; 2) 1036; 3) 5342,76; 4) 6354,556; 5) 1105,499; 6) 65 365,42. **1328.** 1) 80,52; 2) 668,3328; 3) 417,2622; 4) 27,3364. **1333.** 1) 9,2; 2) 6,46; 3) 22,21. **1335.** 1) 102,4; 2) 333,95; 3) 3300,55; 4) 247,95585. **1336.** 1) 746,66; 2) 2375,505. **1337.** 1) 65,64 és 68,7605; 2) 26,2 és 30,5121; 3) 2 és 0,21; 4) 19,8 és 5,58. **1338.** 12,6 km. **1339.** 716,4 km. **1340.** 88,9532. **1342.** 30,4. **1343.** 24,9. **1344.** 150. **1355.** 1) 390,108; 2) 731,355. **1357.** 24.

32. §.

1365. 1) 6,3; 2) 1,1; 3) 2,3; 4) 5,4; 5) 0,1; 6) 11,22. **1367.** 1) 1,25; 2) 9,4; 3) 0,7; 4) 10,4; 5) 1,64; 6) 1,8; 7) 12,6; 8) 2,17; 9) 20,8; 10) 0,23; 11) 0,012; 12) 30,07; 13) 5,2; 14) 0,14; 15) 5,12. **1368.** 1) 3,6; 2) 48; 3) 120; 4) 40,2. **1369.** 1) 8; 2) 16; 3) 13; 4) 43; 5) 14; 6) 12. **1378.** 1) 0,49; 2) 2,1; 3) 0,01; 4) 10,1; 5) 30,03; 6) 11,01. **1379.** 1) 2,1; 2) 10,06; 3) 2,11. **1380.** 62,5 km/óra. **1384.** 1) 350; 2) 160; 3) 80; 4) 90; 5) 1800; 6) 300. **1385.** 1) 50; 2) 60; 3) 560; 4) 300. **1386.** 45 perc.

1387. 6,5 m. **1388.** 1) 1,6; 2) 1,3; 3) 23,5; 4) 0,8; 5) 0,14; 6) 12,03. **1389.** 1) 12; 2) 2; 3) 40; 4) 1,35. **1391.** 40; 12; 2; 1,35. **1392.** 1) 3,28; 2) 5,3; 3) 5,4; 4) 2,445; 5) 0; 6) 3,6. **1393.** 1) 4,8; 2) 5; 3) 12,36; 4) 1,5; 13,66; 6) 5,682. **1394.** 1) 11,3; 2) 3,2; 3) 0,7. **1395.** 1) 1,255; 2) 0,2001. **1397.** 5,04 m és 2,52 m. **1398.** 4,8 km. **1399.** 1,5625-szer. **1400.** 48,7 hrn és 243,5 hrn. **1401.** 4,25; 12,75; 25,5. **1402.** 4,28 m. **1403.** 150 km. **1404.** 200. **1405.** 125°. **1413.** 34,8 m. **1416.** 1) 1326,51; 2) 2094,385.

33. §.

1425. 1) 3; 2) 2; 3) 506; 4) 4057. **1426.** 1) 20; 2) 140; 3) 510; 4) 4590. **1427.** 1) 200; 2) 100; 3) 600; 4) 100. **1428.** 1) 142,2; 2) 2,7; 3) 50,6; 4) 0,2. **1429.** 1) 0,36; 2) 2,01; 3) 0,99; 4) 12,60. **1430.** 1) 2 ezer km; 2,3 ezer km; 2,29 ezer km; 2) 1 ezer km; 1,4 ezer km; 1,36 ezer km; 3) 1 ezer km; 0,9 ezer km; 0,86 ezer km; 4) 1 ezer km; 1,1 ezer km; 1,13 ezer km. **1431.** 1) 2060 m, 2100 m; 2) 1550 m, 1500 m; 3) 1820 m, 1800 m. **1435.** 1) 8000; 2) 7900; 3) 7890; 4) 7894; 5) 7894,3; 6) 7894,25; 7) 7894,255; 8) 7894,2549. **1436.** 99,99. **1437.** 1000,001. **1438.** 1) 57,9; 2) 58; 3) 60; 4) 57,92. **1440.** 1) 666,0; 2) 670. **1441.** 1) 100; 2) 130,60. **1442.** 1) 4,75; 2) 4,8; 3) 5. **1443.** 1) 2500; 2) 2460; 3) 2457,2; 4) 2457,16. **1451.** 1) 0,45; 2) 405,6. **1452.** 1) 12; 2) 0,7. **1453.** 33 567 kg.

8. fejezet

34. §.

1459. 1) 5%; 3) 48%; 5) 123%. **1460.** 1) 2%; 3) 37%; 6) 137%. **1461.** 1) 0,06; 3) 0,56; 5) 1,45. **1462.** 1) $\frac{11}{100}$; 3) $\frac{62}{100}$; 5) $1\frac{39}{100}$. **1464.** 2. **1465.** 75 oldal. **1466.** 1) 3; 3) 27; 5) 112,5. **1467.** 1) 0,8; 3) 12,8; 5) 78. **1468.** 1) 0,256; 3) 0,36; 5) 2,55. **1469.** 225,968 km. **1470.** 7 km. **1472.** 5817,6 ha. **1473.** 1) 18,75 kg; 2) 62,5 kg; 3) 1 kg. **1474.** 1) 5,25 l; 3) 73,5 l. **1475.** 1) 64 kg; 3) 1,92 t. **1476.** 1) 54 g és 96 g; 3) 1,26 kg és 2,24 kg. **1477.** 1) 58,8 g és 81,2 g; 3) 2,352 kg és 3,248 kg. **1478.** 7. **1479.** 4. **1480.** 1) 8; 2) 21,6. **1481.** 1) 1,44; 2) 21,6. **1482.** 1) <; 2) =. **1483.** 1) =; 2) <. **1484.** 1) 4,6; 2) 8,48. **1485.** 1) 4; 2) 24. **1486.** 480 cm³. **1487.** 132 cm². **1488.** 24 cm. **1489.** 16 cm és 32 cm. **1490.** 210 g ólom és 140 g cink. **1491.** 27 perc, 81 perc, 72 perc. **1492.** 126 oldal. **1493.** 21,42 hrn. **1494.** 300 g. **1495.** 9 év. **1496.** 126 cm. **1497.** 6. **1498.** 1) 27; 3) 25. **1499.** 1. **1500.** 38 cm. **1501.** 24, 36, 48, 54.

35. §.

1508. 3) 50. **1509.** 3) 300. **1510.** 1) 300; 3) 500. **1511.** 1) 600; 3) 400. **1512.** 20. **1513.** 25. **1514.** 32 tanuló. **1515.** 150 000 km². **1516.** 20 kg. **1517.** 40 kg. **1518.** 18 000 hrn. **1519.** ≈ 2201 km. **1520.** 90. **1521.** 250 g. **1522.** 160 g. **1523.** 1) 400 kg; 3) 6,25 t. **1524.** 1) 16 kg; 3) 192 kg. **1525.** 1) 40 l; 3) 350 l. **1526.** 270 g. **1527.** 1) 200 g és 116 g; 3) 800 g és 464 g. **1528.** 1) 200 g és 70 g; 3) 1200 g és 420 g. **1529.** 126. **1530.** 50 kg. **1531.** 48 kg málna és 50 kg fekete ribizli. **1532.** 15 óra 54 perc. **1533.** 26 cm. **1534.** 64 cm. **1535.** 4096 cm². **1536.** 68,5 cm. **1537.** 14,4 cm. **1538.** 220 cm². **1539.** 8 cm. **1540.** 12 kg. **1541.** 1600 kg. **1542.** 6 cm². **1543.** 1000 g cinket, 800 g rezet és 200 g alumíniumot. **1544.** 60 kg **1545.** 32 év. **1546.** 4 év. **1547.** 180 cm. **1548.** 1) <; 2) =; 3) <. **1550.** 1) 75°; 3) 12,5°. **1551.** 3 óra, 210 km.

36. §.

1556.1) 45; 3) 20. **1557.** 1) 3; 3) 4; 5) 3. **1558.** 1) 1; 3) 2. **1561.** A(4). **1562.** C(2). **1563.** 4 kg. **1564.** 9-szer. **1565.** 4 üveg. **1566.** 14 000 hrn. **1567.** 37. **1568.** 63 km. **1569.** 12 perc. **1570.** 9,2 pont. **1571.** 8,8. **1572.** 11,1. **1573.** 4,2 km. **1574.** 4,3 km. **1575.** 22 hrn 40 kop. **1577.** 48 hrn 75 kop. **1578.** 1,2. **1579.** 347. **1580.** 42 és 28. **1581.** 42 és 30. **1582.** 1,5 pont. **1583.** Nem. **1584.** 3,4 és 7,8. **1585.** 9; 5,4 és 3,6. **1586.** 12,5; 17,5 és 15. **1587.** 6,376. **1588.** 1. **1595.** 17,5. **1597.** 20,8 km; 27,04 km².

Ismétlés

2. 17 cm vagy 1 cm. **4.** 1) 7; 2) 6; 3) 6. **5.** 1) 1510; 2) 1067; 3) 16 500; 4) 807. **11.** 84°. **12.** 1) 40°; 2) 50°. **13.** 1) 60°; 2) 66°; 3) 36°. **14.** 1) 15; 2) $7a + 2b + 3$. **15.** 1) 100; 2) 128. **18.** 32 774-gyel több lett. **21.** 1) 10 500; 2) 12 500. **22.** 1737 km. **23.** 50 t. **25.** 27°, 108°. **26.** 90°, 20°, 70°. **27.** 11 cm, 33 cm, 43 cm. **28.** 18 cm, 18 cm, 28 cm. **29.** 1) 90 cm; 2) 120 cm. **30.** 20,5 cm. **31.** 1) 910 650; 2) 4 894 175; 3) 62 038 650; 4) 329 897 101 740. **32.** 1) 38 200; 2) 7400; 3) 72 000; 4) 31 500; 5) 496 000; 6) 660. **33.** 1) $540ab$; 2) $120cd$; 3) $100mn$; 4) $30pkt$; 5) $30a$; 6) $8c$; 7) $22n$; 8) $31p$; 9) $79x$. **34.** 1) $15a + 180$; 2) $8c - 11cd$; 3) $12n + 6m$; 4) $15np - 15mp$; 5) $6p + 3k + 15t$; 6) $4y + 110$. **36.** 1) 900; 2) 240; 3) 5200; 4) 320. **37.** 1) 74; 2) 501; 3) 790; 4) 1900. **38.** 1) 39 (maradék 15); 2) 24 520 (maradék 1); 3) 950 (maradék 30); 4) 420 (maradék 305). **39.** 5 füzet; 2 hrn. 50 k. **40.** 1) 49; 2) 3. **41.** 178 299 000. **42.** 1) 20; 2) 29; 3) 475; 4) 8; 5) 2; 6) 4. **43.** 2460 és 410. **44.** 50 és 150. **45.** 16 hrn és 32 hrn. **46.** 14 km/óra és 16 km/óra. **47.** 15 km. **48.** 880 m vagy 320 m. **49.** 1) 2 óra; 2) 3 óra. **50.** 1) 0; 3) 162. **51.1)** 152; 2) 2. **52.** 1) 1250; 2) 16 000. **53.** $(2 \cdot 5)^3 + (22 - 2)^2 + 40 = 12^2 \times 10$. **54.** 6,48 cm². **55.** 0,1 cm, 0,6 cm. **56.** 121 cm². **58.** 1) 48 m 72 cm; 2) 40 cm 8 mm. **62.** 1) 64 cm³; 2) 27 dm³. **63.** $(a + 123)(b + 213)(c + 312)$ (m³), 0,036 km³. **64.** 40 cm. **65.** 2-szeresére növekszik. **67.** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. **68.** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. **69.** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. **70.** 93 alkatrész. **71.** 1) $1\frac{3}{5}$; 2) $2\frac{3}{10}$; 3) $6\frac{1}{6}$; 4) $5\frac{3}{8}$. **72.** $2\frac{25}{60}$ óra. **73.** 1) $\frac{36}{5}$; 2) $\frac{107}{7}$; 3) $\frac{83}{9}$; 4) $\frac{155}{13}$. **74.** 241 480 km². **77.** 1) 24; 2) 837; 3) 5; 4) 27. **78.** 588 kg. **79.** 50 körte, 60 alma, 190 szilva. **80.** 48 kg. **81.** 32 kg. **82.** 32 tanuló. **83.** 2 kg-jával. **85.** 1) $7\frac{8}{9}$; 3) $1\frac{5}{7}$. **87.** 1) $\frac{32}{60}$ óra; 2) $\frac{42}{60}$ óra. **88.** $\frac{8}{15}$ dm. **89.** $10\frac{3}{4}$ cm. **90.** 5 dm. **91.** $4\frac{8}{9}$ cm. **95.** 66°. **96.** 1) 2; 2) 7; 3) 26; 4) 6. **97.** $\frac{3}{14}$. **99.** $30\frac{2}{9}$ l. **100.** 52 km. **101.** 15 almafa. **103.** 1) 13 és 14; 2) 102 és 103; 3) 5 és 6; 4) 5 és 6; 5) 154 és 155. **104.** 1) 108,02; 2) 197,324. **105.** 1) 43,158; 2) 27,991; 3) 98,6. **106.** 1) 18; 2) 226; 4) 153,9. **109.** 1) 97,2; 2) 66; 3) 222,5; 4) 73,5. **110.** 1) 36; 2) 10,816. **113.** 1) 5,2; 2) 5,12; 3) 0,087; 4) 13. **115.** 1) 14,3; 2) 4,7; 4) 5. **116.** Epret 20,84 hrivnyáért. **117.** 1) a) 9,4; b) 32,2; c) 9,8; 2) a) 65,18; b) 4,01; c) 1,67. **120.** 130 és 70. **121.** 108 ha. **122.** 21 m². **123.** 0,65 m³. **124.** 464 lány és 336 fiú. **125.** 560. **126.** 150 millió km. **127.** 2 m. **128.** 31,4°C. **129.** 3, 2,5 és 5.

TÁRGYMUTATÓ

Algoritmus, számítási
 algoritmus 122
 áltört 194

Betűtényező 98

Egyenes 14
 – tulajdonságai 15
 egyenlet 126
 – gyöke 126
 – megoldása 127
 egyenlő alakzatok 77
 – nevezőjű törtek kivonásának szabálya 227
 – – – összeadásának szabálya 226
 – – – összehasonlításának szabálya 195
 – szárú háromszög alapja 84
 – – háromszög szárai 84
 egyenlőtlenségi jelek 32
 egységkocka 175
 egységnyi szakasz 23
 elsőrendű műveletek 50

Félegyenes 15
 fok 40

Gúla 168

Hányados 108
 harmadrendű műveletek 152
 háromszög 83
 – kerülete 84
 – szögeinek tulajdonsága 86
 hatványra emelés 151

Ismeretlen kisebbítendő meghatározásának szabálya 128
 – kivonandó meghatározásának szabálya 128
 – osztandó meghatározásának szabálya 129
 – osztó meghatározásának szabálya 129

– összeadandó meghatározásának szabálya 127

Képlet 52
 két pont közötti távolság 18
 kettős egyenlőtlenség 33
 kisebbítendő 65
 kivonandó 65
 kivonás 65
 kocka 167
 – térfogatának képlete 177
 kombinatorikai feladat 182
 közelítő érték 295
 közösleges tört 193
 különbség 65

Legkisebb osztásköz 24
 lehetséges változatok fája 183

Maradék 116
 maradékos osztás 116
 másodrendű műveletek 94
 mennyiségek 6
 műveletek sorrendje 121

Négyzet 76
 – kerületének képlete 76
 – területének képlete 160
 négyzetegység 159
 nem teljes hányados 116

Oldalél 169
 osztandó 108
 – meghatározásának képlete a hányados és a maradék alapján 117
 osztás 108
 osztásvonal 24
 osztó 108

Összeadandó 57
 összeadás csoportosítási törvénye 59
 – felcserélhetőségi törvénye 57
 összeg 57

Pont 14
pont koordinátái 24

Sík 158
síkbeli téglalap 158
skála 24
sokszög 74
– kerülete 75
sorszámozás 7

Szakasz 16
szakaszok összehasonlításának tulajdonságai 18
szám hatványa 151
– köbe 153
– meghatározásának szabálya százaléka alapján 313
szám meghatározásának szabálya törtrésze alapján 213
– négyzete 153
– törtrésze meghatározásának szabálya 212
számegyenes 24
számegyenlőség 32
számegyenlőtlenség 32
számjegy 6
számkifejezés 31
számlálás kezdőpontja 24
számok felírásának osztálya 7
– kerekítése 296
– kerekítésének szabálya 298
számolás iránya 24
számrendszer 7
számtani közép 319
számtényező 98
százalék 305
százalékérték meghatározásának szabálya 307
szétagolási törvény 104
szorzás 95
– csoportosítási törvénye 96
– felcserélhetőségi törvénye 95
– szabályai a kombinált feladatokban 185
szorzat 95
szög 39
– belső félegyenese 43

szögek összehasonlításának tulajdonságai 42
szögfelező 43
szögmérő 40

Téglalap 76
– kerülete 76
– kerületének képlete 76
– területének képlete 160
téglatest 165
– térfogatának képlete 177
– térfogatának tulajdonságai 178
tényező 95
– kiemelése a zárójel alól 105
térfogat 175
természetes szám 5
– – felírásának helyi értékei 260
– számsor 5
terület 157
– tulajdonságai 161
tizedes tört 259
– felírásának helyi értékei 260
tizedes törtök kivonásának szabálya 269
– osztásának szabálya 288
– összeadásának szabálya 269
– összehasonlításának szabálya 262
– szorzásának szabálya 277
többjegyű számok összehasonlításának szabálya 34
törtszám kivonása egész számból 238
törtvonal 193

Valódi tört 194
válogatási módszer 182
változót tartalmazó kifejezés 51
vegyes szám 203
– – áltörté alakításának szabálya 205
– számok kivonásának szabálya 248
– – összeadásának szabálya 246

Zárójelek felbontása 105

TARTALOM

Kedves tanulók!	3
------------------------------	---

1. fejezet. Számlálás, mérés és számok	4
---	---



1. §. Tárgyak és a számlálás egységei	5
2. §. Egyenes, félegyenes, szakasz. A szakaszok mérése	14
3. §. Számegyenes.....	23
4. §. Szám kifejezések. Egyenlőségek, egyenlőtlenségek. Természetes számok összehasonlítása	31
5. §. A szögek és a szögmérés.....	39

2. fejezet. Alacsonyabb rendű műveletek	
--	--



természetes számokkal	50
6. §. Betűkifejezések. Képletek	51
7. §. Természetes számok összeadása	57
8. §. Természetes számok kivonása	65
9. §. A sokszögek és kerületük. Egybevágó síkidomok...74	
10. §. A háromszögek és csoportosításuk.....	83

3. fejezet. Természetes számokkal végzett	
--	--



másodrendű műveletek	94
11. §. Természetes számok szorzása	95
12. §. Széttagolhatósági tulajdonság	104
13. §. Természetes számok osztása	108
14. §. Maradékos osztás	116
15. §. A műveletek sorrendje a kifejezésekben	121
16. §. Egyenletek	126
17. §. A feladatok típusai és megoldásaik módszerei... 133	

4. fejezet. Természetes szám természetes kitevőjű	
--	--



hatványa. Az alakzatok területe és térfogata	150
18. §. A szám hatványa	151
19. §. A téglalap és a négyzet területe.....	157
20. §. Téglatest. Kocka. Gúla	165
21. §. A téglatest és a kocka térfogata	175
22. §. Kombinatorikai feladatok	182

	5. fejezet. Közöséges törték	192
	23. §. Közöséges törték. A törték összehasonlítása ..	193
	24. §. Törték és az osztás	202
	25. §. A szám törtreszének meghatározása. A szám meghatározása törtresze alapján	211
	6. fejezet. Az egyenlő nevezőjű közöséges törtékkel végzett elsőrendű műveletek	224
	26. §. Közös nevezőjű törték összeadása és kivonása	225
	27. §. A valódi tört 1 egészre történő kiegészítése. A tört természetes számból való kivonása	236
	28. §. Vegyes számok összeadása és kivonása.....	245
	7. fejezet. Tizedes törték és a velők való műveletek	258
	29. §. Mi a tizedes tört? Tizedes törték összehasonlítása	259
	30. §. Tizedes törték összeadása és kivonása.....	268
	31. §. Tizedes törték szorzása	276
	32. §. Tizedes törték osztása.....	286
	33. §. A számok kerekítése.....	295
	8. fejezet. Százalékok. Számtani közép	304
	34. §. Mi a százalék? A szám százalékértékének meghatározása	305
	35. §. A százalékalap meghatározása százalékláb alapján.....	312
	36. §. A számtani közép. A mennyiségek átlagértéke.....	319
	Ismétlő feladatok	326
	Feleletek	337
	Tárgymutató	348

Adatok a tankönyv állapotáról

Sor-szám	A tanuló családi és utóneve	Tanév	A tankönyv állapota		Osz-tályzat
			a tanév elején	a tanév végén	
1					
2					
3					
4					
5					

Навчальне видання

ТАРАСЕНКОВА Ніна Анатоліївна

БОГАТИРЬОВА Ірина Миколаївна

БОЧКО Оксана Петрівна

та ін.

МАТЕМАТИКА

Підручник для 5 класу загальноосвітніх навчальних закладів
з навчанням угорською мовою

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Переклад з української мови

Перекладачі: *Юдіт Імріївна Кулін,*
Дезидер Федорович Поллої

Угорською мовою

Зав. редакцією *А. А. Варга*

Редактор *Б. Б. Ковач*

Худ. редактор *І. Б. Шутурма*

Коректори *І. О. Петро, Г. М. Тирканич*

Формат 60х90/16. Ум. друк. арк. 21,93.

Обл.-вид. арк. 20,5. Тираж 1721 пр. Зам. № 124-13.

Державне підприємство

„Всеукраїнське спеціалізоване видавництво „Світ”

79008 м. Львів, вул. Галицька, 21

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 2980 від 19.09.2007

www.svit.gov.ua

e-mail: office@svit.gov.ua

Друк на ПРАТ Львівська книжкова фабрика „Атлас”

79005 м. Львів, вул. Зелена, 20

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1110 від 08.11.2002 р.

Adatok a tankönyv állapotáról

Sor-szám	A tanuló családi és utóneve	Tanév	A tankönyv állapota		Osz-tályzat
			a tanév elején	a tanév végén	
1					
2					
3					
4					
5					

Навчальне видання

ТАРАСЕНКОВА Ніна Анатоліївна

БОГАТИРЬОВА Ірина Миколаївна

БОЧКО Оксана Петрівна

та ін.

МАТЕМАТИКА

Підручник для 5 класу загальноосвітніх навчальних закладів
з навчанням угорською мовою

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України

Переклад з української мови

Перекладачі: *Юдіт Імріївна Кулін,*
Дезидер Федорович Поллої

Угорською мовою

Зав. редакцією *А. А. Варга*

Редактор *Б. Б. Ковач*

Худ. редактор *І. Б. Шутурма*

Коректори *І. О. Петро, Г. М. Турканич*

Формат 60х90/16. Ум. друк. арк. 21,93.

Обл.-вид. арк. 20,5. Додатковий тираж 22 пр. Зам. № 124-13/2.

Державне підприємство

„Всеукраїнське спеціалізоване видавництво „Світ”

79008 м. Львів, вул. Галицька, 21

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 2980 від 19.09.2007

www.svit.gov.ua

e-mail: office@svit.gov.ua

Друк на ПРАТ Львівська книжкова фабрика „Атлас”

79005 м. Львів, вул. Зелена, 20

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1110 від 08.11.2002 р.